

考虑全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑构型设计

占金青¹ 彭怡平¹ 罗震² 刘敏¹

(1. 华东交通大学机电与车辆工程学院, 南昌 330013; 2. 悉尼科技大学机械与机电工程学院, 悉尼 NSW2007)

摘要: 为了避免大变形引起静强度失效,提出一种考虑全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化设计方法。采用 Total - Lagrangian 描述方法和增量式 Newton - Raphson 法求解机构的大变形响应问题;采用基于假设密度场的单元势能插值法,从而避免几何非线性拓扑优化出现的数值不收敛问题;以输出位移最大化作为优化目标,采用改进的 P 范数将机构所有单元局部应力约束转换为一个全局应力约束,构建考虑全局应力约束的柔顺机构几何非线性拓扑优化模型,采用移动渐近线算法求解优化问题。数值算例结果表明,采用本文方法获得的大变形柔顺机构能够有效满足应力约束。随着允许应力约束值的减小,机构构型中的铰链区域逐渐扩大,使机构的柔度分布更加均匀,但是输出位移逐渐减小。

关键词: 柔顺机构; 大变形; 全局应力约束; 拓扑优化; 势能插值法

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2021)02-0408-08 OSID: 

Topological Design of Large-displacement Compliant Mechanisms
Considering Global Stress Constraints

ZHAN Jinqing¹ PENG Yiping¹ LUO Zhen² LIU Min¹

(1. School of Mechanotronics and Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China
2. School of Mechanical and Mechatronic Engineering, University of Technology Sydney, Sydney NSW2007, Australia)

Abstract: To avoid static strength failure caused by large deflection, a design method for topology optimization of large-displacement compliant mechanisms considering global stress constraints was proposed. The Total - Lagrangian formulation and the incremental Newton - Raphson method were applied to solve the geometrically nonlinear response of the mechanisms. The element energy interpolation scheme for fictitious domain techniques was adopted to circumvent the non-convergence problem in the topology optimization of geometrical nonlinear problems. The maximum of the output displacement of the compliant mechanisms was developed as the optimization objective. The local stresses constraints for all elements were aggregated into a global stress constraint using the improved P -norm method. The optimization model for topology optimization of compliant mechanism with geometrical nonlinearities considering global stress constraints was established. The method of moving asymptotes was applied to solve the topology optimization problem for the design of large-displacement compliant mechanisms with global stress constraints. The results of numerical examples showed that large-displacement compliant mechanisms obtained by topology optimization with global stress constraint can effectively satisfy the stress constraints. As the allowable stress limit was decreased, the hinge area in the compliant mechanism configurations was gradually elongated, which can make the compliance of the mechanisms be more uniformly distributed. However, the output displacement of the mechanisms was gradually decreased.

Key words: compliant mechanisms; large displacement; global stress constraints; topology optimization; energy interpolation scheme

收稿日期: 2020 - 10 - 10 修回日期: 2020 - 11 - 18
基金项目: 国家自然科学基金项目 (51665011、52065019) 和江西省自然科学基金项目 (20202BAB204015、20202ACB1214013、20192BAB21602)
作者简介: 占金青 (1979—), 男, 副教授, 博士, 主要从事柔顺机构优化设计研究, E-mail: zhan_jq@126.com
通信作者: 刘敏 (1990—), 男, 讲师, 博士, 主要从事柔性铰链优化设计研究, E-mail: lmin2016@foxmail.com

0 引言

柔顺机构利用自身柔性构件引起的变形来实现运动、力或能量传递或转换,具有免装配、无需润滑和高精度等优点^[1-3],因此广泛应用于精密定位、生物工程和微机电系统等领域^[4-7]。

柔顺机构拓扑优化设计在满足约束条件下寻求机构设计域内材料的最佳分布,使机构的某种性能达到最优^[8-9]。在实际工作中柔顺机构往往发生大变形或大转动,因此采用非线性有限元理论进行大变形柔顺机构拓扑优化设计非常有必要。PEDERSEN 等^[10]提出柔顺机构几何非线性拓扑优化设计方法,并且研究了考虑轨迹规划的大变形柔顺机构设计问题。BRUNS 等^[11]采用弧长法进行非线性有限元求解,基于几何非线性和材料非线性进行柔顺机构拓扑优化设计。BRUNS 等^[12]提出考虑复杂跳跃性能的大变形柔顺机构拓扑优化设计方法。DU 等^[13]采用无网格有限元方法进行大变形柔顺机构拓扑优化设计,以避免低密度单元引起的不收敛问题。LUO 等^[14]采用参数化水平集方法进行大变形柔顺机构拓扑优化设计,获得具有光滑边界的机构构型。LIU 等^[15]采用改进的超弹材料模型进行大变形柔顺机构拓扑优化设计,能够克服低密度单元的不稳定性问题。ZHU 等^[16]提出基于完全解耦的大变形柔顺机构拓扑优化设计方法,可抑制多自由度机构的输入、输出耦合效应。柔顺机构的大变形容易引起静强度失效,因此需考虑应力约束限制大变形柔顺机构最大的应力。上述研究进行柔顺机构几何非线性拓扑优化设计时并未考虑应力约束。

