

基于单参数 Logistic 的典型作物相对叶面积指数模型研究

王全九^{1,2} 刘云鹤¹ 苏李君¹

(1. 西安理工大学省部共建西北旱区生态水利国家重点实验室, 西安 710048;

2. 中国科学院水利部水土保持研究所黄土高原土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室, 陕西杨凌 712100)

摘要: 为系统分析叶面积指数变化特征,构建便于实际应用的作物生长模型,在对现有叶面积指数模型参数变化特征分析的基础上,以相对有效积温为自变量,利用修正 Logistic 模型分析了冬小麦、夏玉米、水稻 3 种作物相对叶面积指数的增长特征,并确立了模型参数之间的关系。研究结果表明,参数 a 、 b 和 c 与相对有效积温特征值有关,随着 c 的增大, a 逐渐增大、 b 逐渐减小,且其增大或减小速率均与相对有效积温有关;参数 a 、 c 与 b 之间也存在一定函数关系。基于参数之间的关系,对相对化修正 Logistic 模型进行了简化,建立了描述冬小麦、夏玉米和水稻 3 种作物的叶面积指数增长过程的单参数 Logistic 模型。利用实测资料对模型进行了评估,结果表明,该模型能够很好地模拟相对叶面积指数的增长变化过程。该简化模型参数少、形式简单、便于分析,因此易于应用,对建立其他作物的单参数相对叶面积指数模型具有一定的参考价值。

关键词: 典型作物; 相对叶面积指数; 相对有效积温; 单参数 Logistic 模型

中图分类号: S5-3 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2020)07-0210-10

OSID: 

Relative Leaf Area Index of Typical Crops Based on Single Parameter Logistic Model

WANG Quanjiu^{1,2} LIU Yunhe¹ SU Lijun¹

(1. State Key Laboratory of Eco-hydraulics in Northwest Arid Region of China, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China

2. State Key Laboratory of Soil Erosion and Dryland Farming on the Loess Plateau, Institute of Soil and Water Conservation, Ministry of Water Resources and Chinese Academy of Sciences, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: Systematic analysis of leaf area index variation characteristics is the basis for constructing a model for practical application of crop growth. The meteorological data and crop leaf area index change data were collected and used for analytical modeling. Based on the analysis of the parameters of existing leaf area index model and the relative growing degree days as the independent variable, the modified Logistic model was used to analyze the growth characteristics of the relative leaf area index of winter wheat, summer maize and rice, and the relationship among the model parameters were established. The results showed that the parameters a , b and c were related to the relative growing degree days eigenvalues. With the increase of c , the value of a was increased and that of b was decreased gradually, and its increase or decrease rate was related to the relative growing degree days, and the rate of change of the three crops was different. At the same time, there was a certain functional relationship between parameters a , c and b . Based on the relationship between parameters, the Logistic model of relative modification was simplified, and a single parameter Logistic model describing the leaf area index growth process of three crops of winter wheat, summer maize and rice was established. The model was evaluated using measured data. The results showed that the single parameter model can simulate the growth process of the relative leaf area index. The simplified model had the characteristics of less parameters, simple form and convenient analysis, so it was easy to popularize and apply, and had certain reference value for establishing single parameter relative leaf area index model of other crops.

Key words: typical crop; relative leaf area index; relative growing degree days; single parameter Logistic model

收稿日期: 2019-10-06 修回日期: 2019-12-30

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51679190、51979220)、国家自然科学基金重点项目(41830754)和陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2018JQ5094)

作者简介: 王全九(1964—),男,教授,博士生导师,主要从事土壤物理与养分运移研究,E-mail: wquanjiu@163.com

0 引言

冬小麦、夏玉米和水稻是 3 种主要的粮食作物，占我国粮食总产量的 90% 左右，准确分析作物生长过程和预测粮食产量越来越受到关注。叶面积指数作为表征作物生长的主要指标，可间接反映作物对水、肥、光等环境因子的吸收利用情况，并在很大程度上决定产量^[1-3]。因此，对叶面积指数变化特征分析是产量预测的重要环节。

Logistic 方程由生态学家首次提出，被用于描述细菌种群密度增长的规律，即随着种群密度的增加，细菌的相对增长率呈下降趋势，与时间无关^[4]。此后，该方程被广泛应用于农业气象学领域，描述作物的生长过程，包括干物质积累和株高的增长等^[5-7]。文献[8]在进行植物表型测量系统的研究以及实现作物生长的可视化研究中也利用了 Logistic 方程。但 Logistic 方程仅能描述作物指标的增长过程，无法分析某些指标在作物生育后期的下降过程。文献[7]提出了一种修饰的 Logistic 方程——双 Logistic 方程，该方程引入了一个新的参数 k_1 ，表示受作物基因影响和环境约束的最长生育期，却仍未能对作物生育后期的叶面积指数变化特征进行很好的模拟。文献[4]指出了 Logistic 方程描述作物群体动态的不足，认为作物器官的生长变化率不仅与种群竞争有关，还与作物自身所处的生育期有关，即使不存在种群竞争，作物也会逐渐生长、消亡。因此，在 Logistic 方程的基础上提出了修正的 Logistic 模型，并被大量应用于描述作物全生育期内叶面积指数的变化过程。

有效积温是指作物生长到某个阶段所积累的有效温度，与作物的生物学上、下限温度有关^[9]。相较于生育期天数，有效积温更能反映作物生长与气象条件之间的内在联系和更好地描述作物生长过程，因此，以有效积温为自变量建立作物的叶面积指数生长模型更具有生物学意义。文献[10]基于遥感、Logistic 模型和有效积温研究了冬小麦生育期的提取方法。文献[11]在实现黄瓜叶片生长变化的仿真过程中，以有效积温作为外界环境驱动因子进行了研究。文献[12]利用有效积温和 Logistic 方程，建立了马铃薯的叶面积指数和干物质的增长模型。文献[13]借助修正的 Logistic 模型，分别以播种后天数和有效积温为自变量，建立了冬小麦叶面积指数的增长模型，分析了两种建模方法的拟合效果，并进一步利用相对有效积温建立了冬小麦返青至成熟阶段的相对叶面积指数变化模型，结果表明，相对叶面积指数与相对有效积温之间具有相关关

系，指出此种方法能够很好地描述叶面积的生长变化过程。文献[14]在修正 Logistic 模型的基础上，扩充了时间项，建立了冬小麦株高及叶面积指数与有效积温之间的扩充 Logistic 模型，但该模型中待定参数较多，且需采取试算法确定参数，计算较为复杂。

已有研究表明，利用修正的 Logistic 模型可较好地描述不同作物的叶面积指数变化特征^[15-16]，但对于模型参数的变化特征以及参数之间的关系仍缺乏深入分析。本文针对冬小麦、夏玉米、水稻 3 种典型粮食作物，分析叶面积指数随相对有效积温的变化过程，探讨修正的 Logistic 模型参数间的关系，以期建立简单的、适于实际应用的相对叶面积增长模型。

