

3 - RRS 并联机构轻量化设计

汪满新¹ 谌秋生¹ 刘方² 祖莉¹ 安守和¹

(1. 南京理工大学机械工程学院, 南京 210094; 2. 宜昌测试技术研究所, 宜昌 443003)

摘要: 以 3 - RRS 并联机构为对象, 研究基于静刚度约束的轻量化设计方法。首先以机构低阶固有频率最高为依据, 确定各子装配体间的刚度匹配系数, 进而基于刚度匹配系数将整机静刚度约束分配至各子装配体, 在此基础上, 考虑工艺制造及几何干涉等约束, 以各子装配体质量最小为目标, 完成各子装配体的轻量化设计, 进而实现整机的轻量化设计。在满足静刚度约束条件下, 所提出的轻量化设计方法可使整机质量最轻, 且具有优良的动态特性。

关键词: 并联机构; 轻量化设计; 刚度匹配

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)11-0411-09

Lightweight Design of 3 - RRS Parallel Mechanism

WANG Manxin¹ CHEN Qiusheng¹ LIU Fang² ZU Li¹ AN Shouhe¹

(1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China

2. Yichang Research Institute of Testing Technology, Yichang 443003, China)

Abstract: An approach for the lightweight design of a 3 - RRS (R and S represented revolute and spherical joints, respectively, and R denoted the revolute joint is active) parallel mechanism was presented. The stiffness model of the 3 - RRS parallel mechanism was expressed as the stiffness model of two sub-assemblies so as to obtain conclusion that the 3 - RRS parallel mechanism can be regarded as connected by the two sub-assemblies 'in series'. The stiffness matching coefficients between the two sub-assemblies was obtained by maximizing the lower-order natural frequencies, and then the rigidity constraints of the 3 - RRS parallel mechanism can be allocated to the two sub-assemblies. On this basis, the lightweight design of the 3 - RRS parallel mechanism can be developed by respectively minimizing the weights of the two subassemblies subject to technological processes, geometric interference constraints and the specified rigidity constraints attributed to them. It should be pointed out that an iteration was adopted to obtain the stiffness matching coefficients, and the response surface fitting was used to fit relationships between the structural parameters of the limb body and its stiffness and mass due to the complexity of the shape of the limb body. The proposed approach simultaneously enabled the parallel mechanism to achieve both high static rigidities and high dynamic behaviors. Numerical example showed that the differences in the stiffness matching coefficient led to the differences in the distribution of the nature frequencies, which instructed that the stiffness matching coefficient had significant influence on the dynamic characteristics.

Key words: parallel mechanism; lightweight design; stiffness matching

0 引言

并联机构因具有刚度大、结构稳定、承载能力强、精度高、运动惯性小、实时控制好等特点而得到广泛应用^[1], 特别是 1T2R 3 自由度并联机构, 如

Z3 主轴头中 3 - PRS 并联机构^[2], Tricept、Exechon、以及 TriVariant 等混联机器人中的 3 自由度并联模块^[3-5], 已在飞机大部件加工与自动钻铆、机身与机翼对接面现场加工、汽车发动机缸体销孔过盈装配, 以及大型钢构相贯线切割等方面得到应用。

收稿日期: 2019-04-01 修回日期: 2019-05-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(51605225)、机械系统与振动国家重点实验室项目(MSV201812)和中央高校基本科研业务费专项资金项目(309171B8808, 30915118830)

作者简介: 汪满新(1987—), 男, 副教授, 博士, 主要从事机构学、机器人技术和机床功能部件研究, E-mail: mxwang@njust.edu.cn

静刚度可表征机构在外载荷作用下抵抗变形的能力,是并联机构最重要的性能之一,因而常常被作为评价机构性能以及机构结构参数优化设计的指标。早期刚度性能优化所用刚度指标大都参考运动学性能指标的研究思路提出,即使用刚度矩阵的代数特征值^[6-11]。HUANG等^[6]提出以机构末端刚度的全域均值为性能指标,考察了该指标随机构截面参数变化的规律。XU等^[7]与WU等^[8]以刚度矩阵最小特征值为评价依据,分别对一类以3自由度并联机构为主体的抛光机及一类3自由度非对称球面并联机器人结构参数开展优化。值得指出,以上代数特征值为性能指标所代表的物理意义与使用场景不甚清晰,且大部分仅仅局限于以某个指标为依据考察刚度在工作空间内的分布规律,而未实施基于刚度的优化设计。

刚度矩阵同时包含线刚度与角刚度,存在量纲不一致的问题。为此,学者们主要采取了2种方法:①利用特征长度对刚度矩阵作归一化处理,在刚度矩阵前乘或后乘某一矩阵,该矩阵也称为权重矩阵^[12-13]。如SUN等^[13]对3自由度冗余驱动机构刚度分析时,提出以刚度矩阵的特征值对刚度矩阵作归一化处理。刚度矩阵作归一化处理其数学特征值往往和特征长度关联密切,但特征长度的选择目前暂无统一标准。PORTMAN等^[14]提出共线刚度作为优化设计的刚度性能指标,通过对刚度矩阵同时前乘和后乘无穷小位移旋量得到共线刚度,包括线刚度和角刚度。②利用无阻尼振动方程中质量与刚度的关系,以得到具有齐次量纲的矩阵^[15],此方法会将得到的矩阵单位转变成固有频率的单位,故优化设计无法保证机构的刚度性能。

上述刚度评价指标大部分为了使机构具有良好的刚度性能,虽可使机构具备高刚度,但是质量与体积或变大,影响机构动态特性,故在刚度设计时应兼顾机构的动态性能。固有频率作为动态特性的重要评价指标之一,常常被用于机构的优化设计^[16-18]。ZHAO等^[16]以有限元分析与子结构综合技术构建8-PSS并联机构的弹性动力学模型,并通过灵敏度分析了影响低阶固有频率的要素,进而为该机构的动态性能改进奠定了理论基础。ZHANG等^[18]以3-RPS并联机构为对象,通过旋量理论和能量法构建其刚体动力学模型,并据此考察了机构一阶固有频率随尺度参数的变化情况。为得到低阶固有频率,以上研究工作必须先通过复杂的流程构建机构的动力学模型。

轻量化设计是指在满足机构所需刚度约束前提

下,减轻机构零部件的质量,或在保持质量不变的前提下,提升机构的刚度。因此轻量化设计为在兼顾刚度的前提下提升机构动态特性的有效途径。该思路已被用于机床零部件的优化设计中,如ZULAIKA等^[19]提出一种可兼顾加工效率的铣床轻量化设计方法。

本文以3-RRS并联机构为对象,研究基于静刚度约束的轻量化设计方法。首先,建立3-RRS并联机构静刚度模型;然后,提出分层梯阶的轻量化设计方法,以低阶固有频率最大将整机末端静刚度分配至各子装配体;在此基础上,以支链体部件的总质量最小为目标函数,以静刚度、机构干涉及制造工艺等为约束,完成机构的轻量化设计,以期为该类机构的机械结构设计提供理论依据。

1 系统简介与刚度模型

图1为3-RRS并联机构的实体造型,由机架、动平台及3条结构相同的RRS支链组成,其中R和S分别表示转动副和球副,R表示主动转动副。在R副驱动下,动平台可做沿z轴移动及绕x、y轴转动。