目前,柔顺机构应力约束拓扑优化研究主要基于小变形线弹性有限元理论。DUYSINX 等^[17]采用局部应力约束进行柔顺机构拓扑优化设计,但是局部约束数目太大,导致计算效率降低。LEON 等^[18]采用全局应力约束进行柔顺机构拓扑优化设计,有效地提高了计算效率。占金青等^[19]采用 P 范数方法进行柔顺机构应力约束拓扑优化设计,能够有效避免单节点铰链。CHU 等^[20]采用水平集方法进行多相材料柔顺机构应力约束拓扑优化设计,使每相材料结构满足相应的应力约束。

为了避免大变形引起静强度失效,本文提出一种考虑全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化设计方法。采用 Total - Lagrangian 描述方法求解机构的大变形响应问题;采用基于假设密度场的单元势能插值法,以避免几何非线性拓扑优化出现的数值不收敛问题;以输出位移最大化作为优化目标,采用

改进的 P 范数将所有单元局部应力约束转换为一个全局应力约束,构建考虑全局应力约束的柔顺机构几何非线性拓扑优化模型;采用移动渐近算法求解大变形柔顺机构应力约束拓扑优化问题。

1 几何非线性有限元分析

采用 Total - Lagrangian 描述方法,以初始构型作为参考构型,大变形结构的任一点 i 的构型与位移之间关系表示为

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{X}_i \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{X}_i$ ——初始构型
 $\boldsymbol{u}_i$ ——任一点的位移矢量
 $\boldsymbol{x}_i$ ——现时构型

对式(1)关于初始构型 $\boldsymbol{X}_i$ 求导,可求导变形梯度 $\boldsymbol{F}$ 为

$$\boldsymbol{F} = \nabla \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\delta}_{ij} \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{\delta}_{ij}$ ——Kronecker 符号函数
 ∇ ——梯度运算符号

变形梯度 $\boldsymbol{F}$ 左乘其转置矩阵可得右 Cauchy - Green 变形 $\boldsymbol{C}$ 为

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{F}^T \boldsymbol{F} \tag{3}$$

当仅为刚体转动时, $C_{ij} = \delta_{ij}$ 。

变形梯度 $\boldsymbol{F}$ 的行列式称为 Jacobian 行列式 J ,表示结构体积的变化,其表示为

$$J = \det(\boldsymbol{F}) \tag{4}$$

由右 Cauchy - Green 变形 $\boldsymbol{C}$ 可得初始构型 $\boldsymbol{X}_i$ 下的应变,即为 Green - Lagrange 应变 $\boldsymbol{E}$,计算式为

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{C} - \boldsymbol{I}) \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{I}$ ——单位矩阵

与 Green - Lagrange 应变 $\boldsymbol{E}$ 能量共轭的应力是第二类 Piola - Kirchhoff 应力 $\boldsymbol{S}$,可表示为

$$\boldsymbol{S} = \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{E}} \tag{6}$$

式中 Φ ——弹性势能密度函数,本文采用 St. Venant - Kirchhoff 模型

第二类 Piola - Kirchhoff 应力 $\boldsymbol{S}$ 对 Green - Lagrange 应变 $\boldsymbol{E}$ 求导,可得弹性矩阵 $\boldsymbol{D}$ 为

$$\boldsymbol{D} = \frac{\partial^2 \Phi(\boldsymbol{E})}{\partial \boldsymbol{E} \partial \boldsymbol{E}} \tag{7}$$

将机构设计域离散为有限个单元,大变形结构的平衡方程可表示为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_{in} - \int_{V_0} \boldsymbol{B}_L^T \boldsymbol{S} dV_0 = 0 \tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{R}$ ——结构残余力
 $\boldsymbol{F}_{in}$ ——外载荷向量
 $\boldsymbol{B}_L$ ——应变矩阵 V_0 ——结构体积

采用增量式 Newton - Raphson 法求解几何非线性有限元平衡方程

$$\mathbf{K}_T \Delta \mathbf{u} = \mathbf{R} \tag{9}$$

其中 $\mathbf{K}_T = -\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}}$

式中 $\Delta \mathbf{u}$ ——节点位移矢量的增量

$\mathbf{K}_T$ ——切线刚度矩阵

结构的节点位移矢量可更新为

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \Delta \mathbf{u} \tag{10}$$

第二类 Piola - Kirchhoff 应力 $\mathbf{S}$ 也可表示为

$$\mathbf{S} = \mathbf{J} \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} (\mathbf{F}^{-1})^T \tag{11}$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}$ ——Cauchy 应力,它为现时构型 $\mathbf{x}_i$ 下的应力,表示大变形结构的真实应力

由式(11)可求得 Cauchy 应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T \tag{12}$$

对于平面应力问题,由 Cauchy 应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 可求得 von Mises 等效应力 σ_e^{vm} 为

$$\sigma_e^{\text{vm}} = \sqrt{(\sigma_e^x)^2 + (\sigma_e^y)^2 + 3(\sigma_e^{xy})^2 - \sigma_e^x \sigma_e^y} \tag{13}$$

式中 σ_e^x ——单元 x 方向主应力

σ_e^y ——单元 y 方向主应力

σ_e^{xy} ——单元剪切应力

2 单元势能插值法

对于大变形柔顺机构拓扑优化问题,低单元密度区域的网格容易发生畸变,从而导致数值不收敛现象。采用基于假设密度场的单元势能插值法^[21]克服这种不收敛现象,对实体单元和空洞单元分别采用非线性理论和线性理论求解;任一单元 e 的势能函数 Φ_e 表示为

$$\Phi_e(\mathbf{u}_e) = (\Phi(\gamma_e \mathbf{u}_e) - \Phi_L(\gamma_e \mathbf{u}_e) + \Phi_L(\mathbf{u}_e)) E_e \tag{14}$$