1 研究方法

1.1 数据来源

针对冬小麦、夏玉米和水稻 3 种典型作物，查阅文献资料，分别收集了 45 组不同地区、不同种植时间的作物叶面积指数生长数据，其中 30 组用于模型参数分析，15 组用于模型准确性评价。利用中国气象数据网获取不同作物生长阶段的温度数据，计算其对应的相对叶面积指数和相对有效积温。表 1 为 3 种作物的叶面积生长数据来源。在选取数据时，以典型种植管理模式下的作物生长数据为主，不选取未经大面积推广技术条件下的生长数据。

1.2 简化叶面积增长 Logistic 模型建立与评价方法

结合具体作物叶面积指数增长至某一特殊阶段时（如叶面积指数最大时、叶面积指数为最大值的一半时）的相对有效积温，考虑相对化修正 Logistic 模型的参数关系，对修正 Logistic 模型

$$y = \frac{y_{\max}}{1 + e^{a + bt + ct^2}} \tag{1}$$

式中 y ——研究指标，可表示种群密度、作物干物质积累量、株高等

$y_{\max}$ —— y 的上限
 $a、b、c$ ——参数 t ——时间

进行数学变换。针对 3 种典型作物，分别建立其对应的简化叶面积增长 Logistic 模型。

采用常用的 3 种评价指标对模型准确性进行评价，即决定系数 R^2 、均方根误差（RMSE）和相对误差（RE）。 R^2 越接近于 1，模型模拟值与实际值的一致性越好；RMSE 和 RE 越小，表示模型模拟效果越好。对于最终建立的简化修正 Logistic 模型，利用 SPSS 22.0 软件分析其模拟结果，与实际相对叶面积指数进行对比，分析残差和方差显著性。

表 1 冬小麦、夏玉米、水稻生长数据来源

Tab.1 Data sources for three crops of winter wheat, summer maize and rice

作物	数据类型	品种	种植地区	种植年份	数据量	生长数据 来源 文献序号	气象站 编号	备注(在文献中的处理)
冬小麦	建模数据	烟农 19 号	山东济南	1995—1996	1	[17]	54823	
		高优 503	河北栾城	2001—2002	1	[18]	53798	
		新冬 41 号	新疆玛纳斯	2014—2015	1	[19]	51133	
		晋麦 79 号	山西运城	2012—2013	6	[21]	53959	N0W800、N200W800、N250W800、 N250W1000、N0W1200、N250W1200
		宁麦 9 号	江苏高邮	2001—2002	1	[22]	58241	基追比 6:4
	验证数据	豫麦 49 - 198	河南许昌	2015—2016	1	[20]	57089	
		宁麦 9 号	江苏高邮	2001—2002	1	[22]	58241	处理为 7:3
		皖麦 369	湖北潜江	2009—2010	1	[23]	57476	
		扬麦 10 号	江苏常熟	2007—2008	1	[24]	58354	N1
		西农 979	陕西杨凌	2010—2011	1	[25]	57034	N1P0
夏玉米	建模数据	郑单 958	辽宁海城	2015	1	[26]	54342	S4
		德美亚 3 号	黑龙江密山	2015	3	[27]	50983	M2、M4、M5
		吉单 631	吉林桦甸	2015	1	[29]	54273	种植密度 6.0
		金海 5 号	河北沧州	2006	1	[30]	54618	N0
		永玉 1 号	河北石家庄	2005	3	[31]	53698	
	验证数据	郑单 958	河北黄骅	2013	1	[32]	54624	T3
		郑单 958	辽宁海城	2015	1	[26]	54342	S2
		先玉 335	吉林长春	2008	1	[28]	54161	
		豫玉 22	吉林长春	2008	1	[28]	54161	
		CF008	河北沧州	2006	1	[30]	54618	N180
水稻	建模数据	武香梗 14 号	江苏无锡	2003	1	[33]	58354	LN
		常优 1 号	江苏常熟	2002	1	[34]	58354	播种期 5 月 22 日
		培杂泰丰	广东广州	2009	1	[35]	59287	CK
		IR72、IR75217H	北京海淀	2006	4	[36]	54511	IR72 N3、IR75217H N3、N4、N2
		沈农 265	辽宁盘锦	2004	2	[37]	54470	4 月 20 日播种、5 月 10 日播种
	验证数据	东农 419	黑龙江哈尔滨	2015	1	[38]	50953	B
		武香梗 14 号	江苏无锡	2003	2	[33]	58354	NM、HN
		培杂泰丰	广东广州	2009	3	[35]	59287	玉香油占 W1、CK、培杂泰丰 W2

2 模型构建

2.1 相对化的修正 Logistic 模型

为了体现气候对叶面积指数增长的影响,采用有效积温代替时间,形成了以有效积温为自变量的修正 Logistic 模型。同时为了消除作物不同品种、土壤条件对叶面积指数所引起的差异,对叶面积指数进行了归一化处理,采用相对叶面积指数为因变量的修正 Logistic 模型,具体表示为

$$R_{LAI} = \frac{1}{1 + e^{a + bP_{GDD} + cP_{GDD}^2}}$$
 (2)

其中 $P_{GDD} = \sum (T_{avg} - T_{base})$ (3)

式中 R_{LAI} ——相对叶面积指数
 P_{GDD} ——有效积温,℃
 T_{avg} ——日平均气温,℃
 T_{base} ——生物学下限温度,℃

为了统一分析不同地区温度对作物生长的影响,利用相对有效积温作为自变量,建立相对有效积温与相对叶面积指数的修正 Logistic 模型,具体表示为

$$R_{LAI} = \frac{1}{1 + e^{a + bR_{GDD} + cR_{GDD}^2}}$$
 (4)

式中 R_{GDD} ——相对有效积温,利用各生育期对应的有效积温除以全生育期的总有效积温计算所得

2.2 模型参数间关系

相对化的修正 Logistic 模型中包含 3 个参数,即 a 、 b 和 c 。在不同地区或不同时间下模型应用和参数率定过程较为繁杂,不利于模型的推广使用。因此,结合了 3 种典型作物关键生育阶段的相对有效积温,通过对模型的数学变换以及实际数据拟合,以期探明相对化的修正 Logistic 模型中 3 个参数之间的关系,建立便于参数确定的数学模型。

2.2.1 参数 b 和 c 与相对有效积温的关系

为了获得参数 b 和 c 与相对有效积温的关系，对式(4)求一阶导函数，并令 $\frac{dR_{LAI}}{dR_{GDD}} = 0$ ，得到最大相对叶面积指数相应的相对有效积温为

$$R_{Gl} = -\frac{b}{2c} \tag{5}$$

则 b 可以表示为

$$b = -2cR_{Gl} \tag{6}$$

式(6)表明，当某种作物的 R_{Gl} 一定时，随着参数 c 的不断增大， b 呈线性减小的趋势，减小速率与作物最大叶面积指数对应的相对有效积温有关，且该种作物对应的参数 b 与 c 的关系即可确定。此外，各作物的最大叶面积指数基本出现在孕穗灌浆期，因此孕穗灌浆期的相对有效积温与参数 b 和 c 有关。