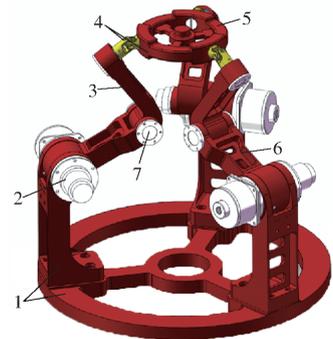


图1 3-RRS三维模型

Fig. 1 3D model of 3-RRS parallel mechanism

1. 机架 2. 转动副 R 3. 从动臂 4. 球幅 S 5. 动平台 6. 主动臂 7. 转动副 R

图2为3-RRS并联机构的结构简图,图中点 B_i 和 A_i ($i=1,2,3$)分别为支链 i 中R副中心和S副中心,它们分别构成等边三角形 $\triangle B_1B_2B_3$ 和 $\triangle A_1A_2A_3$, P_i 则为R副中心。在 $\triangle B_1B_2B_3$ 和 $\triangle A_1A_2A_3$ 的中心点上分别建立固定参考系 $\{R\}$ 和连体系 $\{R'\}$;且满足 $y \perp B_1B_2, z \perp \triangle B_1B_2B_3, y' \perp A_1A_2, z' \perp \triangle A_1A_2A_3$ 。此外,为了描述各构件的姿态,建立图3所示连体参考坐标系 $\{R_{j,i}\}$ ($i=1,2,3, j=1,2,3$)。其中,以 B_i 点为原点,建立主动臂连体坐标系 $\{R_{1,i}\}$;以 P_i 点为原点,建立从动臂连体坐标系 $\{R_{2,i}\}$;以 A_i 为原点建立坐标系 $\{R_{3,i}\}$,且与坐标系 $\{R_{2,i}\}$ 相平行。

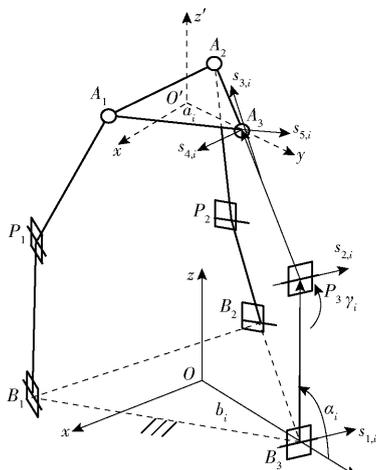


图 2 3-RRS 并联机构结构简图

Fig. 2 Schematic of 3-RRS parallel manipulator

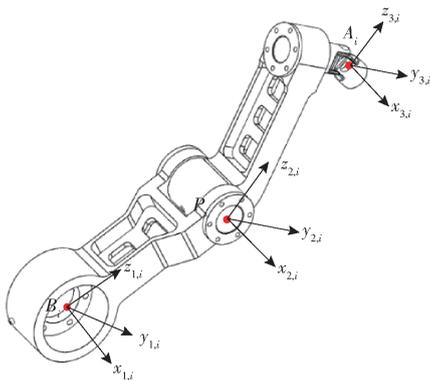


图 3 支链体装配体连体坐标系

Fig. 3 Body fixed frames of limb body assembly

参考文献[20],在不考虑重力且假设静平台和动平台为刚体的前提下,点 O' 的刚度模型为

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{K}} \mathbf{J} \quad (1)$$

其中 $\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_a & \\ & \bar{\mathbf{K}}_c \end{bmatrix}$ $\bar{\mathbf{K}}_a = \text{diag}(k_{a,1}, k_{a,2}, k_{a,3})$

$$\bar{\mathbf{K}}_c = \text{diag}(k_{c,1}, k_{c,2}, k_{c,3})$$

式中 \mathbf{J} ——全雅可比矩阵^[21]

\mathbf{K} ——3-RRS 并联机构静刚度矩阵

$\bar{\mathbf{K}}_a$ 、 $\bar{\mathbf{K}}_c$ ——界面驱动和约束刚度矩阵

$k_{a,i}$ 、 $k_{c,i}$ ——点 A_i 沿 $z_{3,i}$ (驱动) 和 $x_{3,i}$ (约束) 方向的界面刚度

为快速构造 $\bar{\mathbf{K}}_a$ 和 $\bar{\mathbf{K}}_c$, 现略去支链序号下标 i , 并将 RRS 支链中的部件按运动副的形式划分成 2 个子装配体: ①子装配体 1: R 副和主动臂。②子装配体 2: R 副、从动臂及球副。则 RRS 支链可视为由子装配体 1 和子装配体 2 串联组成的弹簧系统, 故 k_a 和 k_c 可分别表示为

$$\begin{cases} (k_a)^{-1} = \left(\sum_{n=1}^2 k_{z_{3^3},n}^A \right)^{-1} \\ (k_c)^{-1} = \left(\sum_{n=1}^2 k_{x_{3^3},n}^A \right)^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $k_{z_{3^3},n}^A$ ($k_{x_{3^3},n}^A$)——第 n 个子装配体沿 z_3 (x_3) 轴方向的线刚度

对于子装配体 1, 其刚度可表示为

$$\begin{aligned} (k_{z_{3^3},1}^A)^{-1} &= [(k_{x_1\alpha_1,R_joint}^B)^{-1} l_1^2 + (k_{y_1\gamma_1,L_1_body}^B)^{-1}] \sin^2 \theta_1 + \\ & \quad [(k_{z_1\epsilon_1,R_joint}^B)^{-1} + (k_{z_1\epsilon_1,L_1_body}^B)^{-1}] \cos^2 \theta_1 \\ (k_{x_{3^3},1}^A)^{-1} &= (k_{x_1\alpha_1,R_joint}^B)^{-1} + (k_{x_1\alpha_1,L_1_body}^B)^{-1} + \\ & \quad l_1^2 (k_{y_1\beta_1,R_joint}^B)^{-1} \cos^2 \theta_1 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 θ_1 ——主动臂 $B_i P_i$ 与从动臂 $P_i A_i$ 间的夹角

$k_{x_1\alpha_1,R_joint}^B$ ——R 副绕 x_1 轴的角刚度

$k_{y_1\gamma_1,L_1_body}^B$ ——主动臂沿 y_1 轴方向的线刚度

$k_{z_1\epsilon_1,R_joint}^B$ ($k_{z_1\epsilon_1,L_1_body}^B$)——R 副 (主动臂) 沿 z_1 轴方向的线刚度

$k_{x_1\alpha_1,R_joint}^B$ ($k_{x_1\alpha_1,L_1_body}^B$)——R 副 (主动臂) 沿 x_1 轴方向的线刚度

$k_{y_1\beta_1,R_joint}^B$ ——R 副绕 y_1 轴方向的角刚度

对于子装配体 2, 其刚度可表示为

$$\begin{aligned} (k_{z_{3^3},2}^A)^{-1} &= (k_{z_{3^3},R_joint}^A)^{-1} + (k_{z_{3^3},L_2_body}^A)^{-1} + \\ & \quad (k_{z_{3^3},S_joint}^A)^{-1} \\ (k_{x_{3^3},2}^A)^{-1} &= (k_{x_{3^3},R_joint}^A)^{-1} + (k_{x_{3^3},L_2_body}^A)^{-1} + \\ & \quad (k_{x_{3^3},S_joint}^A)^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $k_{z_{3^3},R_joint}^A$ ($k_{x_{3^3},R_joint}^A$)——R 副沿 z_3 (x_3) 轴方向的线刚度