式中 E_e ——单元 e 弹性模量

$\mathbf{u}_e$ ——单元节点位移矢量

Φ ——单位弹性模量对应的势能密度函数

Φ_L ——基于线性理论的势能密度函数

γ_e ——插值系数

对于空洞单元,采用线性理论,即插值系数 $\gamma_e = 0$;对于实体单元,采用非线性理论,即插值系数 $\gamma_e = 1$ 。

采用改进的固体各向同性材料惩罚模型^[22]描述机构的材料分布,单元弹性模量 E_e 表示为

$$E_e = \bar{\rho}_e^k (E_1 - E_0) + E_0 \tag{15}$$

式中 E_1 ——材料弹性模量

E_0 ——空洞材料弹性模量,取 $10^{-9} E_1$

$\bar{\rho}_e$ ——单元物质密度

k ——惩罚系数,取 3

空洞单元和实体单元插值系数分别为 0 和 1,但是拓扑优化设计采用连续单元密度变量,因此存在介于实体单元和空洞域单元之间的中间密度单元,需要对插值系数进行插值,使其在取值区间[0, 1]连续变化。因此,采用阈值映射函数^[11]对插值系数 γ_e 进行插值处理,即

$$\gamma_e = \frac{\tanh(\beta_1 \rho_0) + \tanh(\beta_1 (\bar{\rho}_e^k - \rho_0))}{\tanh(\beta_1 \rho_0) + \tanh(\beta_1 (1 - \rho_0))} \tag{16}$$

式中 ρ_0 ——界定为实体单元的阈值

β_1 ——控制参数

当 $\bar{\rho}_e^k < \rho_0$ 且 β_1 取值足够大时,低密度单元的单元势能密度与小变形情况下相同,因此单元采用线性理论进行分析,即 $\gamma_e \approx 0$;当 $\bar{\rho}_e^k > \rho_0$ 时,单元势能密度与大变形情况相同,因此单元采用非线性理论进行分析,即 $\gamma_e \approx 1$ 。本文中, ρ_0 和 β_1 分别取值为 0.01 和 500。

3 大变形柔顺机构全局应力约束拓扑优化模型

3.1 拓扑优化模型

为了满足机构的运动需求,以大变形柔顺机构的输出位移最大化为目标函数;为了避免大变形引起的静强度失效,采用单元势能插值法,建立考虑全局应力约束的柔顺机构几何非线性拓扑优化数学模型为

$$\begin{cases} \max U_{\text{out}}(\boldsymbol{\rho}) \\ \text{s. t.} \begin{cases} \mathbf{R}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{u}) = 0 \\ V = \sum_{e=1}^N v_e \leq f^* V_0 \\ \sigma_{\text{max}} \leq \sigma^* \\ 0 \leq \rho_e \leq 1 \end{cases} \end{cases} \tag{17}$$

式中 $\boldsymbol{\rho}$ ——单元密度矢量

U_{out} ——柔顺机构输出位移

V ——优化后体积

v_e ——单元 e 体积

ρ_e ——单元 e 密度

f^* ——允许体积份数

σ_{max} ——机构最大 von Mises 应力

σ^* ——允许应力极限值

N ——有限单元数目

3.2 全局应力约束

为了避免大变形柔顺机构应力约束拓扑优化出现奇异解现象,采用应力松弛方法^[23]对所有单元的 von Mises 应力进行惩罚

$$\sigma_e = \bar{\rho}_e^q \sigma_e^{\text{vm}} \tag{18}$$

式中 σ_e ——松弛应力
 q ——松弛因子,取值为1

同时,为了提高计算效率,采用改进的 P 范数方法^[24]将柔顺机构所有的单元局部应力凝聚化为一个全局的 P 范数应力,即

$$\sigma_{PN} = \left(\sum_{e=1}^N \gamma_e v_e \sigma_e^p \right)^{\frac{1}{p}} \tag{19}$$

式中 p —— P 范数参数

理论上, P 范数参数 $p \rightarrow \infty$ 时, P 范数应力趋近最大应力 $\sigma_{\max}$ 。然而, p 越大,大变形柔顺机构应力约束拓扑优化问题的高度非线性程度越明显,甚至导致迭代不收敛。 p 的取值不能过大,否则导致 P 范数应力和机构的最大应力存在一定的数值差异。为了消除这种数值差异,采用自适应缩放方法^[25]修正机构的 P 范数应力,即

$$\sigma_{\max} \approx c \sigma_{PN} \tag{20}$$

式中 c ——自适应系数

4 灵敏度分析及过滤技术

4.1 灵敏度分析

柔顺机构输出位移 U_{out} 可表示为

$$U_{\text{out}} = \mathbf{L}^T \mathbf{u} \tag{21}$$

式中 $\mathbf{L}$ ——伴随载荷矢量,除了输出位移方向对应的载荷为1,其他自由度方向的载荷均为0

引入伴随矩阵 $\boldsymbol{\lambda}_1$,机构输出位移 U_{out} 可表示为

$$U_{\text{out}} = \mathbf{L}^T \mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}_1^T \mathbf{R} \tag{22}$$

