

基于改进的自适应渐消 UKF 机床主轴热平衡试验

余文利¹ 邓小雷^{2,3} 姚鑫骅² 傅建中²

(1. 衢州职业技术学院机电工程学院, 衢州 324000; 2. 浙江大学浙江省三维打印工艺与装备重点实验室, 杭州 310027; 3. 浙江永力达数控科技股份有限公司, 衢州 324000)

摘要: 数控机床的主轴热平衡试验是进行热误差建模和补偿的必要手段,是准确获得数控机床主轴的热敏感点、温度场和热位移以及热平衡时间等热态特性的方法。本文提出一种基于改进的自适应渐消无迹卡尔曼滤波(Adaptive fading unscented Kalman filter, AFUKF)的快速辨识机床主轴选点温升的方法。首先,在标准 UKF 中引入渐消因子,使用残差归一化自动更新渐消因子,并将其引入增益矩阵,增强测量值在计算中的权重;其次,通过使用自适应规则,动态调整过程噪声和测量噪声协方差阵,减少外部扰动对温升预测的影响,以获得更好的滤波性能。仿真结果表明,提出的机床主轴温升快速辨识方法可以在很短的时间内预测选点的温升,且预测结果与热平衡试验结果吻合,验证了本文方法的可行性和有效性。

关键词: 数控机床; 主轴温升; 快速辨识; 自适应渐消无迹卡尔曼滤波; 热平衡试验

中图分类号: TG502.15 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)04-0363-11

Thermal Equilibrium Test of Machine Tool Spindle Based on Modified Adaptive Fading Unscented Kalman Filter

YU Wenli¹ DENG Xiaolei^{2,3} YAO Xinhua² FU Jianzhong²

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Quzhou College of Technology, Quzhou 324000, China
2. Key Laboratory of 3D Printing Process and Equipment of Zhejiang Province, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China
3. Zhejiang Yonglida CNC Technology Co., Ltd., Quzhou 324000, China)

Abstract: Thermal equilibrium test of CNC machine tool spindle is a necessary step in thermal error modeling and compensating, and also an experimental method to obtain the thermal characteristics of spindle system, such as the thermal sensitive points, the data of temperature field and thermal-displacement field and so on. A novel method was presented for fast identification of a machine tool spindle temperature rise, based on a modified adaptive fading unscented Kalman filter (AFUKF). Firstly, a fading factor was introduced into the normal UKF. This factor can be automatically updated by using the residual normalization, and it was also introduced into the gain matrix to reduce the influence of system model deviation on estimation accuracy and enhance the stability of the filter. Secondly, by using adaptive law, the process noise and measurement noise covariance matrix were dynamically adjusted to reduce the influence of external disturbance on temperature rise prediction, so that the better filtering performance can be obtained. A vertical machine tool was used to validate the effectiveness of the presented method. Taking any selected point, we could identify the temperature rise at the point in 28 min. The root mean square error (RMSE) between the estimated and measured temperatures in the period of 400 min was 0.129 1℃, and the error between the estimated and measured steady-state temperature was 0.097℃. The simulation experiments showed that the method of fast identification of machine tool spindle temperature rise can predict the temperature rise of the selected point in a short time, and the prediction results were in good agreement with the results of thermal equilibrium test. The feasibility and validity of the method were verified, and it can greatly improve the efficiency of thermal equilibrium test.

Key words: CNC machine tool; spindle temperature rise; fast identification; adaptive fading unscented Kalman filter; thermal equilibrium test

收稿日期: 2019-01-05 修回日期: 2019-02-25
基金项目: 国家自然科学基金项目(51605253)、浙江省基础公益研究计划项目(LGG18E050014)、浙江省博士后择优项目(zj20180077)和衢州市科技计划项目(2018T022)
作者简介: 余文利(1968—),男,副教授,主要从事数控机床热误差建模、数控技术与装备自动化技术研究,E-mail: yujimmy@163.com
通信作者: 傅建中(1968—),男,教授,博士生导师,主要从事智能制造技术与装备技术研究,E-mail: fjz@zju.edu.cn