$k_{z_{3^3},L_2_body}^A$ ($k_{x_{3^3},L_2_body}^A$)——从动臂沿 z_3 (x_3) 轴方向的线刚度

$k_{z_{3^3},S_joint}^A$ ($k_{x_{3^3},S_joint}^A$)——S 副沿 z_3 (x_3) 轴方向的线刚度

由于 S 副尺度参数比较小, 变化幅度不大, 故为简化计算, 将其视为常数。

因 RRS 支链可划分成上述 2 个子装配体, 故 3-RRS 并联机构的刚度矩阵可表示为

$$\mathbf{K} = (\mathbf{K}_1^{-1} + \mathbf{K}_2^{-1})^{-1} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{K}_1 = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{J}$ $\mathbf{K}_2 = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{K}}_2 \mathbf{J}$

式中 $\bar{\mathbf{K}}_1$ 、 $\bar{\mathbf{K}}_2$ ——子装配体 1 与子装配体 2 在关节处的刚度矩阵

\mathbf{K}_1 、 \mathbf{K}_2 ——仅考虑子装配体 1 和子装配体 2 弹性时末端刚度矩阵

由此可见, 3-RRS 并联机构可视为由 2 个子装配体“串联”组成。因此, 为使机构在满足刚度约束的前提下整机质量最轻, 上述两子装配体的刚度需合理匹配。

2 轻量化设计

2.1 设计变量

给定机构的尺度参数, 在不考虑动平台的结构

参数下,3-RRS 并联机构的轻量化设计关键在于 RRS 支链结构参数的优化设计。RRS 支链由子装配体 1 和子装配体 2 组成,分别提取各自关键结构参数。

2.1.1 子装配体 1

子装配体 1 包括主动臂 L1 及转动副 R。现分别对他们的结构进行剖析如下:

(1)主动臂 L1。图 4 为主动臂的结构示意图,其轴向长度较长,故影响其刚度和质量的主要因素为主动臂自身的结构参数,包括长度 l_1 、宽度 l_m 、高度 l_d 以及筋板厚度 l_{t1} 、 l_{t2} 与 l_{t3} 。其中, l_1 可通过运动学优化设计提前确定;主动臂高度 l_d 在转动副 R 尺度参数确定后也随之确定。此外,为保证主动臂在驱动方向的刚度分布均匀,令 $l_{t1} = l_{t3}$ 。综上可知,主动臂的独立设计变量为 l_{t1} 、 l_{t2} 、 l_m 。

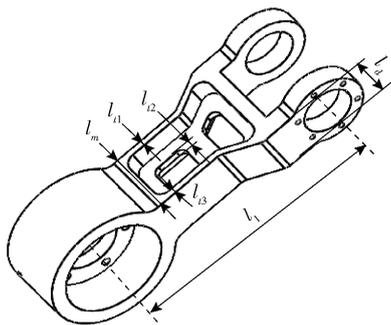


图 4 主动臂 L1 关键结构参数

Fig. 4 Critical structural parameters of active link

(2)转动副 R。图 5 为 R 副的结构示意图。由图可见,电机扭矩的传递途径为:电机→减速机→旋转轴→主动臂。此外,由文献[20]可知,R 副的刚性远大于需求,故在此 R 副的设计只需满足电机、减速器等标准件的安装尺寸要求。

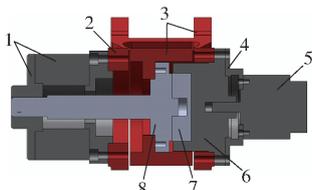


图 5 转动副 R 结构示意图

Fig. 5 Diagrams of R joint

1. 制动器 2. 机架 3. 主动臂 4. 减速机法兰 5. 电机 6. 减速机 1 7. 减速机 2 8. 旋转轴

2.1.2 子装配体 2

子装配体 2 包括球副 S、从动臂 L2 及转动副 R。现分别对他们的结构进行剖析如下:

(1)如图 6 所示,球副 S 一端由虎克铰连接于动平台,一端由自转销轴旋转连接于从动臂 L2。当虎克铰的尺寸确定后,自转销轴的直径也随之确定,故球副的设计关键在于虎克铰的选型,由文献[20]

可知,球副在驱动与约束方向的刚性贡献率均小于其他构件,故将在考虑构件间的尺度关联关系和整机尺寸之后,尽可能增大球副尺寸以提高其刚性。

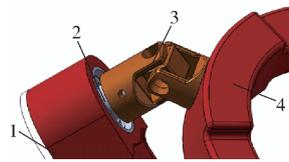


图 6 球副 S 示意图

Fig. 6 Diagrams of S joint

1. 从动臂 2. 自转销轴 3. 虎克铰 4. 动平台

(2)如图 7 所示,从动臂轴向长度较大,故影响其刚度和质量的主要因素为从动臂自身的结构参数,包括从动臂长度 l_2 、宽度 l_b 、高度 l_h 以及筋板厚度 l_{t4} 、 l_{t5} 与 l_{t6} 。其中, l_2 为机构尺度参数,可由运动学设计提前确定。当球副尺寸确定后,从动臂宽度 l_b 也随之确定。此外,为保证从动臂在驱动方向的刚度分布均匀,令 $l_{t4} = l_{t6}$ 。综上可知,从动臂的独立设计变量为 l_{t4} 、 l_{t5} 、 l_h 。

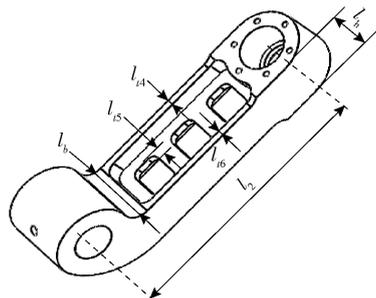


图 7 从动臂 L2 关键结构参数

Fig. 7 Critical structural parameters of driven link

(3)转动副 R 包含旋转轴及轴承,一般轴承的刚性小于相同直径轴的刚性,故转动副 R 的刚性主要由其内轴承决定。由文献[20]可知,转动副 R 的刚性远大于其他运动部件,故设计时在考虑标准件的安装和关联部件的尺度关联关系的前提下,尽量减小设计尺寸以减小质量。

综上所述,球副、转动副 R 和 R 的设计关键在于标准件的选型,且通过文献[20]可确定其设计方向,故可提前完成初始设计。因此,支链结构设计关键在于主动臂和从动臂的结构设计,其结构参数独立设计变量包含 l_{t1} 、 l_{t2} 、 l_m 、 l_{t4} 、 l_{t5} 、 l_h 。

2.2 目标函数与设计流程

由于 3-RRS 并联机构结构参数众多,且为了使机构同时具备良好的刚度性能和动态性能,提出分层递阶的轻量化设计方法。首先,把 RRS 支链视为由子装配体 1、子装配体 2 的弹性元件串联而成。其次,依据串联系统的刚性主要取决于刚性差的部件,提出两子装配体的刚度匹配准则,该准则根据不