由式(22)可求得机构输出位移的灵敏度为

$$\frac{\partial U_{\text{out}}}{\partial \bar{\rho}_e} = \mathbf{L}^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{\rho}_e} + \boldsymbol{\lambda}_1^T \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{\rho}_e} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{\rho}_e} \right) \tag{23}$$

由于伴随矩阵 $\boldsymbol{\lambda}_1$ 可为任一矢量,为消除 $\partial \mathbf{u} / \partial \bar{\rho}_e$ 项,令 $\boldsymbol{\lambda}_1$ 满足

$$\boldsymbol{\lambda}_1 = -\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{L} \tag{24}$$

因此,机构输出位移 U_{out} 灵敏度为

$$\frac{\partial U_{\text{out}}}{\partial \bar{\rho}_e} = \boldsymbol{\lambda}_1^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{\rho}_e} \tag{25}$$

同理,引入伴随矩阵 $\boldsymbol{\lambda}_2$,由式(18)~(20)可求得应力约束的灵敏度为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \bar{\rho}_e} = c \left(\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \mathbf{u}} - \boldsymbol{\lambda}_2^T \mathbf{K}_T \right) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{\rho}_e} + \\ c \left(\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \bar{\rho}_e} + \boldsymbol{\lambda}_2^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{\rho}_e} \right) \end{aligned} \tag{26}$$

为了消除未知项 $\partial \mathbf{u} / \partial \bar{\rho}_e$,令 $\boldsymbol{\lambda}_2$ 满足

$$\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \mathbf{u}} - \boldsymbol{\lambda}_2^T \mathbf{K}_T = 0 \tag{27}$$

式(26)可简写为

$$\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \bar{\rho}_e} = c \left(\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \bar{\rho}_e} + \boldsymbol{\lambda}_2^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{\rho}_e} \right) \tag{28}$$

由式(18)~(20)可求得 $\sigma_{\max}$ 对位移 $\mathbf{u}$ 的导数为

$$\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \mathbf{u}_e} = \frac{\partial \sigma_{PN}}{\partial \sigma_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial \sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_e^{\text{vm}}} \frac{\partial \sigma_e^{\text{vm}}}{\partial \sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \mathbf{u}_e} \tag{29}$$

其中 $\sigma_s = \sum_{e=1}^N \rho_e \sigma_e^p$
 $\sigma_{\max}$ 对位移 $\mathbf{u}_e$ 的导数可改写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \mathbf{u}_e} = c \left(\sigma_s^{\frac{1}{p}-1} v_e \sigma_e^{p-1} \bar{\rho}_e^{-q} \frac{1}{\sigma_e^{\text{vm}}} \mathbf{G} \sigma_e \right)^T \cdot \\ [\mathbf{A} + 2\mathbf{J}(\mathbf{B} + \mathbf{C})]^T \end{aligned} \tag{30}$$

其中 $\mathbf{A} = (-\mathbf{J}^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}_L)^T \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T$
 $\mathbf{B} = (\mathbf{F}^{-1})^T \mathbf{B}_L)^T \mathbf{S} \mathbf{F}^T + \frac{1}{2} (\mathbf{F} \mathbf{D} \mathbf{B}_L)^T \mathbf{F}^T$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} = (\mathbf{F} \mathbf{S} (\mathbf{F}^{-1})^T \mathbf{B}_L)^T \\ \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{G}$ ——辅助矩阵

通过应力约束对单元物质密度求偏导可得

$$\frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \bar{\rho}_e} = c \sigma_s^{\frac{1}{p}-1} v_e \sigma_e^{p-1} q \bar{\rho}_e^{-q-1} \sigma_e^{\text{vm}} \tag{31}$$

由式(26)和式(32)可得应力约束的灵敏度为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial \bar{\rho}_e} = c \left[\sigma_s^{\frac{1}{p}-1} v_e \sigma_e^{p-1} q \bar{\rho}_e^{-q-1} \sigma_e^{\text{vm}} + \right. \\ \left. \boldsymbol{\lambda}_2^T k \bar{\rho}_e^{k-1} (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_0) \mathbf{f}_{\text{int}}^0 \right] \end{aligned} \tag{32}$$

式中 $\mathbf{f}_{\text{int}}^0$ ——未惩罚的单元节点内力

4.2 映射过滤方法

基于变密度法的大变形柔顺机构拓扑优化设计结果容易出现棋盘格、网格依赖性等不稳定性现象。采用密度过滤方法^[26]避免上述数值不稳定性现象,即

$$\hat{\rho}_e = \frac{\sum_{j=1}^{N_e} w(y_j) v_j \rho_j}{\sum_{j=1}^{N_e} w(y_j) v_j} \tag{33}$$

其中 $w(y_j) = r_{\min} - \|y_j - y_e\|$

式中 $\hat{\rho}_e$ ——过滤后单元密度
 y_j ——单元 j 中心坐标
 v_j ——单元 j 体积 ρ_j ——单元 j 密度
 N_e ——与单元 e 中心的距离不超过最小过滤半径 $r_{\min}$ 的所有单元集合
 $w(y_j)$ ——权重因子
 y_e ——单元 e 中心坐标

采用密度过滤获得的拓扑构型边界仍然出现较多的中间单元。采用光滑的 Heaviside 映射函数^[27]修正过滤的单元密度,使得单元密度向 0 和 1 两端集中,即

$$\bar{\rho}_e = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(\hat{\rho}_e - \eta))}{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(1 - \eta))}$$

(34)