0 引言

对于精密数控机床而言,几何误差、刀具磨损等都会影响加工精度,但是主轴系统高速旋转导致主轴轴承处产生较多热量,引起主轴热伸长对机床的加工精度影响较大^[1]。大量研究表明,精密加工机械的最大的误差源是机床外部环境和内部热源引起的热误差,占总体几何误差的 40% ~ 70%^[2]。主轴是机床的核心部件,其性能对机床的切削速度和加工精度至关重要^[3]。在减少热变形或进行热误差补偿之前,需获得机床主轴的热态特性,如温度场分布、热传导特性、温升特性、降温特性、热平衡时间以及热位移和热应力场分布等。

对机床热态特性进行建模的方法主要有有限元法、热网络法和有限差分法等,其中有限元法^[4-7]最常用。利用有限元模拟方法可以得到主轴温度场和温度关键点,然而,由于主轴结构复杂,仿真模型无法接近实际工况,导致温度的模拟结果不能反映真实的温度变化。因此,获得机床主轴热态特性的最主要方法仍是主轴热平衡试验。数控机床从启动到达到热平衡状态是一个缓慢变化过程,机床主轴热平衡试验周期长,一般根据机床的品种、类型和规格的不同,试验时间可从数小时到数十小时不等。因此,研究快速识别主轴温升特性的方法,缩短数控机床主轴热平衡试验时间,对提高数控机床热态特性分析效率具有重要意义。为提高机床热平衡试验的效率,国内外许多学者提出了机床温升快速辨识方法,通过使用热平衡试验周期中一小段时间的温度测量值来预测机床结构的原始温升,取得了一些研究成果^[8-10]。

无迹卡尔曼滤波(UKF)算法因其在处理非线性状态估计和参数识别方面的明显优势而得到广泛应用^[11]。为了准确地估计压电堆叠作动器的非线性滞后和蠕变效应,MINASE 等^[12]提出了一种基于 UKF 算法的自适应识别方法。WANG 等^[13]探索使用 UKF 算法估计电动车电池的峰值功率。UKF 算法也成功地应用于各种环境温度下基于开路电压估计锂电池充电状态^[14]。REGULSKI 等^[15]使用 UKF 算法估计功率分量和频率。在移动机器人同步定位和映射领域,UKF 算法用于地标位置估计和更新^[16]。虽然 UKF 算法已经成功应用于实时非线性结构系统辨识,但是标准 UKF 算法存在性能下降甚至发散等问题,而且研究发现其先验噪声分布与真实系统中的分布存在不匹配现象^[17]。为了克服标准 UKF 算法的不足,阮承治等^[18]利用免疫粒子群算法来优化 UKF 算法,提出一种组合导航定位方

法。HU 等^[19]提出两种不同的 UKF 算法用于 GPS 车辆导航,一种基于渐消记忆,另一种基于方差估计。LOEBIS 等^[20]使用模糊逻辑技术来更新传感器的噪声协方差。孙宇新等^[21]提出一种改进的 UKF 算法,并且使用该算法实现了无轴承异步电机的转速估计。

本文提出基于改进的自适应渐消卡尔曼滤波(AFUKF)快速辨识机床主轴温升的方法。通过利用残差序列的协方差,自适应地改变渐消因子以调整测量值,有助于减小先前测量值和不准确的系统模型对预测精度的影响,可直接应用于测量数据进行辨识,在此基础上引入自适应规则动态调整过程噪声和测量噪声协方差,以提高 UKF 算法的滤波性能。

1 基于改进的 AFUKF 算法的机床主轴温升快速辨识

1.1 渐消 UKF 算法基本原理

非线性离散模型如下

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \tag{1}$$

- 式中 $\mathbf{x}_k$ —— k 时刻 $n \times 1$ 阶系统状态向量
 $\mathbf{y}_k$ —— k 时刻 $m \times 1$ 阶测量向量
 $f(\cdot)$ 、 $h(\cdot)$ ——非线性函数
 $\mathbf{w}_k$ ——过程噪声,满足高斯分布 $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$
 $\mathbf{Q}_k$ ——过程噪声协方差
 $\mathbf{v}_k$ ——测量噪声,满足高斯分布 $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$
 $\mathbf{R}_k$ ——测量噪声协方差