同刚度匹配下并联机构的固有频率不同,以低阶固有频率最高作为刚度匹配的选取依据。最后,基于刚度匹配系数将整机末端静刚度约束分配至各子装配体,然后通过各子装配体的轻量化设计实现整机的轻量化设计。因主动臂和从动臂的结构形状复

杂,故需采用响应面法构建结构参数与其刚度及质量的响应面模型。此外,轻量化设计过程中同时考虑了构件和运动副间的尺度关联约束、以及制造工艺约束。同时,刚度匹配系数将通过交互迭代设计获取,轻量化设计流程如图 8 所示。

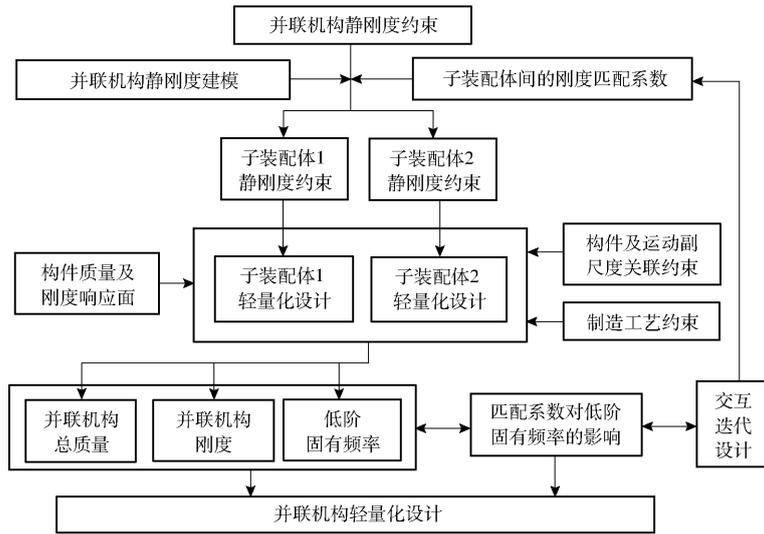


图 8 3-RRS 并联机构轻量化设计流程图

Fig. 8 Process of lightweight design for 3-RRS parallel mechanism

据此,可得轻量化设计目标为

$$\begin{cases} \min m_1 \\ \min m_2 \\ \max f \end{cases} \quad (6)$$

式中 m_k ——支链的第 k 个子装配体的质量
 f ——机构低阶固有频率

2.3 刚度约束

2.3.1 机构末端静刚度约束

参照文献[20],3-RRS 并联机构的末端各向刚度为

$$\begin{cases} k_u = \mathbf{K}(1,1) & k_v = \mathbf{K}(2,2) & k_w = \mathbf{K}(3,3) \\ k_{ru} = \mathbf{K}(4,4) & k_{rv} = \mathbf{K}(5,5) & k_{rw} = \mathbf{K}(6,6) \end{cases} \quad (7)$$

考虑机构常用的工作范围,令 60% 工作空间($\theta = 0 \sim 18^\circ, \psi = 0^\circ \sim 360^\circ$)内上述各向线刚度和角刚度满足

$$\begin{cases} \min k_u^{o'} \geq [k_u] & \min k_v^{o'} \geq [k_v] & \min k_w^{o'} \geq [k_w] \\ \min k_{ru}^{o'} \geq [k_{ru}] & \min k_{rv}^{o'} \geq [k_{rv}] & \min k_{rw}^{o'} \geq [k_{rw}] \end{cases} \quad (8)$$

式中 $[k_u], [k_v], [k_w]$ ——各线刚度在 60% 工作空间内的下限值
 $[k_{ru}], [k_{rv}], [k_{rw}]$ ——各角刚度在 60% 工作空间内的下限值

2.3.2 刚度匹配准则

由力学原理可知,对于串联弹簧系统,其刚度由

系统内刚度最薄弱的子系统决定。故在总质量一定的前提下,合理分配各子系统的质量和刚度,有利于在保持质量不增加的前提下大幅提升整机的刚度。为此,需制定各子系统间的刚度匹配准则。

RRS 支链由子装配体 1 和子装配体 2 串联组成,故制定子装配体 1 和子装配体 2 的匹配准则为

$$\begin{cases} \eta_{u,L,\min} \leq [k_{u,L1}] / [k_{u,L2}] = \eta_{u,L} \leq \eta_{u,L,\max} \\ \eta_{v,L,\min} \leq [k_{v,L1}] / [k_{v,L2}] = \eta_{v,L} \leq \eta_{v,L,\max} \\ \eta_{w,L,\min} \leq [k_{w,L1}] / [k_{w,L2}] = \eta_{w,L} \leq \eta_{w,L,\max} \\ \eta_{ru,L,\min} \leq [k_{ru,L1}] / [k_{ru,L2}] = \eta_{ru,L} \leq \eta_{ru,L,\max} \\ \eta_{rv,L,\min} \leq [k_{rv,L1}] / [k_{rv,L2}] = \eta_{rv,L} \leq \eta_{rv,L,\max} \\ \eta_{rw,L,\min} \leq [k_{rw,L1}] / [k_{rw,L2}] = \eta_{rw,L} \leq \eta_{rw,L,\max} \end{cases} \quad (9)$$

式中 $k_{u,L1}, k_{v,L1}, k_{w,L1}$ ——子装配体 1 弹性时机构末端点沿 x', y', z' 轴的线刚度

$k_{ru,L1}, k_{rv,L1}, k_{rw,L1}$ ——子装配体 1 弹性时机构末端点绕 x', y', z' 轴的角刚度

$k_{u,L2}, k_{v,L2}, k_{w,L2}$ ——子装配体 2 弹性时机构末端点沿 x', y', z' 轴的线刚度

$k_{ru,L2}, k_{rv,L2}, k_{rw,L2}$ ——子装配体 2 弹性时机构末端点绕 x', y', z' 轴的角刚度

$\eta_{u,L}, \eta_{v,L}, \eta_{w,L}$ ——子装配体 1 与子装配体 2 之间的线刚度匹配系数

$\eta_{ru,L}、\eta_{rv,L}、\eta_{rw,L}$ ——子装配体1与子装配体2之间的角刚度匹配系数

其中, $[\]$ 表示对应参数的下限值。 $\eta_{L,\min}$ 和 $\eta_{L,\max}$ 为系数上、下限。

因此,为使机构静刚度能满足式(9)所给出的约束条件,可确定支链体子装配体1与子装配体2的静刚度约束为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min k_{u,L_1} \geq (\eta_u + 1) [k_u] \\ \min k_{ru,L_1} \geq (\eta_{ru} + 1) [k_{ru}] \\ \min k_{v,L_1} \geq (\eta_v + 1) [k_v] \\ \min k_{rv,L_1} \geq (\eta_{rv} + 1) [k_{rv}] \\ \min k_{w,L_1} \geq (\eta_w + 1) [k_w] \\ \min k_{rw,L_1} \geq (\eta_{rw} + 1) [k_{rw}] \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \min k_{u,L_2} \geq \frac{\eta_u + 1}{\eta_u} [k_u] \\ \min k_{ru,L_2} \geq \frac{\eta_{ru} + 1}{\eta_{ru}} [k_{ru}] \\ \min k_{v,L_2} \geq \frac{\eta_v + 1}{\eta_v} [k_v] \\ \min k_{rv,L_2} \geq \frac{\eta_{rv} + 1}{\eta_{rv}} [k_{rv}] \\ \min k_{w,L_2} \geq \frac{\eta_w + 1}{\eta_w} [k_w] \\ \min k_{rw,L_2} \geq \frac{\eta_{rw} + 1}{\eta_{rw}} [k_{rw}] \end{array} \right. \quad (11)$$