式中 η ——阈值,取值为 0.5
 β ——控制光滑程度的参数

对于大变形柔顺机构应力约束拓扑优化问题,采用移动渐近线算法(Method of moving asymptotes, MMA)^[28]进行求解。综上所述,本文提出的考虑全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化设计方法流程图如图 1 所示。

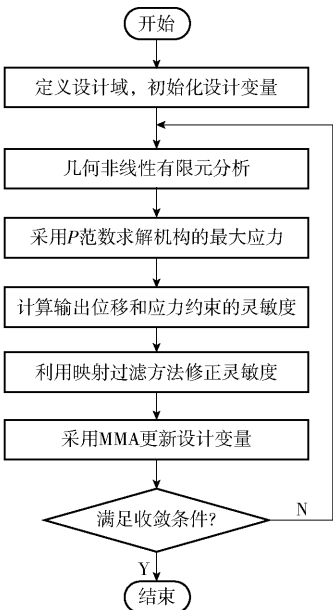


图 1 大变形柔顺机构应力约束拓扑优化方法流程图

Fig.1 Flow chart of topology optimization for large displacement compliant mechanisms with stress constraints

5 数值算例

图 2 表示柔性反向器的设计域、固定边界、作用载荷和输出作用。设计域 $L \times L$ 为 $300\text{ }\mu\text{m} \times 300\text{ }\mu\text{m}$,厚度 d 为 $7\text{ }\mu\text{m}$,左上端和左下端为固定边界,载荷 F_{in} 作用在左端中点,其大小为 200 mN ,输入弹簧刚度 k_{in} 和输出弹簧刚度 k_{out} 分别为 $3\text{ }000$ 、 300 N/m 。选用多晶硅材料,其弹性模量 E_1 为 180 GPa ,泊松比 μ 为 0.3 ,强度极限范围一般为 $1 \sim 10\text{ GPa}$ ^[29]。允许体积份数 f^* 为 0.25 ,控制参数 β 初始值取为 1 ,每间隔 50 迭代步增大 1 倍,最大值为 14 , P 范数参数 p 取值为 8 ,过滤半径 r_{min} 为 4.5 倍单元尺寸。输入、输出作用区域的应力不作限制,如图 2 黑色区域所示。

首先,采用无应力约束的柔顺机构几何非线性

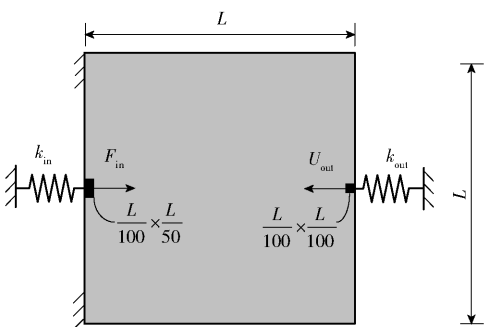


图 2 反向器的设计域

Fig.2 Design domain of inverter mechanism

拓扑优化模型进行柔性反向器设计,拓扑优化结果如图 3 所示,反向器构型出现集中式柔度的单节点铰链,最大应力为 5.70 GPa ,应力分布极为不均匀,输出位移为 $-6.34\text{ }\mu\text{m}$ 。允许应力约束值取为 1.50 GPa ,进行考虑全局应力约束的大变形反向器几何非线性拓扑优化设计,拓扑优化结果如图 4 所示,反向器构型中的铰链区域被扩大,使得机构的柔度分布更加均匀,从而有效地抑制了集中式柔度的单节点铰链出现,且机构的应力分布更加均匀,但应力约束导致输出位移有所减小。

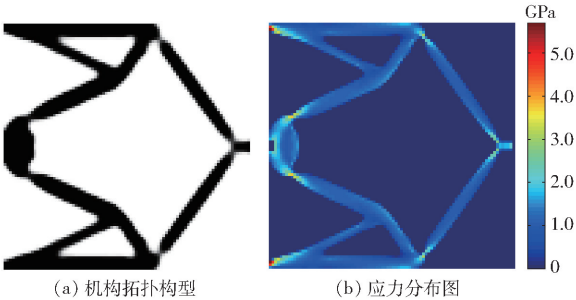


图 3 无全局应力约束的反向器几何非线性拓扑优化

Fig.3 Topology optimization of displacement inverter with geometrical nonlinearities without global stress constraint

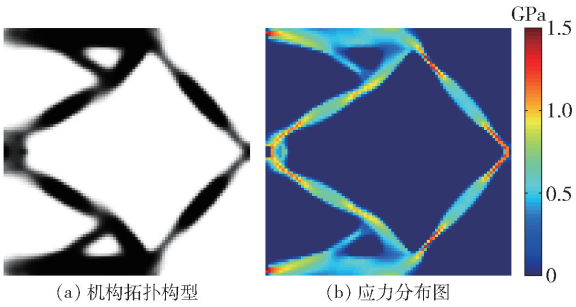


图 4 考虑全局应力的反向器几何非线性拓扑优化

($\sigma^* = 1.5\text{ GPa}$)

Fig.4 Topology optimization of compliant inverter with geometrical nonlinearities considering global stress constraint ($\sigma^* = 1.5\text{ GPa}$)

图 5 为考虑全局应力约束的大变形反向拓扑优化迭代过程曲线,优化初始阶段机构的最大应

力急剧下降,随后又急剧增大,这是由材料突然被大量移除而导致;由于参数 β 值每间隔 50 迭代步发生变化,引起最大应力间隔 50 迭代步会发生振荡;最终很好地收敛于允许的应力约束值 1.50 GPa。