渐消 UKF 算法具体步骤如下:

(1) 初始化

初始时刻状态变量 $\mathbf{x}_0$ 的均值 $\mathbf{x}_0^+$ 和误差协方差的初始矩阵 $\mathbf{P}_0^+$ 为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_0^+ = E(\mathbf{x}_0) \\ \mathbf{P}_0^+ = E[(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0^+)(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0^+)^T] \end{cases} \tag{2}$$

$\mathbf{P}_0^+$ 的 Cholesky 因子^[22]为

$$\mathbf{S}_0 = \text{chol}(\mathbf{P}_0^+)$$

(2) 时间更新

通过无迹变换构造 $2n + 1$ 个采样点,即 sigma 点集

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{(i)} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \bar{\mathbf{x}}^{(i)} & (i = 1, 2, \cdots, 2n) \\ \bar{\mathbf{x}}^{(i)} = (\sqrt{n\mathbf{P}_{k-1}^+})_i^T & (i = 1, 2, \cdots, n) \\ \bar{\mathbf{x}}^{(n+i)} = -(\sqrt{n\mathbf{P}_{k-1}^+})_i^T & (i = 1, 2, \cdots, n) \end{cases} \tag{3}$$

新构造采样点的对应权值为

$$\begin{cases} \omega_c^{(0)} = \delta / (n + \delta) + 1 - \varphi^2 + \eta \\ \omega_m^{(0)} = \delta / (n + \delta) \\ \omega_c^{(i)} = \omega_m^{(i)} = 0.5 / (n + \delta) \quad (i = 1, 2, \dots, 2n) \\ \delta = \varphi^2 (n + \kappa) - n \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\bar{x}$ ——算术平均数

i ——采样点序号

δ ——缩放比例参数

κ ——待选参数

φ ——调整参数

η ——高阶误差采样因子, 满足高斯分布时取为 2

根据上述 $2n + 1$ 个 Sigma 点集, 预测值 $\hat{x}_k^{(i)}$ 计算为

$$\hat{x}_k^{(i)} = f(\hat{x}_{k-1}^{(i)}) \quad (i = 1, 2, \dots, 2n + 1) \quad (5)$$

k 时刻先验状态估计 $\hat{x}_k^-$ 和协方差平方根矩阵 P_k^- 计算为

$$\hat{x}_k^- = \omega_m^{(i)} \sum_{i=1}^{2n} \hat{x}_k^{(i)} \quad (6)$$

$$\begin{cases} S_k^- = \text{qr} \{ \sqrt{\omega_c^{(1)}} (\hat{x}_k^{(1:2n)} - \hat{x}_k^-), \sqrt{Q_k} \} \\ S_k = \text{cholupdate} \{ S_k^-, \hat{x}_k^{(1)} - \hat{x}_k^-, \omega_c^{(0)} \} \\ P_k^- = \omega^{(i)} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^-) (\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^-)^T + Q_{k-1} \end{cases} \quad (7)$$

式中 S_k^- ——上三角矩阵, 即 QR 分解中的 R 因子^[22]

(3) 测量更新

对上述预测值进行无迹变换, 构造 $2n + 1$ 个新 Sigma 点集

$$\begin{cases} \hat{x}_k^{(i)} = \hat{x}_k^+ + \bar{x}^{(i)} & (i = 1, 2, \dots, 2n) \\ \bar{x}^{(i)} = (\sqrt{n P_{k-1}^-})_i^T & (i = 1, 2, \dots, n) \\ \bar{x}^{(n+i)} = -(\sqrt{n P_{k-1}^-})_i^T & (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \quad (8)$$