式(10)、(11)分别给出了由刚度匹配系数确立子装配体1与子装配体2需满足的静刚度约束。刚度匹配系数的不同将导致各子装配体的刚度约束不同,从而将得出不同的设计结果,并影响机构的固有频率,因此本文将采用以使机构低阶固有频率最高为依据确定刚度匹配系数。

2.3 几何干涉分析

如图9所示,为保证3条支链的转动副R之间不发生干涉,当机构的3条主动臂均位于水平面时,转动副R的宽度 h_R 应满足

$$h_R \leq \sqrt{3}(b - l_1 - l_R) - 2\delta \quad (12)$$

式中 l_R ——转动副R的半径

δ ——防止干涉而预留的余量

其中, l_R 即其内所含轴承的外径,取决于轴承的选择;注意到R副对于从动臂而言相当于悬臂梁的固定端,故其宽度应尽可能大,为此,可取其上限值,该约束主要应用于转动副的设计。

2.4 制造工艺约束

主动臂设计变量 $l_{i_1}、l_{i_2}$ 及从动臂设计变量 $l_{i_4}、l_{i_5}$ 均为壁厚尺寸,故考虑到制造工艺需满足一定要求,

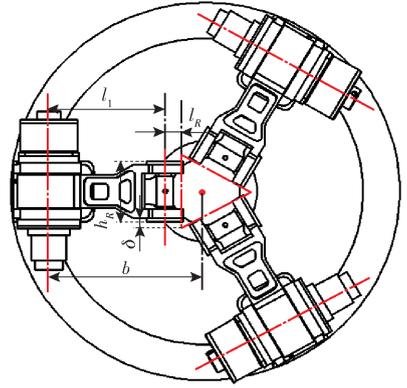


图9 干涉位形示意图

Fig.9 Diagram of interference of 3-RRS mechanism

设置各壁厚的约束为

$$\delta_{\min} \leq l_{i_1}、l_{i_2}、l_{i_4}、l_{i_5} \leq \delta_{\max} \quad (13)$$

式中 δ_{\min} ——壁厚的最小许用值

δ_{\max} ——防止壁厚过大而设置的上限值

2.5 优化设计问题构造

若支链体部件间的刚度匹配系数可以确定,则子装配体1与子装配体2之间的刚度约束即可确定。在此基础上,可根据子装配体1及子装配体2的刚度约束分别优化得出主动臂及从动臂的结构参数。然而,对于实际的工程应用,子装配体1与子装配体2的刚度并不能保证同时达到最小,因此,为保证支链体的总质量最小,在以子装配体1的刚度约束优化得到子装配体1的优化结构参数之后,以整机末端刚度为约束优化子装配体2的结构参数。故可分别构造子装配体1和子装配体2结构参数优化函数为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{find } \mathbf{x}_{L_1} \in \mathbf{R}^n \\ \text{min } m_1 \\ \text{Subject to: } \min k_{u,L_1}^{O'} \geq [k_{u,L_1}] \quad \min k_{ru,L_1}^{O'} \geq [k_{ru,L_1}] \\ \min k_{v,L_1}^{O'} \geq [k_{v,L_1}] \quad \min k_{rv,L_1}^{O'} \geq [k_{rv,L_1}] \\ \min k_{w,L_1}^{O'} \geq [k_{w,L_1}] \quad \min k_{rw,L_1}^{O'} \geq [k_{rw,L_1}] \\ \delta_{\min} \leq l_{i_1}、l_{i_2} \leq \delta_{\max} \end{array} \right. \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{x}_{L_1} = (l_{i_1}, l_{i_2}, l_m)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{find } \mathbf{x}_{L_2} \in \mathbf{R}^n \\ \text{min } m_2 \\ \text{Subject to: } \min k_{u,L_2}^{O'} \geq [k_u] \quad \min k_{ru,L_2}^{O'} \geq [k_{ru,L_2}] \\ \min k_{v,L_2}^{O'} \geq [k_v] \quad \min k_{rv,L_2}^{O'} \geq [k_{rv,L_2}] \\ \min k_{w,L_2}^{O'} \geq [k_w] \quad \min k_{rw,L_2}^{O'} \geq [k_{rw}] \\ \delta_{\min} \leq l_{i_4}、l_{i_5} \leq \delta_{\max} \end{array} \right. \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{x}_{L_2} = (l_{i_4}, l_{i_5}, l_h)$$

3 算例

利用前文所提出的轻量化设计方法,对图 1 所示的 3-RRS 并联机构开展轻量化设计,在轻量化设计之前需先通过运动学优化设计确定机构的尺度参数如表 1 所示。

表 1 3-RRS 并联机构尺度参数与 60% 工作空间

Tab.1 Dimensions and 60% workspace of 3-RRS parallel mechanism

参数	动平台 半径 a/mm	静平台 半径 b/mm	主动臂 杆长 l ₁ /mm	从动臂 杆长 l ₂ /mm	z 向最大 行程 z/mm	最大转 动角 θ/ (°)
数值	84	181	135	140	200	18

依据文献[20]的分析结果可提前优化设计转动副 R、球副 S 及转动副 R 的结构,其设计结果和刚度如表 2~4 所示。给定主动臂和从动臂结构参数变化范围 l₁₁、l₁₄ ∈ [3, 4] mm, l₁₂、l₁₅ ∈ [3, 5] mm, l_h ∈ [18, 26] mm, l_m ∈ [25, 35] mm, 借助响应面建模^[22-23],可得到其结构参数与质量、刚度之间关系如图 10、11 所示。

表 2 R 副各项刚度

Tab.2 Stiffness coefficients of R joint

参数	绕 x ₁ 轴 角刚度/ (N·m·rad ⁻¹)	绕 z ₁ 轴 线刚度/ (N·m·μm ⁻¹)	绕 x ₁ 轴 线刚度/ (N·m·μm ⁻¹)	绕 y ₁ 轴 角刚度/ (N·m·rad ⁻¹)
数值	1.735 2 × 10 ⁴	1.645 3	0.103 5	7.526 0 × 10 ³

表 3 球副中标准件选型及其刚度与质量

Tab.3 Standard component, stiffness coefficients and masses of S joint

虎克铰 规格	DIN 标准	外径 D/mm	内径 d/mm	驱动刚度/ (N·μm ⁻¹)	约束刚度/ (N·μm ⁻¹)	质量 m _i /kg
04G	E14 × 28	28	14	0.157 4	0.079 8	0.052 14

表 4 R 副轴承选型方案及其刚度与质量

Tab.4 Standard component, stiffness coefficients and masses of R joint

轴承规格	外径 D/mm	内径 d/mm	驱动刚度/ (N·μm ⁻¹)	约束刚度/ (N·μm ⁻¹)	质量 m _i /kg
6001-N	12	14	2.278 4	0.139 8	0.002