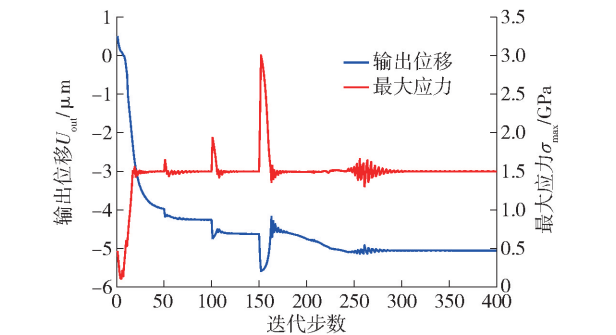


图5 目标函数和应力约束的迭代过程
Fig. 5 Convergence histories of objective function and stress constraint

考虑有、无全局应力约束拓扑优化获得的大变形柔性反向器的变形图如图6所示。与无应力约束优化结果相比,应力约束(σ^* 为 1.50 GPa)拓扑优化获得的大变形反向器构型中的铰链区域被扩大,使得发生变形的区域相对更大,而不是依靠集中式

柔度的单节点铰链实现大变形。

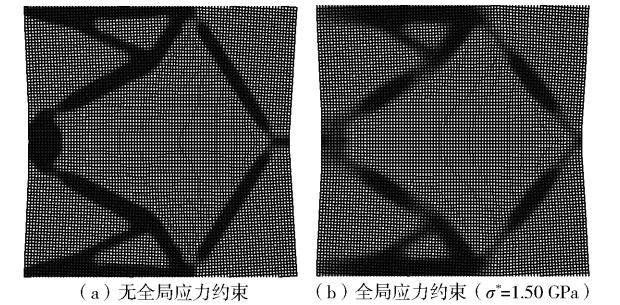


图6 有、无全局应力约束的柔性反向器变形图
Fig. 6 Deformed configurations of compliant inverters with and without global stress constraints

允许应力约束值 σ^* 分别为 3.00、2.75、2.50、2.25、2.00、1.50 GPa 进行反向器拓扑优化设计,获得的优化结果如图7所示。随着允许的应力约束值减小,反向器构型中的铰链区域逐渐被扩大,使得机构的柔度分布更加均匀,反向器构型逐渐由集中式柔度分布转变为分布式柔度分布,铰链区域的应力分布更加均匀,最大应力均很好地满足应力约束,表明应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化方法能够有效地抑制集中式柔度的单节点铰链;但是机构的输出位移逐渐减小,如表1所示。