将新构造的 Sigma 点集代入测量方程, 测量向量 $\hat{y}_k^{(i)}$ 及其均值 $\hat{y}_k^-$ 、协方差阵及其平方根阵分别为

$$\begin{cases} \hat{y}_k^{(i)} = h(\hat{x}_k^{(i)}) \\ \hat{y}_k^- = \omega_c^{(i)} \sum_{i=1}^{2n} \hat{y}_k^{(i)} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} S_{y_k}^- = \text{qr} \{ \sqrt{\omega_c^{(1)}} (\hat{y}_k^{(1:2n)} - \hat{y}_k^-), \sqrt{R_k} \} \\ S_{y_k} = \text{cholupdate} \{ S_{y_k}^-, \hat{y}_k^{(1)} - \hat{y}_k^-, \omega_c^{(0)} \} \\ P_{y_k} = \omega_c^{(i)} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{y}_k^{(i)} - \hat{y}_k^-) (\hat{y}_k^{(i)} - \hat{y}_k^-)^T + R_k \end{cases} \quad (10)$$

状态向量 $\hat{x}_k^-$ 与测量向量 $\hat{y}_k$ 的互协方差阵 P_{xy}

为

$$P_{xy} = \omega_c^{(i)} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^-) (\hat{y}_k^{(i)} - \hat{y}_k^-)^T \quad (11)$$

Kalman 滤波增益阵为

$$K_k = \alpha_k P_{xy} P_{y_k}^{-1} \quad (12)$$

式中 α_k ——渐消因子

系统的状态与协方差更新为

$$\begin{cases} \hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k^-) \\ P_k^+ = P_k^- - K_k P_{y_k} K_k^T \end{cases} \quad (13)$$

式中 y_k ——在 $k\Delta t$ 时刻的实际测量向量

Δt ——采样间隔

假定测量持续进行了 $N\Delta t$ 时间, N 为采样总次数, 则在时刻 0, $\Delta t, \dots, N\Delta t$ 分别有 $N + 1$ 个测量值。即可以利用在 $N\Delta t$ 时间段内的实际测量值更新状态变量的后验均值和协方差估计。本文将 $N\Delta t$ 定义为辨识时间, 在辨识时间内, 测量更新所使用的测量值 y_k 为真实测量值。然而, 在辨识以后, 测量更新中将没有实际数据可用, 全是预测值。此时, 测量值 y_k 会被预测值替换, 预测值计算如下

$$\begin{cases} s_{k+1} = f(\hat{x}_k^+) + q \text{randn}(n, 1) \\ y_k = h(s_{k+1}) + r \text{randn}(m, 1) \end{cases} \quad (14)$$

式中 q, r ——标准差

$\text{randn}(i, j)$ ——产生标准正态分布的随机数或矩阵的函数, 返回一个 $i \times j$ 阶随机项矩阵

将 $k\Delta t$ 时刻后验均值估计 $\hat{x}_k^+$ 代入式(14)计算得到 y_k 的预测值。预测值 y_k 可用于在时刻 $k\Delta t$ 处的测量更新, 通过该方式, 辨识时间内的实际测量值可用来修正非线性模型, 从而实现辨识之后的预测功能。

1.2 渐消 UKF 主轴温升快速辨识算法

由 1.1 节可知, 渐消 UKF 算法在增益矩阵 K_k 中引入了渐消因子 α_k 以区别于传统 UKF 算法。对于不准确的系统模型, 当前测量值对预测值的修正作用减弱, 而先前测量值的修正作用相对增强, 是导致系统发散的主要原因。为了减轻模型误差对 Kalman 滤波的影响, 通过在滤波时渐消因子的引入使增益矩阵增大 α_k 倍, 从而在状态估计时增强当前测量值的作用, 减轻先前测量值对系统的影响。其中, 渐消 UKF 算法的关键是渐消因子的选择。

在 Kalman 滤波中, 测量向量 y_k 在 k 时刻的残差序列和协方差阵为

$$\epsilon_k = y_k - h_k \hat{x}_k^- \quad (15)$$

$$V_k = E[\epsilon_k \epsilon_k^T] \quad (16)$$

依据 Kalman 滤波最优理论^[23], 如增益阵 K_k 是

最优增益阵,则新残差列应保持处处正交^[24],即

$$E[\boldsymbol{\varepsilon}_{k+j}\boldsymbol{\varepsilon}_k^T]\approx\boldsymbol{P}_{x_ky_k}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{V}_k=0\quad(17)$$