2.2.2 参数 a 、 b 、 c 与相对有效积温的关系

令式(4)中的 $a + bR_{GDD} + cR_{GDD}^2 = 0$ ，可得 $R_{LAI} = 0.5$ 时的相对有效积温为

$$R_{Ghl} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} \tag{7}$$

式(7)表明，作物叶面积指数达到最大值的一半时，其相对有效积温与修正 Logistic 模型中的 3 个参数均有关。为了进一步探讨参数间的关系，分别利用数据来源中 10 组不同地区、不同种植时间的冬小麦、夏玉米和水稻生长数据，对式(4)进行参数拟合，拟合结果如表 2~4 所示。由表 2~4 可以看出，在将有效积温和叶面积指数都相对化的情况下，修正的 Logistic 模型对 3 种作物叶面积指数变化拟合效果较好。表中拟合参数值也表明，3 个参数之间存在一定函数关系。假定 $-b = \alpha(a + c)$ ，其中 α 为常数。由于从理论上难以建立 3 个参数间关系，只

表 2 不同地区冬小麦叶面积指数修正 Logistic 模型参数拟合结果
Tab.2 Parameter fitting results of modified Logistic model for winter wheat leaf area index in different regions

数据组序号	a_w	$-b_w$	c_w	R^2	RMSE
1	22.40	67.04	44.50	0.98	0.06
2	26.37	75.65	49.23	0.94	0.12
3	18.52	58.77	40.15	0.98	0.06
4	20.22	61.63	41.42	0.99	0.08
5	25.52	76.06	50.53	0.98	0.05
6	26.76	81.73	55.20	0.99	0.03
7	27.47	83.56	56.31	0.99	0.03
8	22.38	68.71	46.37	0.97	0.05
9	28.61	87.27	58.79	0.99	0.02
10	22.95	69.89	47.03	0.97	0.06

注： a_w 、 b_w 、 c_w 均表示冬小麦叶面积指数增长模型的参数。

表 3 不同地区夏玉米叶面积指数修正 Logistic 模型参数拟合结果
Tab.3 Parameter fitting results of modified Logistic model for summer maize leaf area index in different regions

数据组序号	a_m	$-b_m$	c_m	R^2	RMSE
1	7.97	34.30	26.34	0.95	0.07
2	6.15	27.72	21.50	0.98	0.05
3	7.60	28.98	21.32	0.95	0.08
4	8.20	32.10	23.86	0.97	0.06
5	8.52	32.92	24.47	0.93	0.10
6	7.58	29.32	21.68	0.96	0.09
7	11.34	39.19	27.82	0.98	0.09
8	12.08	43.07	31.14	0.99	0.07
9	10.82	38.13	27.32	0.98	0.09
10	16.05	63.67	47.81	0.99	0.01

注： a_m 、 b_m 、 c_m 均表示夏玉米叶面积指数增长模型的参数。

表 4 不同地区水稻叶面积指数修正 Logistic 模型参数拟合结果
Tab.4 Parameter fitting results of modified Logistic model for rice leaf area index in different regions

数据组序号	a_r	$-b_r$	c_r	R^2	RMSE
1	6.26	23.19	17.03	0.89	0.14
2	6.69	23.86	17.21	0.91	0.13
3	7.12	27.29	20.24	0.89	0.20
4	6.95	29.52	22.47	0.98	0.08
5	8.36	37.92	29.46	0.99	0.03
6	3.36	18.49	15.21	0.96	0.08
7	7.61	33.39	26.11	0.98	0.07
8	4.51	22.20	17.81	0.92	0.13
9	5.49	28.96	23.66	0.99	0.05
10	4.60	23.10	18.69	0.92	0.13

注： a_r 、 b_r 、 c_r 均表示水稻叶面积指数增长模型的参数。

能利用实验资料来分析 α 变化特征。为了确定系数 α ，分别作 3 种作物 $a + c$ 与 $-b$ 之间的关系图，见图 1。图 1 结果表明， $a + c$ 与 $-b$ 之间存在着明显的线性关系， R^2 均等于 0.99，RMSE 不大于 0.13，RE 不大于 0.002%，而且 α 近似等于 1，这样 α 可认为等于 1，并有

$$-b = a + c \tag{8}$$

2.2.3 参数 a 和 c 与相对有效积温的关系

为了获得修正 Logistic 模型中参数 a 和 c 与相对有效积温的关系，将式(8)代入到式(7)可得

$$R_{Ghl} = \frac{a + c - \sqrt{(a + c)^2 - 4ac}}{2c}$$

由表 2~4 可知， $c > a$ ，可获得

$$R_{Ghl} = \frac{a}{c} \tag{9}$$

则参数 a 可表示为

$$a = R_{Ghl}c \tag{10}$$

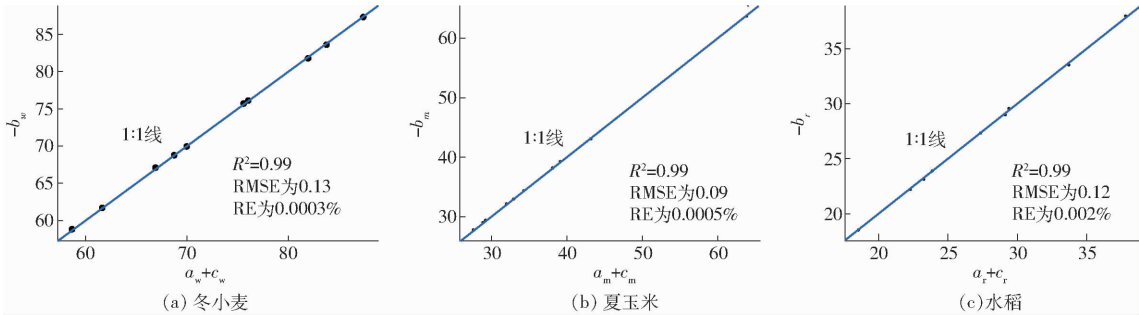


图1 冬小麦、夏玉米、水稻3种作物修正 Logistic 模型中 $a+c$ 与 $-b$ 的关系

Fig. 1 Relationships between $a+c$ and $-b$ in modified Logistic model of winter wheat, summer maize and rice

这样可以利用有效积温获得相对化修正 Logistic 模型参数

$$\begin{cases} b = -2cR_{Gl} \\ -b = a + c \\ a = R_{Ghl}c \end{cases} \quad (11)$$

2.2.4 参数 a 、 b 、 c 与相对有效积温的关系评估

由前面分析可以看出,式(9)是以式(8)为基础建立的,因此,可利用式(9)间接评估式(8)的正确性。为了评估式(9)合理性,将表2~4所得拟合参

数分别代入式(7),计算3种作物不同情况下所对应的 R_{chl} ,以及 a/c ,并将计算结果绘于图2中(图中 R_{chl_w} 、 R_{chl_m} 、 R_{chl_r} 分别指冬小麦、夏玉米、水稻在相对叶面积指数为0.5时的相对有效积温)。由图2可知,散点 $(a/c, R_{chl})$ 均分布在1:1线附近,拟合效果很好, R^2 均不小于0.98, RMSE 为0.002, RE 不大于0.006%,因此3种作物参数均满足 $R_{chl} = \frac{a}{c}$ 的关系,表明式(9)成立。