在此,假设机构末端点各项刚度下限值分别为 [k_u] = [k_v] = 2 N/μm, [k_w] = 11 N/μm, [k_{ru}] = [k_{rv}] = 2.6 × 10⁴ N·m/rad, [k_{rw}] = 2.9 × 10⁴ N·m/rad。

若子装配体间的刚度匹配系数 η_L 可以确定,则子装配体 1 与子装配体 2 之间的刚度约束亦可确定,各子装配体轻量化设计即可完成。由式(10)、(11)可知,刚度匹配系数有 6 个。为简化计算,可令 η_L = η_{u,L} = η_{v,L} = η_{w,L} = η_{ru,L} = η_{rv,L} = η_{rw,L}。关于刚度匹配系数 η_L 的优选,现通过给定 3 种备选方案论述优选流程。

令 η_L = 1, η_L = 0.85, η_L = 0.7。则可根据式(10)和式(11)确定上述 3 种方案下子装配体 1 与子装配体 2 的各项刚度的下限值如表 5 所示。

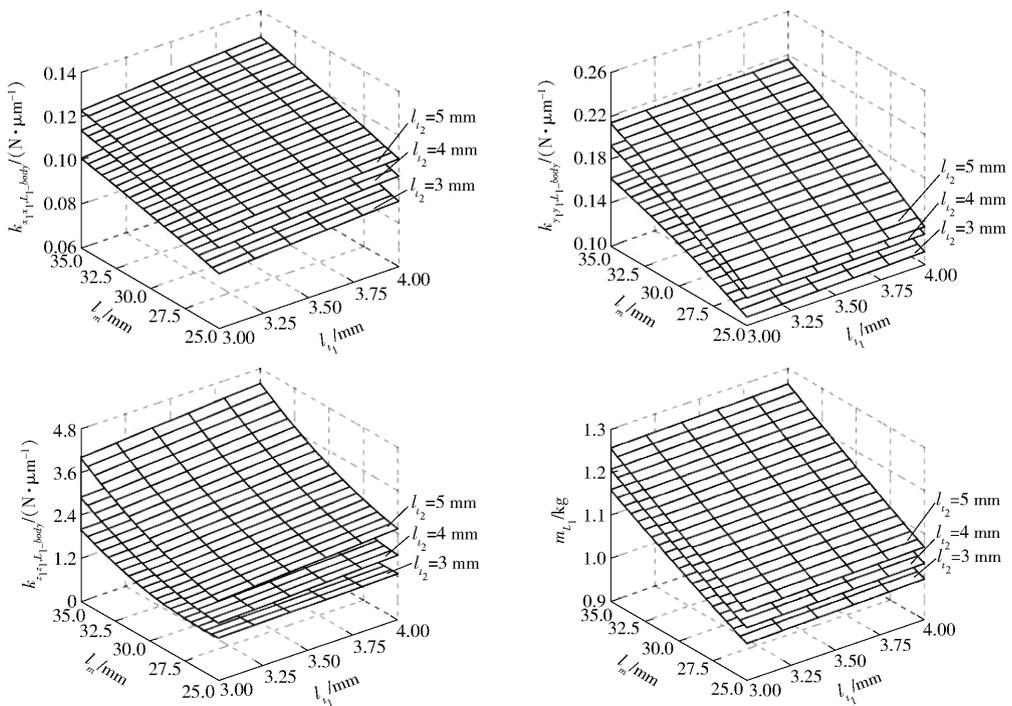


图 10 主动臂 L1 质量与刚度响应面模型

Fig.10 RSM of mass and stiffness of active link

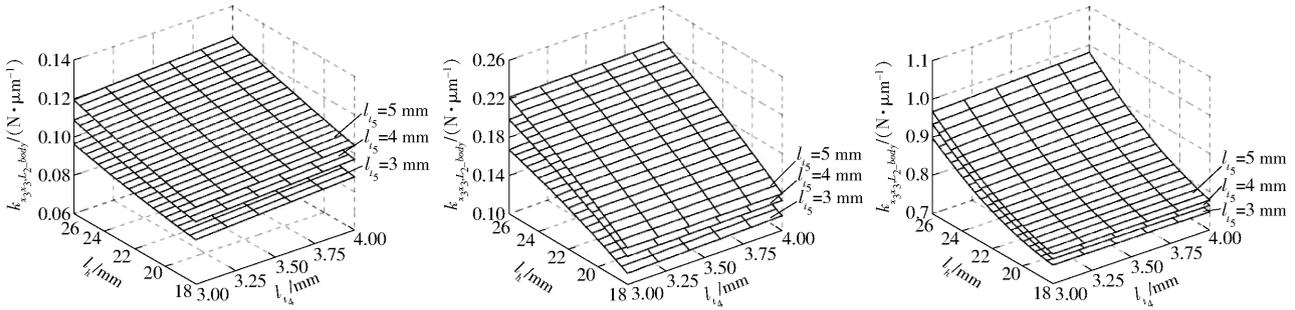


图 11 从动臂 L2 质量与刚度响应面模型

Fig. 11 RSM of mass and stiffness of driven link

表 5 3 种方案下子装配体 1 与子装配体 2 刚度最小许用值

Tab. 5 Allowable values of stiffness of first sub-assembly and second sub-assembly

η_L	$[k'_{u,L_1}]/$ ($N \cdot \mu m^{-1}$)	$[k'_{v,L_1}]/$ ($N \cdot \mu m^{-1}$)	$[k'_{ru,L_1}]/$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	$[k'_{rw,L_1}]/$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	$[k'_{u,L_2}]/$ ($N \cdot \mu m^{-1}$)	$[k'_{v,L_2}]/$ ($N \cdot \mu m^{-1}$)	$[k'_{ru,L_2}]/$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	$[k'_{rw,L_2}]/$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)
1	4.0	22.00	5.20×10^4	5.800×10^4	4.000	22.00	5.200×10^4	5.800×10^4
0.85	3.7	20.35	4.81×10^4	5.365×10^4	4.353	23.94	5.659×10^4	6.312×10^4
0.70	3.4	18.70	4.42×10^4	4.930×10^4	4.857	26.71	6.314×10^4	7.043×10^4

注： $[k'_{u,L_1}] = [k'_{v,L_1}]$, $[k'_{ru,L_1}] = [k'_{rw,L_1}]$, $[k'_{u,L_2}] = [k'_{v,L_2}]$, $[k'_{ru,L_2}] = [k'_{rw,L_2}]$ 。

当 $\eta_L = 1$ 时,可分别依据式(14)和式(15)求出主动臂和从动臂的结构参数,调用 Matlab/Simulink 优化工具包 fgoalattain 函数^[24]求得一组最优解为 $x_{L_1}^* = [3.0 \ 3.4 \ 29.4]$ mm, $m_1(x_{L_1}^*) = 1.38$ kg,

$x_{L_2}^* = (3.0 \ 4.1 \ 25.8)$ mm, $m_2(x_{L_2}^*) = 1.07$ kg。

同理,使用上述相同的步骤,当 $\eta_L = 0.85、0.7$ 时对应主动臂及从动臂的结构参数如表 6 所示。

图 12 为机构末端点位于平面且在 60% 工作空

表 6 3 种方案下主动臂、从动臂的结构参数及其质量

Tab. 6 Structural parameters of active link, driven link and mass of limb-body in three cases