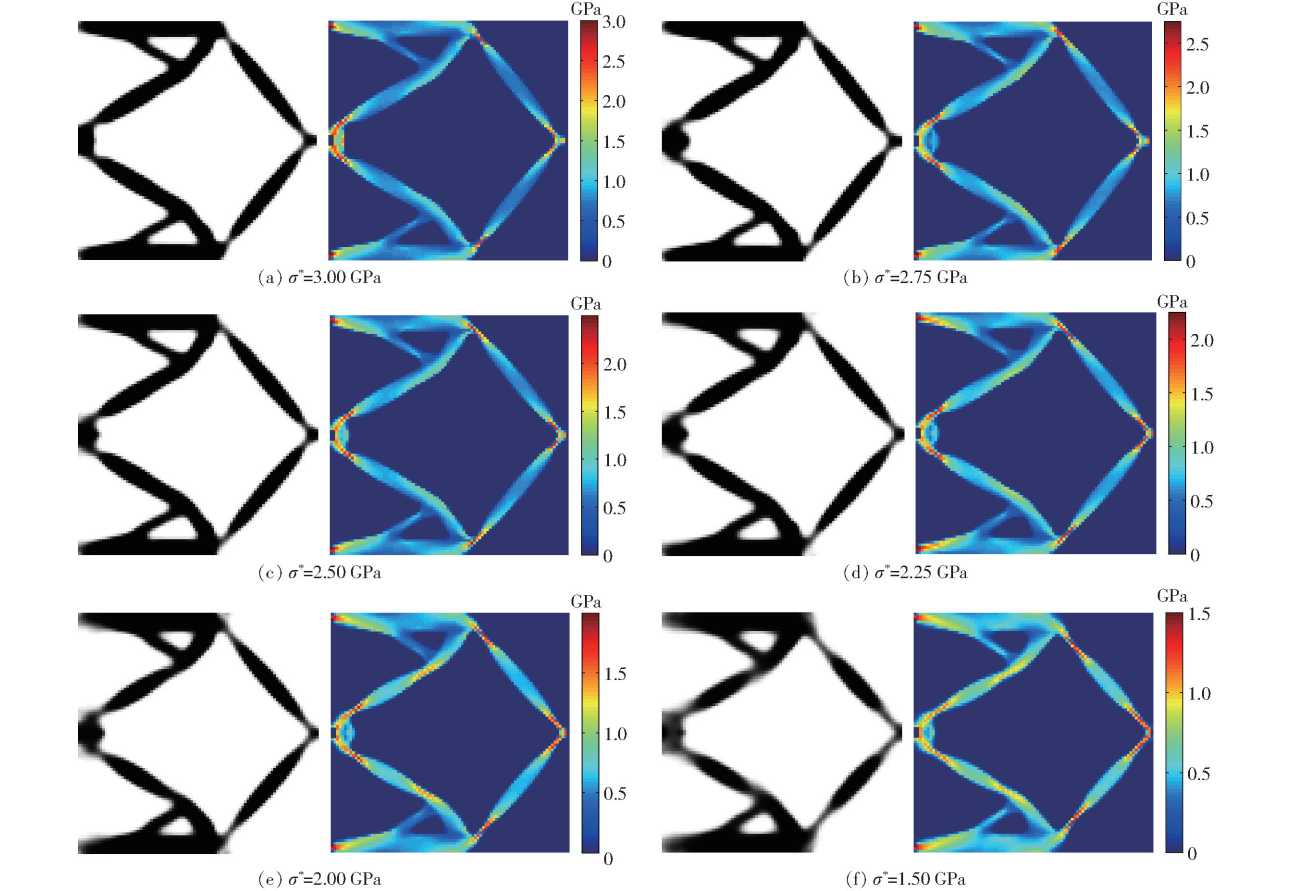


图7 不同允许应力值的反向器几何非线性拓扑优化
Fig. 7 Topology optimization of compliant inverters with geometrical nonlinearities considering different allowable stress limits

表 1 不同允许应力获得的反向器拓扑优化结果

Tab.1 Results of inverters obtained by topology optimization using different allowable stress limits

允许应力/GPa	输出位移/ μm	最大应力/GPa
3.00	-6.017	3.000
2.75	-5.976	2.749
2.50	-5.786	2.499
2.25	-5.707	2.246
2.00	-5.564	1.997
1.50	-5.053	1.499

6 结论

(1)为了避免大变形引起静强度失效,采用单元势能插值法以避免几何非线性拓扑优化出现的数

值不收敛问题,利用改进的 P 范数引入全局的应力约束,提出一种考虑全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化设计方法。

(2)与无应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化结果相比,采用全局应力约束的大变形柔顺机构拓扑优化方法获得的机构构型铰链区域被扩大,使柔度分布更加均匀,抑制了集中式柔度单节点铰链的出现,应力分布更加均匀。

(3)随着允许应力约束值的减小,大变形柔顺机构构型中的铰链区域逐渐扩大,使机构的柔度分布更加均匀,铰链区域的应力分布更加均匀,并且机构的最大应力均很好地满足应力约束,但是输出位移逐渐减小。

参 考 文 献

[1] 余跃庆, 张亚涛, 张绪平, 等. 柔顺微夹持机构理论分析与实验[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(11): 393-398. YU Yueqing, ZHANG Yatao, ZHANG Xuping, et al. Theoretical analysis and experiment on compliant microgripper mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(11): 393-398. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20181147&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2018.11.047. (in Chinese)

[2] 杜义贤, 李涵钊, 谢黄海, 等. 基于序列插值模型和多重网格方法的多材料柔性机构拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2018, 54(13): 47-56. DU Yixian, LI Hanzhao, XIE Huanghai, et al. Topology optimization of multiple materials compliant mechanisms based on sequence interpolation model and multigrid[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(13): 47-56. (in Chinese)

[3] 周景涛, 何忠波, 柏果, 等. 基于叠加柔性铰链的超磁致伸缩驱动器建模与实验[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(11): 404-410. ZHOU Jingtao, HE Zhongbo, BAI Guo, et al. Model and experiment of giant magnetostrictive actuator based on superimposed flexible hinge[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(11): 404-410. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20191146&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2019.11.046. (in Chinese)

[4] 于靖军, 郝广波, 陈贵敏, 等. 柔性机构及其应用研究进展[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 53-68. YU Jingjun, HAO Guangbo, CHEN Guimin, et al. State of-art of compliant mechanisms and their applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 53-68. (in Chinese)

[5] 邱丽芳, 刘宁宁, 陈明坤, 等. Nested-LET 柔性铰链设计与性能分析[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(5): 427-433. QIU Lifang, LIU Ningning, CHEN Mingkun, et al. Design and performance analysis of Nested-LET flexure hinge[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(5): 420-426. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20180551&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2018.05.051. (in Chinese)

[6] 张宪民, 胡凯, 王念峰, 等. 基于并行策略的多材料柔顺机构多目标拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2016, 52(19): 1-8. ZHANG Xianmin, HU Kai, WANG Nianfeng, et al. Multi-objective topology optimization of multiple material compliant mechanisms based on parallel strategy[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(19): 1-8. (in Chinese)

[7] 王永立, 路懿. 分流式柔性铰六维力传感器刚度分析与结构优化[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(6): 419-426. WANG Yongli, LU Yi. Stiffness analysis and structure optimization of shunted sensor with flexure hinge[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(6): 419-426. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20190650&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2019.06.050. (in Chinese)

[8] LIU M, ZHAN J, ZHU B, et al. Topology optimization of compliant mechanism considering actual output displacement using adaptive output spring stiffness[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 143(4): 103728.

[9] ZHU B, ZHANG X, ZHANG H, et al. Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: a review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 143(1): 103622.

[10] PEDERSEN C B W, BUHL T, SIGMUND O. Topology synthesis of large-displacement compliant mechanisms[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, 50(12): 2683-2705.

[11] BRUNS T E, TORTORELLI D A. Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(26-27): 3443-3459.

[12] BRUNS T E, SIGMUND O. Toward the topology design of mechanisms that exhibit snap-through behavior[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 193(36-38): 3973-4000.