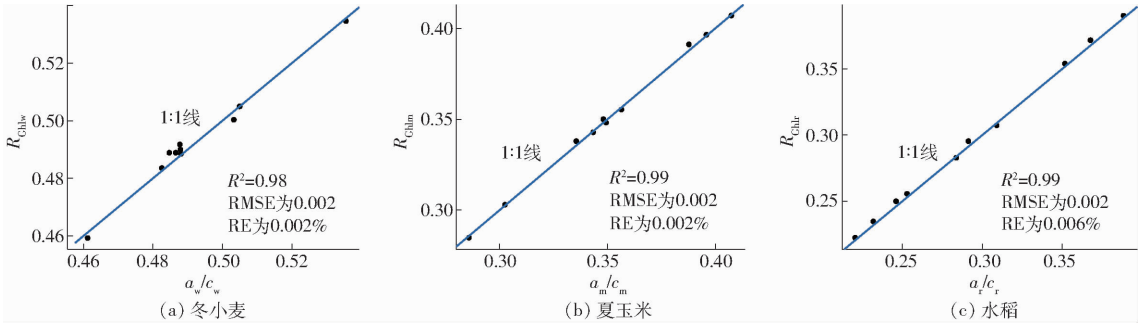


图2 冬小麦、夏玉米、水稻3种作物 R_{Ghl} 与 a/c 对比

Fig. 2 Comparisons of R_{Ghl} and a/c values of three crops of winter wheat, summer maize and rice

为了进一步评估式(8)的合理性,利用式(11)获得了最大相对叶面积指数对应相对有效积温和相对叶面积指数为1/2时对应的相对有效积温的关系

$$R_{Gl} = \frac{a+c}{2c} = \frac{R_{Ghl}c+c}{2c} = \frac{1+R_{Ghl}}{2} \quad (12)$$

由式(12)可以看出,最大相对叶面积指数相应

的相对有效积温和相对叶面积指数为1/2时相应的相对有效积温间存在正相关关系。利用式(5)计算3种作物不同情况下的 R_{Gl} ,并利用式(12)计算 $\frac{1+R_{Ghl}}{2}$,将计算结果绘制成图3(图中 R_{Gl_w} 、 R_{Gl_m} 、 R_{Gl_r} 分别指冬小麦、夏玉米和水稻相对叶面积指数最大

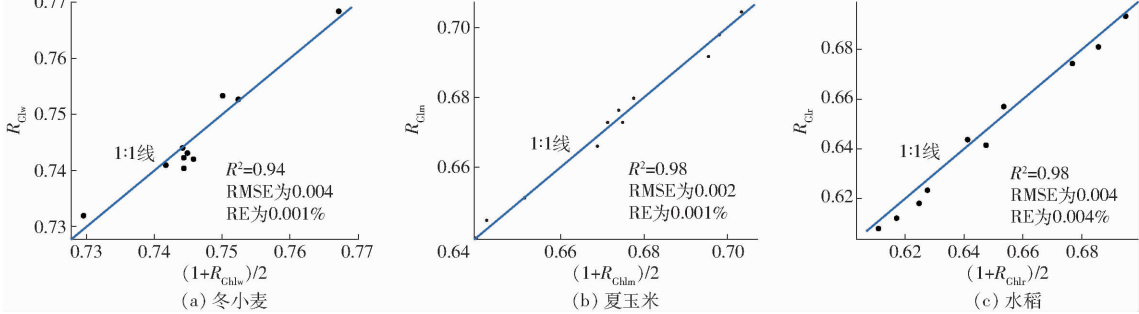


图3 冬小麦、夏玉米、水稻3种作物 R_{Gl} 与 $\frac{1+R_{Ghl}}{2}$ 对比

Fig. 3 Comparisons of R_{Gl} and $\frac{1+R_{Ghl}}{2}$ values of three crops of winter wheat, summer maize and rice

时的相对有效积温)。由图 3 可看出,3 种作物参数均满足 $R_{Gl} = \frac{1 + R_{Ghl}}{2}$ 关系,且与 1:1 线拟合效果较好 (R^2 大于等于 0.94, RMSE 不大于 0.004, RE 小于等于 0.004%),从而间接验证 $-b = a + c$ 关系成立。

3 单参数相对叶面积指数模型及其评估

3.1 单参数修正 Logistic 模型

前面已经确定了相对化的修正 Logistic 模型中 3 个参数之间的关系,并且明确了参数与相对有效积温的定量表达式(式(11)),利用式(11)对修正的 Logistic 模型进行参数简化,则有简化模型

R_{LAI} = \frac{1}{1 + e^{c(\sqrt{R_{Ghl}} + R_{GDD})^2 - (\sqrt{R_{Ghl}} + 1)^2 c R_{GDD}}} \tag{13}

由于不同作物种类对应的 R_{Ghl} 不同,利用表 1 中所列的 3 种作物数据,分别计算其 R_{Ghl} 。结果显示,冬小麦 R_{Ghlw} 在 0.48~0.50 之间,夏玉米 R_{Ghlm} 在 0.28~0.41 之间,水稻 R_{Ghlr} 在 0.22~0.38 之间。由于 R_{Ghl} 变化幅度和数值较小,其对计算结果影响也较小,为了简化模型分别取各范围平均值,即 $R_{Ghlw} = 0.49, R_{Ghlm} = 0.35, R_{Ghlr} = 0.30$,则冬小麦、夏玉米、水稻 3 种作物的单参数 Logistic 相对叶面积指数增长模型可表示为

R_{LAIw} = \frac{1}{1 + e^{c_w(0.7 + R_{GDD})^2 - 2.89c_w R_{GDD}}}

R_{LAI m} = \frac{1}{1 + e^{c_m(0.592 + R_{GDD})^2 - 2.533c_m R_{GDD}}}

R_{LAI r} = \frac{1}{1 + e^{c_r(0.547 + R_{GDD})^2 - 2.395c_r R_{GDD}}}

\tag{14}

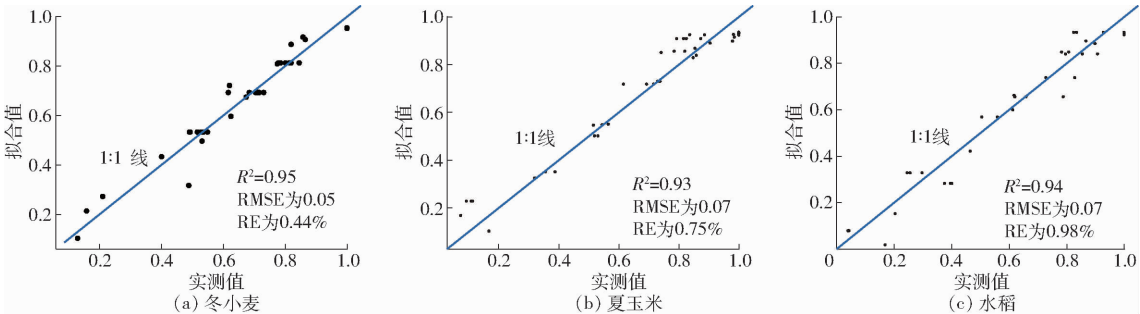


图 4 模型计算结果与建模实测数据比较

Fig. 4 Comparisons between simulated R_{LAI} and measured data used in establishing model