η_L	l_{t_1}/mm	l_{t_2}/mm	l_m/mm	l_{t_4}/mm	l_{t_5}/mm	l_h/mm	质量/kg
1	3.0	3.4	29.4	3.0	4.1	25.8	2.45
0.85	3.0	3.1	27.6	3.0	4.3	29.3	2.03
0.70	3.0	3.0	25.5	3.0	4.8	35.2	2.14

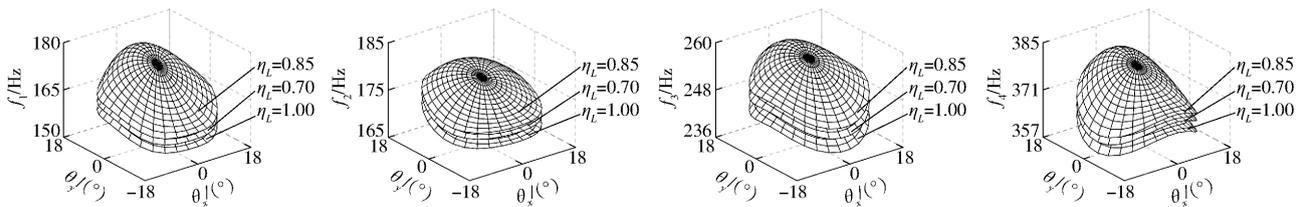


图 12 3-RRS 并联机构 60% 工作空间内固有频率分布规律 ($z = 100$ mm)

Fig. 12 Distributions of natural frequencies in 60% of workspace ($z = 100$ mm)

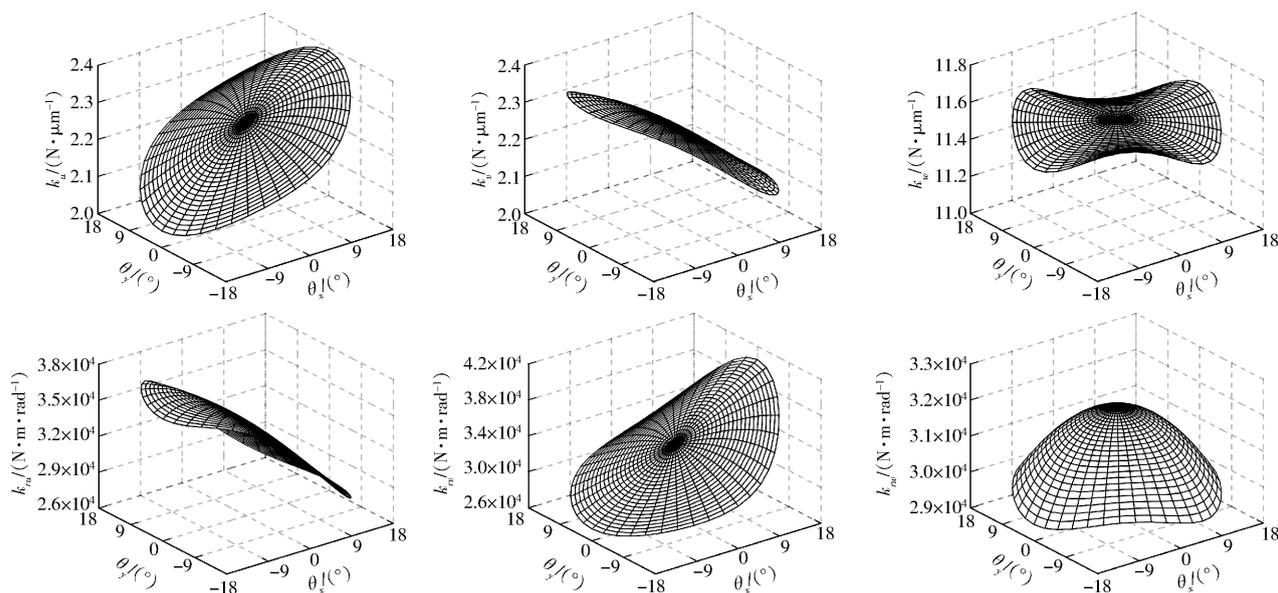
间内的前 4 阶固有频率分布情况,由图可见,机构的前 4 阶固有频率由大至小排序依次为: $f_4 \ f_3 \ f_2 \ f_1$ 因此,不同方案下固有频率不同表明刚度匹配系数是影响机构动态特性的重要因素。图 13 为优化后仅考虑支链体装配体弹性时机构的末端点刚度的分布规律。显见,机构的全域刚度满足约束条件。

联机构轻量化设计方法。该方法基于刚度匹配设计准则将末端静刚度约束分配给两个子装配体,在此基础上,考虑工艺制造及几何干涉等约束,以各子装配体的质量最小和整机低阶固有频率最高为目标完成各子装配体的轻量化设计,进而实现了整机的轻量化设计。

4 结论

(2)所提出的轻量化设计方法可在满足静刚度约束条件下,使整机质量最小,且具有优良的动态特性。

(1)提出了一种基于静刚度约束的 3-RRS 并

图 13 支链弹性末端刚度在 60% 工作空间内的分布规律 ($z = 100 \text{ mm}$)Fig. 13 Distributions of stiffness in 60% of workspace ($z = 100 \text{ mm}$)

(3) 子装配体间刚度匹配系数的不同, 对应的固有频率也不同, 表明刚度匹配系数是影响机构固有频率的重要因素, 为得到轻质高刚的机构, 应选取合理的刚度匹配系数。

参 考 文 献

- [1] 陈学生, 陈在礼, 孔民秀. 并联机器人研究的进展与现状 [J]. 机器人, 2002, 24(5): 464-470.
CHEN Xuesheng, CHEN Zaili, KONG Minxiu. Recent development and current status of Stewart platform research [J]. Robot, 2002, 24(5): 464-470. (in Chinese)
- [2] HENNES N, STAIMER D. Application of PKM in aerospace manufacturing high performance machining centers ECOSPEE, ECOSPEED-F and ECOLINER [C] // Proceedings of the 4th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar, Chemnitz: Verlag Wissenschaftliche Scripten, 2004: 557-568.
- [3] OLAZAGOITIA J L, WYATT S. New PKM tricept T9000 and its application to flexible manufacturing at aerospace industry [C]. SAE Technical Papers, 2007, 2142: 37-48.
- [4] BI Z M. Kinetostatic modeling of Exechon parallel kinematic machine for stiffness analysis [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 71(1-4): 325-335.
- [5] HUANG T, LI M, ZHAO X M, et al. Conceptual design and dimensional synthesis for a 3-DOF module of the TriVariant-a novel 5-DOF reconfigurable hybrid robot [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(3): 449-456.
- [6] HUANG T, MEI J P, ZHAO X Y, et al. Stiffness estimation of a tripod-based parallel kinematic machine [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2001: 3280-3285.
- [7] XU P, LI B, CHEUNG C F, et al. Stiffness modeling and optimization of a 3-DOF parallel robot in a serial-parallel polishing machine [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2017, 18(4): 497-507.
- [8] WU G, ZOU P. Comparison of 3-DOF asymmetrical spherical parallel manipulators with respect to motion/force transmission and stiffness [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105: 369-387.
- [9] REZAEI A, AKBARZADEH A, AKBARZADEH T M R. An investigation on stiffness of a 3-PSP spatial parallel mechanism with flexible moving platform using invariant form [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 51: 195-216.
- [10] YAN S J, ONG S K, NEE A Y C. Stiffness analysis of parallelogram-type parallel manipulators using a strain energy method [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 37: 13-22.
- [11] GAO Z, ZHANG D. Performance analysis, mapping, and multiobjective optimization of a hybrid robotic machine tool [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(1): 423-433.
- [12] LI Y G, LIU H T, HUANG T, et al. Design of a 3-DOF PKM module for large structural component machining [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(6): 941-954.
- [13] SUN T, WU H, LIAN B, et al. Stiffness modeling, analysis and evaluation of a 5 degree of freedom hybrid manipulator for friction stir welding [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C (Journal of Mechanical Engineering Science), 2016, 231(23): 4441-4456.
- [14] PORTMAN V T, CHAOSKY V S, SHNEOR Y. Evaluation and optimization of dynamic stiffness values of the PKMs: collinear stiffness value approach [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 74: 216-244.
- [15] ZHOU Z L, XI J, MECHEFSKE C K. Modeling of a fully flexible 3-PRS manipulator for vibration analysis [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2006, 128(2): 403-412.
- [16] ZHAO Y J, GAO F, DONG X J. Dynamics analysis and characteristics of the 8-PSS flexible redundant parallel manipulator [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(5): 918-928.