[13] DU Y, CHEN L, TIAN Q, et al. Topology synthesis of thermomechanical compliant mechanisms with geometrical nonlinearities using meshless method[J]. Advances in Engineering Software, 2009, 40(5): 315-322.

[14] LUO Z, TONG L. A level set method for shape and topology optimization of large-displacement compliant mechanisms[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2008, 76(6): 862-892.

- [15] LIU L, XING J, YANG Q, et al. Design of large-displacement compliant mechanisms by topology optimization incorporating modified additive hyperelasticity technique[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017;1–11.
- [16] ZHU B, CHEN Q, LI H, et al. Design of planar large-deflection compliant mechanisms with decoupled multi-input-output using topology optimization[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2019, 11(3): 031015.
- [17] DUYSINX P, BENDSOE M P. Topology optimization of continuum structures with local stress constraints[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1998, 43: 1453–1478.
- [18] LEON D M D, ALEXANDERSEN J, FONSECA J S O, et al. Stress-constrained topology optimization for compliant mechanism design [J]. *Structural Multidisciplinary Optimization*, 2015, 52(5): 1–15.
- [19] 占金青, 龙良明, 刘敏, 等. 基于最大应力约束的柔顺机构拓扑优化设计[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(23): 32–38. ZHAN Jinqing, LONG Liangming, LIU Min. Topological design of compliant mechanisms with maximum stress constraint[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(23): 32–38. (in Chinese)
- [20] CHU S, GAO L, XIAO M, et al. Stress-based multi-material topology optimization of compliant mechanisms[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2018, 113(7): 1021–1044.
- [21] WANG F, LAZAROV B S, SIGMUND O, et al. Interpolation scheme for fictitious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2014, 276: 453–472.
- [22] LIU M, ZHNA J, ZHU B, et al. Topology optimization of distributed flexure hinges with desired performance [J]. *Engineering Optimization*, 2020, 52(3): 405–425.
- [23] LE C, NORATO J, BRUNS T, et al. Stress-based topology optimization for continua[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, 41(4): 605–620.
- [24] JEONG S H, CHOI D, YOON G H, et al. Separable stress interpolation scheme for stress-based topology optimization with multiple homogenous materials[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2014, 82: 16–31.
- [25] OEST J, LUND E. Topology optimization with finite-life fatigue constraints[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 56(5): 1–15.
- [26] LAZAROV B S, WANG F, SIGMUND O, et al. Length scale and manufacturability in density-based topology optimization [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2016, 86(1): 189–218.
- [27] ZHU D, FENG Y, ZHAN W, et al. Topology optimization of three-translational degree-of-freedom spatial compliant mechanism[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2019, 11(2): 1–12.
- [28] AAGE N, LAZAROV B S. Parallel framework for topology optimization using the method of moving asymptotes[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 47(4): 493–505.
- [29] COOK R F. Strength and sharp contact fracture of silicon[J]. *Journal of Materials Science*, 2006, 41(3): 841–872.

(上接第 407 页)

- [16] 王雨, 张慧博, 戴士杰, 等. 风电叶片打磨机器人柔性末端终端滑模力控制[J]. *计算机集成制造系统*, 2019, 25(7): 1757–1766. WANG Yu, ZHANG Huibo, DAI Shijie, et al. Terminal sliding mode control of flexible end grinding force of wind turbine blade grinding robot[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2019, 25(7): 1757–1766. (in Chinese)
- [17] 田浩, 余跃庆, 吕强. 片簧型柔顺并联机器人运动规划与轨迹跟踪技术[J/OL]. *农业机械学报*, 2015, 46(3): 372–378. TIAN Hao, YU Yueqing, LÜ Qiang. Motion planning and trajectory of parallel robot with leaf compliant joint [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2015, 46(3): 372–378. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20150354&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.03.054. (in Chinese)
- [18] NANOS K, PAPADOPOULOS E G. On the dynamics and control of flexible joint space manipulators[J]. *Control Engineering Practice*, 2015, 45: 230–243.
- [19] JAYAKODY H, SHI L L, KATUPOTOYA H, et al. Robust adaptive coordination controller for a spacecraft equipped with a robotic manipulator[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 39(12): 2699–2711.
- [20] DUBAY R, HASSAN M, LI C, et al. Finite element-based model predictive control for active vibration suppression of a one-link flexible manipulator[J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(5): 1609–1619.
- [21] WANG Y M, FENG Y, YU X H. Fuzzy terminal sliding mode control of two-link flexible manipulator[C]//*Proceeding of the 34th Annual Conference of IEEE on Industrial Electronics*. Orlando: IEEE, 2008: 1620–1625.
- [22] 戈新生, 崔玮, 赵秋玲. 刚柔性耦合机械臂轨迹跟踪与振动抑制[J]. *工程力学*, 2005, 22(6): 188–191. GE Xinsheng, CUI Wei, ZHAO Qiuling. Trajectory tracking control and vibration suppression of rigid flexible manipulators [J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 22(6): 188–191. (in Chinese)
- [23] SHAHEED M H, TOKHI O. Adaptive closed-loop control of a single-link flexible manipulator[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2013, 19(13): 2068–2080.
- [24] QIU Z C, YANG J, ZHANG X M. Self-excited vibration control of the flexible planar parallel 3–RRR robot[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2019, 25(2): 351–361.
- [25] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论与控制[M]. 北京:机械工业出版社, 1997.