3.2.2 利用其他数据进行评估

为了进一步评价单参数 Logistic 模型的拟合效果,采用表 1 提供的冬小麦、夏玉米、水稻 3 种作物生长数据作为验证数据,利用式(14)计算相对叶面积指数,并与实际值进行比较,结果如图 6 所示。由图 6 可知,3 种作物的 5 组验证数据同样与 1:1 线较为吻合, R^2 均不小于 0.90, 相对误差均不大于

式中 R_{LAIw} ——冬小麦相对叶面积指数
 $R_{LAI m}$ ——夏玉米相对叶面积指数
 $R_{LAI r}$ ——水稻相对叶面积指数

这样将冬小麦、夏玉米和水稻 3 种作物的修正 Logistic 三参数模型简化为单参数模型,可以利用单参数模型和相对有效积温特征值,计算作物相对叶面积指数变化过程。

3.2 单参数修正 Logistic 模型评估

3.2.1 利用建模数据进行评估

为了评价所建单参数修正 Logistic 模型,利用式(14)拟合 3 种作物对应的参数 c ,并分别计算 3 种作物的相对叶面积指数,并与实测的叶面积生长数据进行对比,结果绘制成图 4。由图 4 可以看出,计算结果和实测数据之间的散点与 1:1 线吻合较好,3 种作物的决定系数均大于等于 0.93,相对误差在 1% 以内。同时,利用计算结果与实测数据进行了独立样本 T 检验,分析两组数据的方差显著性。结果显示 3 种作物检验结果 P 均大于 0.911,远大于置信区间 0.05。因此,利用本模型所计算的相对叶面积指数并与实测相对叶面积指数之间不具有显著性差异,表明本研究所建模型符合作物实际生长过程,模型计算效果较好。为了进一步说明简化相对修正 Logistic 模型的计算结果与实际相对叶面积指数变化过程吻合程度,利用模型计算了相对叶面积指数并与实测数据进行对比,结果如图 5 所示。由图 5 可知,所建单参数模型比较好地描述了冬小麦、夏玉米、水稻 3 种作物的相对叶面积指数变化过程,模拟效果较好, R^2 均大于 0.90。

1.94%,表明实测数据与计算结果之间较为吻合。计算和实测的 3 种作物相对叶面积指数变化曲线如图 7 所示。由图 7 可以看出,简化 Logistic 模型的计算效果较好,3 种作物的拟合曲线决定系数均大于 0.90, RMSE 均小于 0.2000,拟合效果较好。进一步对模型进行标准化残差分析,结果如图 8 所示。由图 8a、8b 可以看出,误差服从正态分布,且残差散点

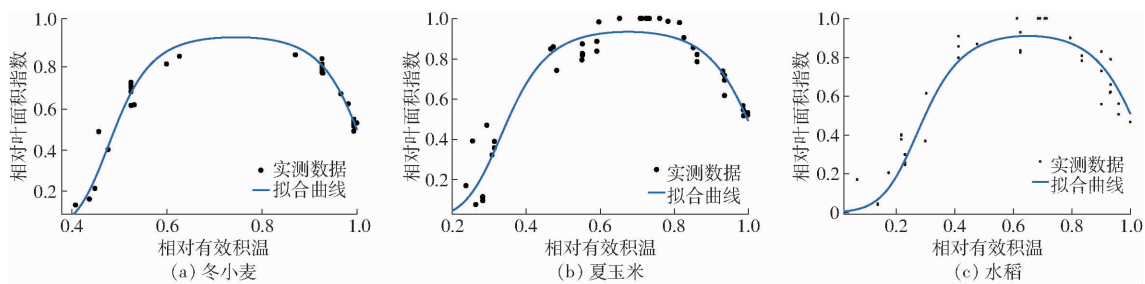


图5 冬小麦、夏玉米、水稻3种作物建模叶面积指数的简化相对修正 Logistic 模型拟合曲线
Fig.5 Curves of relative leaf area index of three crops of winter wheat, summer maize and rice fitted by simplified Logistic model (data used in establishing model)

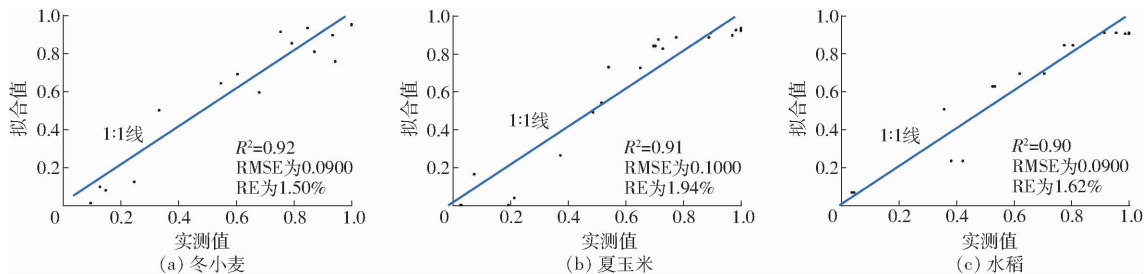


图6 模型计算结果与验证数据比较
Fig.6 Comparisons of model simulated data and verification data

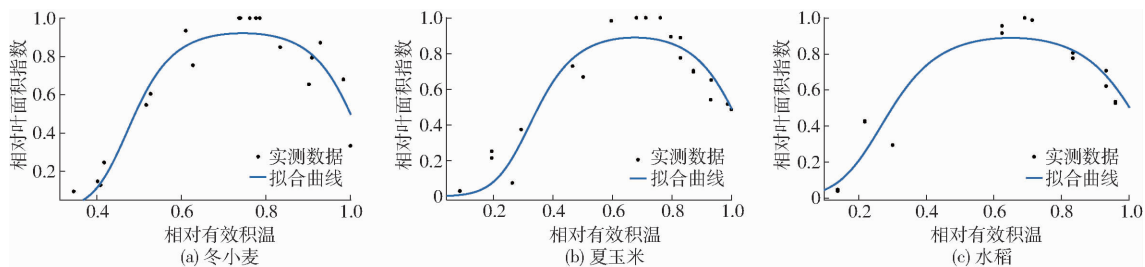


图7 冬小麦、夏玉米、水稻3种作物验证叶面积指数的简化相对修正 Logistic 模型拟合曲线
Fig.7 Curves of relative leaf area index of three crops of winter wheat, summer maize and rice fitted by simplified Logistic model (verification data)

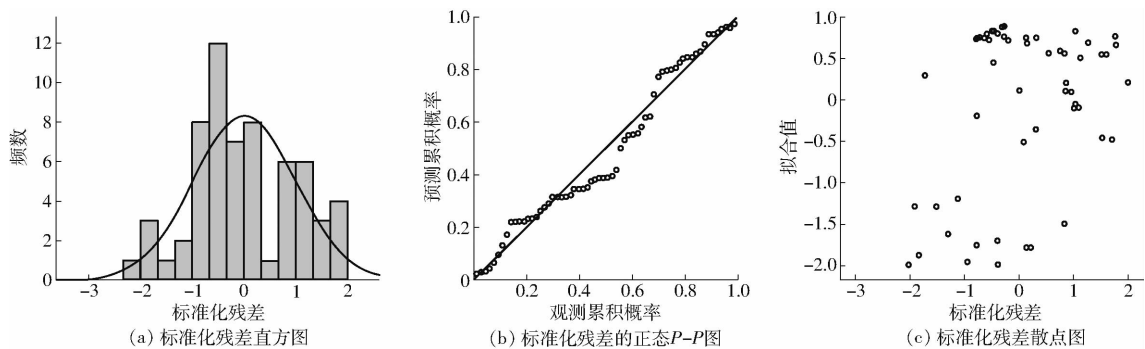


图8 单参数 Logistic 模型残差分析结果
Fig.8 Residual analysis results of single parameter Logistic model