- CHEN Shao, GUO Yuxiang, GAO Tianxiao, et al. RGB-D visual SLAM algorithm for mobile robots[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(10): 45-52. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20181005&flag=1&journal_i=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.10.005. (in Chinese)
- [7] NOWICKI M R, BELTER D, KOSTUSIAK A, et al. An experimental study on feature-based SLAM for multi-legged robots with RGB-D sensors[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2017, 44(4): 428-441.
- [8] 段建民, 任璐, 王昶人, 等. 基于四线激光雷达的道路信息提取与目标检测[J]. 激光杂志, 2017, 38(6): 32-37. DUAN Jianmin, REN Lu, WANG Changren, et al. Road information extraction and object detection based on four-layer laser radar[J]. Laser Journal, 2017, 38(6): 32-37. (in Chinese)
- [9] DURRANT-WHYTE H, BAILEY T. Simultaneous localization and mapping: part I[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006, 13(2): 99-110.
- [10] CASTELLANOS J A, TARDÓS J D, SCHMIDT G. Building a global map of the environment of a mobile robot: the importance of correlations[C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1997, 2: 1053-1059.
- [11] NADA D, BOUSBIA-SALAH M, BETTAYEB M. Multi-sensor data fusion for wheelchair position estimation with unscented Kalman filter[J]. International Journal of Automation and Computing, 2018, 15(2): 207-217.
- [12] XIA J, IQBAL U, NOURELDIN A, et al. Adaptive square-root CKF based SLAM algorithm for indoor UGVs[C]//2017 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). IEEE, 2017: 1942-1946.
- [13] MONTEMERLO M. A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem with unknown data association[D]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2003.
- [14] BAILEY T, NIETO J, NEBOT E. Consistency of the FastSLAM algorithm[C]//Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2006. IEEE, 2006: 424-429.
- [15] KURT-YAVUZ Z, YAVUZ S. A comparison of EKF, UKF, FastSLAM2.0, and UKF-based FastSLAM algorithms[C]//2012 IEEE 16th International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES). IEEE, 2012: 37-43.
- [16] ANKIŞHAN H, ARI F, TARTAN E Ö, et al. Square root central difference-based FastSLAM approach improved by differential evolution[J]. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 2016, 24(3): 994-1013.
- [17] 宋宇, 李庆玲, 康铁非, 等. 平方根容积 Rao-Blackwillised 粒子滤波 SLAM 算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(2): 357-367. SONG Yu, LI Qingling, KANG Yifei, et al. SLAM with square-root-cubature Rao-Blackwillised particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(2): 357-367. (in Chinese)
- [18] 祝继华, 郑南宁, 袁泽剑, 等. 基于中心差分粒子滤波的 SLAM 算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(2): 249-257. ZHU Jihua, ZHENG Nanning, YUAN Zejian, et al. A SLAM algorithm based on central difference particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(2): 249-257. (in Chinese)
- [19] 代嘉惠, 许鹏程, 李小波. 二阶中心差分粒子滤波 FastSLAM 算法[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(9): 170-178. DAI Jiahui, XU Pengcheng, LI Xiaobo. Second order central difference particle filter FastSLAM algorithm[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(9): 170-178. (in Chinese)
- [20] 韩萍, 干浩亮, 何玮琨, 等. 基于迭代中心差分卡尔曼滤波的飞机姿态估计[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(1): 187-193. HAN Ping, GAN Haoliang, HE Weikun, et al. Iterated central difference Kalman filter based aircraft attitude estimation[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(1): 187-193. (in Chinese)
- [21] 郝燕玲, 牟宏伟. 自适应平方根中心差分卡尔曼滤波算法在捷联惯性导航系统大方位失准角初始对准中的应用[J]. 吉林大学学报(工学版), 2013, 43(1): 261-266. HAO Yanling, MOU Hongwei. Application of adaptive SRCDF in SINS initial alignment with large azimuth misalignment[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2013, 43(1): 261-266. (in Chinese)
- [22] HUNG H, HUANG Y, FRIEDLAND G, et al. Estimating the dominant person in multi-party conversations using speaker diarization strategies[C]//2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. IEEE, 2008: 2197-2200.
- [23] THRUN S, MONTEMERLO M, KOLLER D, et al. FastSLAM: an efficient solution to the simultaneous localization and mapping problem with unknown data association[J]. Journal of Machine Learning Research, 2004, 4(3): 380-407.

(上接第 419 页)

- [17] WU J, WANG L P, GUAN L W. A study on the effect of structure parameters on the dynamic characteristics of a PRRRP parallel manipulator[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 74(1-2): 227-235.
- [18] ZHANG J, DAI J S, HUANG T. Characteristic equation-based dynamic analysis of a three-revolute prismatic spherical parallel kinematic machine[J]. ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015, 10(2): 021017-1-021017-13.
- [19] ZULAIKA J J, CAMPA F J, LACALLE L N. An integrated process-machine approach for designing productive and lightweight milling machines[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(7-8): 591-604.
- [20] 汪满新, 湛秋生, 祖莉, 等. 计及重力的 3-RRS 并联机构静刚度分析[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(11): 392-402. WANG Manxin, CHEN Qiusheng, ZU Li, et al. Stiffness analysis of 3-RRS parallel mechanism with consideration of gravity[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(11): 392-402. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20181148&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.11.048. (in Chinese)
- [21] HUANG T, LIU H T, CHETWYND D G. Generalized Jacobian analysis of lower mobility manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(6): 831-844.
- [22] 何为, 薛卫东, 唐斌. 优化试验设计方法及数据分析[M]. 北京: 化学工业出版社, 2012.
- [23] JENSEN W A. Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments 4th edition[J]. Journal of Quality Technology, 2017, 49(2): 186-187.
- [24] CENSOR Y. Pareto optimality in multiobjective problems[J]. Applied Mathematics and Optimization, 1977, 4(1): 41-59.