图中,残差在 $-2 \sim 2$ 之间随机分布,可解释大部分预测值,残差独立。综上可知,该模型可以用于描述作物相对叶面积指数变化过程。

4 讨论

作物叶面积指数在一定程度上可以反映最终产量,叶面积指数过小时,作物可能因营养吸收不良而导致低产,过大则可能说明作物所吸收的营养物质

在其器官内分配不合理,也将造成减产,因此对叶面积变化情况的模拟分析对预测作物产量有着重要作用^[39]。现有研究对作物叶面积指数的模拟方法主要包括修正 Logistic 模型、有理方程^[40]以及对数模型^[13]等,这些方法均能较好地描述叶面积的变化过程,其中修正 Logistic 模型应用最为广泛。

活动积温是指高于作物生物学下限温度的日均温度之和,包含了低于生物学下限温度的无效积温,

相对于活动积温,有效积温更能确切、稳定地反映作物对热量的需求。本研究主要针对修正 Logistic 模型,以冬小麦、夏玉米和水稻 3 种作物为研究对象,借助相对有效积温建立了相对化的修正 Logistic 模型,并对模型中的参数关系进行了分析,同时进一步简化模型,建立了 3 种作物的单参数修正 Logistic 模型。模型评价结果显示,该模型对作物相对叶面积指数的计算结果与实际数据之间差异不显著,模拟效果良好。且该简化模型因其参数少,形式简单,较三参数模型更易推广应用。在建立简化修正 Logistic 模型时, $-b = a + c$ 是一项不可或缺的条件,此条件是基于相对化的修正 Logistic 模型获得的,且此次研究仅包括冬小麦、夏玉米和水稻 3 种典型作物,对于其他作物,仍需研究其相对化的修正 Logistic 模型,进而建立对应的简化模型。实际上一些学者研究结果也显示类似结果,如文献[41]利用 10 组实验数据的平均值建立了叶面积指数与相对生育期之间的修正 Logistic 模型,模型拟合结果显示,其参数关系也满足 $-b = a + c$,而本次研究中所采用的相对有效积温也可代表作物的相对生育期,因此作物相对生育期与生长指标之间的关系仍需进行深入研究,进而明晰其对应模型参数之间的内在联系,进一步简化修正的 Logistic 模型。

实际生产中,作物成熟度主要依靠人的经验来判断,因此相较于作物真实停止生长发育的时期,人为判断的收获期可能提前或者推后。本研究利用修正 Logistic 模型,计算了所收集的各组数据对应的最大有效积温,发现冬小麦的最大有效积温在 1 550 ~ 1 675℃ 之间,夏玉米在 1 810 ~ 2 012℃ 之间,水稻在 1 314 ~ 1 460℃ 之间,不同地区作物生长所需的最大有效积温不同,并且由北向南,作物所需积温呈现出由小变大的趋势。因此初步判定,作物生长所需的有效积温与作物种植地区有关,平均气温较高的地

区,作物生长所需的有效积温也相对较高。此后应深入分析不同地区作物生长所需有效积温的空间变异情况,进一步把握不同地区、不同作物的生长态势。

综上,本研究基于修正 Logistic 模型,建立了冬小麦、夏玉米、水稻 3 种作物更易于推广和普及的叶面积指数简化模型,减少了模型参数,更易于预测作物产量,提高农业生产效率,对于建立其他作物的叶面积指数简化 Logistic 模型具有一定的指导和借鉴意义。

5 结论

(1)在相对化修正 Logistic 模型中,参数 b 与 c 之间存在线性关系,随着参数 c 的增大, b 逐渐减小,并且其斜率受作物叶面积指数达到最大值时对应的相对有效积温的影响,不同作物的斜率不同,冬小麦斜率最小,水稻斜率最大。

(2)在相对化修正 Logistic 模型中,参数 a 、 b 、 c 之间满足 $-b = a + c$ 的关系,通过 3 种作物拟合数据进行了验证,结果表明,模型拟合效果较好。

(3)在相对化修正 Logistic 模型中,参数 a 与 c 之间存在正相关关系,随着 c 的增大, a 逐渐增大,其斜率与作物叶面积指数达到最大值的 1/2 时所对应的相对有效积温有关,3 种典型作物中,冬小麦斜率最小,水稻斜率最大。

(4)在相对化修正 Logistic 模型的基础上,结合各参数之间的关系,建立了冬小麦、夏玉米和水稻 3 种典型作物相对叶面积指数的单参数 Logistic 模型。模型评价结果表明,其计算结果与实际相对叶面积指数之间不具有显著性差异,且对相对叶面积指数变化过程拟合效果较好。该模型可以用于描述冬小麦、夏玉米和水稻 3 种典型作物相对叶面积指数的变化过程。

参 考 文 献

[1] 权丽双,王振华,郑旭荣,等. 水氮耦合对滴灌复播油葵生长及产量的影响[J]. 干旱地区农业研究, 2016, 34(1):61 – 65.
QUAN Lishuang, WANG Zhenhua, ZHENG Xurong, et al. Effects of water-nitrogen coupling on the growth and yield of oil sunflower in a drip-irrigated multiple cropping system[J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2016, 34(1):61 – 65. (in Chinese)

[2] BOARD J E. Soybean cultivar differences on light interception and leaf area index during seed filling[J]. Agronomy Journal, 1997, 96(1):305 – 310.

[3] WIEGAND C L, RICHARDSON A J. Leaf area, light interception, and yield estimates from spectral components analysis[J]. Agronomy Journal, 1984, 76(4):543 – 548.

[4] 王信理. 在作物干物质积累的动态模拟中如何合理运用 Logistic 方程[J]. 农业气象, 1986, 7(1):14 – 19.

[5] 张娜,仵妮平,徐文修,等. 不同施氮水平对滴灌冬小麦干物质生产及产量的影响[J]. 中国农学通报, 2015, 31(33):21 – 26.
ZHANG Na, WU Niping, XU Wenxiu, et al. Effect of nitrogen levels on dry matter and yield of winter wheat under drip irrigation[J]. Chinese Agricultural Science Bulletin, 2015, 31(33):21 – 26. (in Chinese)

[6] 王增丽,栾元利,温广贵,等. 不同灌溉方式下制种玉米叶面积指数、干物质累积与产量研究[J]. 干旱地区农业研究, 2017, 35(6):27 – 31.
WANG Zengli, LUAN Yuanli, WEN Guanggui, et al. Research on the leaf area index, dry matter accumulation with yield of

- seed maize under different irrigation methods[J]. *Agricultural Research in the Arid Areas*, 2017, 35(6):27–31. (in Chinese)
- [7] 佟屏亚,凌碧莹,关义新. 夏玉米干物质累积动态模拟[J]. *北京农业科学*, 1996(5):22–25.
TONG Pingya, LING Biying, GUAN Yixin. Dynamic simulation of dry matter accumulation in summer maize[J]. *Beijing Agricultural Science*, 1996(5):22–25. (in Chinese)
- [8] 张慧春,王国苏,边黎明,等. 基于光学相机的植物表型测量系统与时序生长模型研究[J/OL]. *农业机械学报*, 2019, 50(10):197–207.
ZHANG Huichun, WANG Guosu, BIAN Liming, et al. Visible camera-based 3D phenotype measurement system and time-series visual growth model of plant[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(10):197–207. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20191022&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.10.022. (in Chinese)
- [9] MCMASTER G S, WILHELM W W. Growing degree-days: one equation, two interpretations[J]. *Agricultural & Forest Meteorology*, 1997, 87(4):291–300.
- [10] 黄健熙,赵剑桥,汪雪森,等. 基于遥感和积温的冬小麦生育期提取方法[J/OL]. *农业机械学报*, 2019, 50(2):169–176.
HUANG Jianxi, ZHAO Jianqiao, WANG Xuemiao, et al. Extraction method of growth stages of winter wheat based on accumulated temperature and remote sensing data[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(2):169–176. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190219&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.02.019. (in Chinese)
- [11] 唐卫东,刘振文,刘冬生,等. 基于形态重构的叶片性状特征可视化表达方法[J/OL]. *农业机械学报*, 2019, 50(8):249–256, 212.
TANG Weidong, LIU Zhenwen, LIU Dongsheng, et al. Visual expression method of leaf traits based on morphological reconstruction[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(8):249–256, 212. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190827&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.08.027. (in Chinese)
- [12] 王全九,蔺树栋,苏李君. 马铃薯主要生长指标对有效积温响应的定量分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2020, 51(3):306–316.
WANG Quanjiu, LIN Shudong, SU Lijun. Quantitative analysis of response of potato main growth index to growing degree days[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2020, 51(3):306–316. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20200335&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.03.035. (in Chinese)
- [13] 刘战东,段爱旺,高阳,等. 河南新乡地区冬小麦叶面积指数的动态模型研究[J]. *麦类作物学报*, 2008, 28(4):680–685.
LIU Zhandong, DUAN Aiwan, GAO Yang, et al. Study on dynamic model of leaf area index (LAI) for winter wheat in Xinxiang area[J]. *Journal of Triticeae Crops*, 2008, 28(4):680–685. (in Chinese)
- [14] 王声锋,段爱旺,徐建新. 冬小麦株高和叶面积指数变化动态分析及模拟模型[J]. *灌溉排水学报*, 2010, 29(4):97–100.
WANG Shengfeng, DUAN Aiwan, XU Jianxin. Dynamic changes and simulation model of plant height and leaf area index of winter wheat[J]. *Journal of Irrigation and Drainage*, 2010, 29(4):97–100. (in Chinese)
- [15] 曹彪,白云岗,陈俊克,等. 不同灌水处理对寒旱区紫花苜蓿叶面积指数的影响[J]. *新疆农业科学*, 2018, 55(4):737–745.
CAO Biao, BAI Yungang, CHEN Junke, et al. Experimental study on alfalfa leaf area index with different irrigation treatments in cold and arid regions[J]. *Xinjiang Agricultural Sciences*, 2018, 55(4):737–745. (in Chinese)
- [16] 马波,田军仓. 基于生理发育时间的压砂地西瓜发育动态模型及验证[J]. *农业工程学报*, 2016, 32(20):122–128.
MA Bo, TIAN Juncang. Growth and development dynamic model of watermelon in gravel-mulched field based on physiological development time[J]. *Transactions of the CSAE*, 2016, 32(20):122–128. (in Chinese)
- [17] 曹宏鑫,董玉红,王旭清,等. 不同产量水平小麦最适叶面积指数动态模拟模型研究[J]. *麦类作物学报*, 2006, 26(3):128–131, 139.
CAO Hongxin, DONG Yuhong, WANG Xuqing, et al. Studies on dynamic simulation models of optimum leaf area index of wheat under different yielding levels[J]. *Journal of Triticeae Crops*, 2006, 26(3):128–131, 139. (in Chinese)
- [18] 孙宏勇,张永强,张喜英,等. 华北平原冬小麦生长对水分胁迫的响应[J]. *华北农学报*, 2003, 18(3):23–26.
SUN Hongyong, ZHANG Yongqiang, ZHANG Xiying, et al. Effects of water stress on growth and development of winter wheat in the North China Plains[J]. *Acta Agriculturae Boreali-Sinica*, 2003, 18(3):23–26. (in Chinese)
- [19] 赵连佳,薛丽华,孙乾坤,等. 不同水氮处理对滴灌冬小麦田耗水特性及水氮利用效率的影响[J]. *麦类作物学报*, 2016, 36(8):1050–1059.
ZHAO Lianjia, XUE Lihua, SUN Qiankun, et al. Effect of different irrigation and nitrogen application on water consumption characteristics and the water and nitrogen use efficiencies under drip irrigation in winter wheat[J]. *Journal of Triticeae Crops*, 2016, 36(8):1050–1059. (in Chinese)
- [20] 郭建彪,马新明,时雷,等. 冬小麦叶面积指数的品种差异性与高光谱估算研究[J]. *麦类作物学报*, 2018, 38(3):340–347.
GUO Jianbiao, MA Xinming, SHI Lei, et al. Variety variation and hyperspectral estimate model of leaf area index of winter wheat[J]. *Journal of Triticeae Crops*, 2018, 38(3):340–347. (in Chinese)
- [21] 丁继君,栗丽,王旭钰. 水肥耦合对冬小麦生长和产量的影响[J]. *山西水土保持科技*, 2014, 26(4):12–14.
DING Jijun, LI Li, WANG Xuyu. Effects of water and fertilizer coupling on growth and yield of winter wheat[J]. *Soil and Water Conservation Science and Technology in Shanxi*, 2014, 26(4):12–14. (in Chinese)
- [22] 黄严帅,范袁斌,李炳生,等. 氮肥运筹对弱筋小麦宁麦9号群体结构和产量的影响[J]. *中国农学通报*, 2008, 24(9):122–126.

- HUANG Yanshuai, FAN Yuanbin, LI Bingsheng, et al. Effects of nitrogen application strategies on population structure and grain yield of the weak-gluten wheat Ningmai 9[J]. Chinese Agricultural Science Bulletin, 2008, 24(9):122 – 126. (in Chinese)
- [23] 夏天,吴文斌,周清波,等. 基于高光谱的冬小麦叶面积指数估算方法[J]. 中国农业科学, 2012, 45(10):2085 – 2092. XIA Tian, WU Wenbin, ZHOU Qingbo, et al. An estimation method of winter wheat leaf area index based on hyperspectral data[J]. Scientia Agricultura Sinica, 2012, 45(10):2085 – 2092. (in Chinese)
- [24] 张均华,刘建立,吕菲,等. 施氮对稻麦轮作区小麦地上器官干物质及氮素累积运转的影响[J]. 麦类作物学报, 2009, 29(5):892 – 896. ZHANG Junhua, LIU Jianli, LÜ Fei, et al. Effect of nitrogen application on accumulation and transportation of matter and nitrogen in above-ground organs of wheat in rice-wheat rotation area[J]. Journal of Triticeae Crops, 2009, 29(5):892 – 896. (in Chinese)
- [25] 贺佳,刘冰锋,李军. 不同生育时期冬小麦叶面积指数高光谱遥感监测模型[J]. 农业工程学报, 2014, 30(24):141 – 150. HE Jia, LIU Bingfeng, LI Jun. Monitoring model of leaf area index of winter wheat based on hyperspectral reflectance at different growth stages[J]. Transactions of the CSAE, 2014, 30(24):141 – 150. (in Chinese)
- [26] 曹殿云,王宏伟,刘国玲,等. 硫素对玉米光合特性及产量的影响[J]. 玉米科学, 2017, 25(2):68 – 73, 80. CAO Dianyun, WANG Hongwei, LIU Guoling, et al. Effects of sulfur element on photosynthetic characteristics and yield of maize[J]. Journal of Maize Sciences, 2017, 25(2):68 – 73, 80. (in Chinese)
- [27] 张鹏飞. 种植密度对德美亚3号叶面积指数及产量的影响[J]. 安徽农业科学, 2016, 44(30):29 – 30. ZHANG Pengfei. Effects of planting density on the yield and leaf area index of Demeiya 3[J]. Journal of Anhui Agricultural Sciences, 2016, 44(30):29 – 30. (in Chinese)
- [28] 谷岩,胡文河,王楠,等. 不同产量潜力玉米品种群体生理参数研究[J]. 玉米科学, 2011, 19(5):73 – 77. GU Yan, HU Wenhe, WANG Nan, et al. Canopy physiological parameter in maize with different yield potentials[J]. Journal of Maize Sciences, 2011, 19(5):73 – 77. (in Chinese)
- [29] 杜佃河,方向前,刘志友,等. 不同种植密度对吉单631玉米产量的影响[J]. 现代农业科技, 2017, 26(15):25 – 26. DU Dianhe, FANG Xiangqian, LIU Zhiyou, et al. Effect of different planting density on yield of maize variety Jidan 631[J]. Modern Agricultural Science and Technology, 2017, 26(15):25 – 26. (in Chinese)
- [30] 吕丽华,赵明,赵久然,等. 不同施氮量下夏玉米冠层结构及光合特性的变化[J]. 中国农业科学, 2008, 41(9):2624 – 2632. LÜ Lihua, ZHAO Ming, ZHAO Jiuran, et al. Canopy structure and photosynthesis of summer maize under different nitrogen fertilizer application rates[J]. Scientia Agricultura Sinica, 2008, 41(9):2624 – 2632. (in Chinese)
- [31] 金亚征,谢瑞芝,冯聚凯,等. 保护性耕作方式下华北平原夏玉米产量效应的研究[J]. 玉米科学, 2008, 16(4):143 – 146. JIN Yazheng, XIE Ruizhi, FENG Jukai, et al. Research on the effects of summer maize yield under conservation tillage pattern in North China Plain[J]. Journal of Maize Sciences, 2008, 16(4):143 – 146. (in Chinese)
- [32] 刘艳昆,阎旭东,徐玉鹏,等. 滨海地区不同耕作方式对土壤水分及夏玉米生长发育的影响[J]. 天津农业科学, 2014, 20(8):91 – 94. LIU Yankun, YAN Xudong, XU Yupeng, et al. Effects of different tillage methods on soil moisture and growth and development of summer maize in coastal area[J]. Tianjin Agricultural Sciences, 2014, 20(8):91 – 94. (in Chinese)
- [33] 孙成明,庄恒扬,杨连新,等. FACE水稻叶面积指数的模拟研究[J]. 农业环境科学学报, 2007, 26(3):1003 – 1007. SUN Chengming, ZHUANG Hengyang, YANG Lianxin, et al. Simulation study of leaf area index in FACE rice[J]. Journal of Agro-Environment Science, 2007, 26(3):1003 – 1007. (in Chinese)
- [34] 陈金龙,陆凤珍,周纪平,等. 不同播期同期移栽对常优1号粳稻生长发育的影响[J]. 江苏农业科学, 2003, 29(5):29 – 30. CHEN Jinlong, LU Fengzhen, ZHOU Jiping, et al. Effects of transplanting at different sowing dates on the growth and development of Changyou No.1 japonica rice[J]. Jiangsu Agricultural Sciences, 2003, 29(5):29 – 30. (in Chinese)
- [35] 郑天翔,唐湘如,罗锡文,等. 不同灌溉方式对精量穴直播超级稻生产的影响[J]. 农业工程学报, 2010, 26(8):52 – 55. ZHENG Tianxiang, TANG Xiangru, LUO Xiwen, et al. Effects of different irrigation methods on production of precision hill-direct-seeding super rice[J]. Transactions of the CSAE, 2010, 26(8):52 – 55. (in Chinese)
- [36] 贺帆. 不同氮肥水平对水稻冠层小气候和群体健康的影响[J]. 安徽农业科学, 2010, 38(5):2285 – 2287, 2338. HE Fan. Effects of N rates on canopy microclimate and community health in irrigated rice[J]. Journal of Anhui Agricultural Sciences, 2010, 38(5):2285 – 2287, 2338. (in Chinese)
- [37] 赵飞,荆彦辉,王嘉宇,等. 播种期对梗型超级稻产量及叶面积指数的影响[J]. 吉林农业科学, 2009, 34(3):1 – 2, 11. ZHAO Fei, JING Yanhui, WANG Jiayu, et al. Effect of sowing date on yield and LAI of super japonica rice[J]. Journal of Jilin Agricultural Sciences, 2009, 34(3):1 – 2, 11. (in Chinese)
- [38] 张俊宝,潘惠文,张洪文. 不同施肥方式对水稻生长发育及产量的影响[J]. 农业科技通讯, 2017, 28(3):66 – 69. ZHANG Junbao, PAN Huiwen, ZHANG Hongwen. Effects of different fertilization methods on growth and yield of rice[J]. Agricultural Technology Communication, 2017, 28(3):66 – 69. (in Chinese)
- [39] HUANG J X, TIAN L Y, LIANG S L, et al. Improving winter wheat yield estimation by assimilation of the leaf area index from Landsat TM and MODIS data into the WOFOST model[J]. Agricultural and Forest Meteorology, 2015, 204:106 – 121.
- [40] 刘小军,杨月,陆振洲,等. 播期和密度条件下冬小麦叶面积指数及干物质积累动态模型研究[C]//中国作物生理学术研讨会, 2012. LIU Xiaojun, YANG Yue, LU Zhenzhou, et al. Dynamic model of leaf area index and dry matter accumulation of winter wheat under sowing date and density[C]//Chinese Crop Physiology Symposium, 2012. (in Chinese)
- [41] 于强. 农田生态过程与模型[M]. 北京:科学出版社,2007.