对于不准确的系统模型,真实残差协方差阵与计算得出的理论值存在不一致,无法保证残差的自相关函数等于零。因此,本文通过对增益阵 $\boldsymbol{K}_k$ 的实时调整来保证残差序列相互正交,使渐消因子得到不断的修正,即

$$\alpha_k=\begin{cases}\alpha_k & (\alpha_k>1) \\ 1 & (\alpha_k\leqslant 1)\end{cases}\quad(18)$$

如果 $\boldsymbol{P}_{x_ky_k}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{V}_k=0$,则可得

$$\alpha_k\boldsymbol{S}_{y_k}\boldsymbol{S}_{y_k}^T=\boldsymbol{V}_k\quad(19)$$

对式(19)进行求迹运算,得

$$\text{tr}(\alpha_k\boldsymbol{S}_{y_k}\boldsymbol{S}_{y_k}^T)=\text{tr}(\boldsymbol{V}_k)\quad(20)$$

为使状态估计更加平滑,引入弱化因子 ρ 来避免渐消因子 α_k 的过调节,即

$$\begin{cases} \boldsymbol{N}_k=\boldsymbol{V}_k-\rho\boldsymbol{R}_k \\ \alpha_k=\frac{\text{tr}(\boldsymbol{N}_k)}{\text{tr}(\boldsymbol{S}_{y_k}\boldsymbol{S}_{y_k}^T)} \end{cases}\quad(21)$$

其中

$$\boldsymbol{V}_k=\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_0\boldsymbol{\varepsilon}_0^T & (k=0) \\ \frac{\xi\boldsymbol{V}_{k-1}+\boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^T}{1+\xi} & (k\geqslant 1) \end{cases}\quad(22)$$

式中 ξ ——遗忘因子,取0.95

ρ ——弱化因子,取3^[25]

上述传统渐消UKF算法中,渐消因子采用次优算法确定,以减少计算量,但是次优算法仅考虑 α_k 中对角元素的信息,导致不对称的残差信息,系统无法适应不精确模型,从而降低了温升辨识的精度。针对传统渐消UKF算法的不足,本文主要改进了残差的计算方法,通过对残差进行归一化处理,用 $\boldsymbol{N}'_k$ 和 $\boldsymbol{V}'_k$ 替换传统算法中的 $\boldsymbol{N}_k$ 和 $\boldsymbol{V}_k$,实现渐消因子的优化。引入矩阵 $\boldsymbol{\lambda}=\text{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m)$,其中 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m\approx y_1,y_2,\cdots,y_m$ 。 $\boldsymbol{\lambda}$ 为比例关系对角矩阵,该比例关系由系统输出值的先验信息确定,令

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_k=\boldsymbol{\lambda}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_k=\begin{bmatrix}\frac{\varepsilon_k^1}{\lambda_1}&\frac{\varepsilon_k^2}{\lambda_2}&\cdots&\frac{\varepsilon_k^m}{\lambda_m}\end{bmatrix}^T\quad(23)$$

则式(21)、(22)可改写为

$$\boldsymbol{N}'_k=\boldsymbol{V}'_k-\rho\boldsymbol{R}_k\quad(24)$$

$$\boldsymbol{V}'_k=\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}'_0\boldsymbol{\varepsilon}'_0 & (k=0) \\ \frac{\xi\boldsymbol{V}'_{k-1}+\boldsymbol{\varepsilon}'_k\boldsymbol{\varepsilon}'_k{}^T}{1+\xi} & (k\geqslant 1) \end{cases}\quad(25)$$

滤波新息的理论方差应与实时识别的方差近似相互匹配,则约束等式为

$$\begin{aligned} &(\boldsymbol{\varepsilon}_k^1)^2+(\boldsymbol{\varepsilon}_k^2)^2+\cdots+(\boldsymbol{\varepsilon}_k^m)^2\approx \\ &\frac{(\boldsymbol{\varepsilon}_k^1)^2}{\lambda_1^2}+\frac{(\boldsymbol{\varepsilon}_k^2)^2}{\lambda_2^2}+\cdots+\frac{(\boldsymbol{\varepsilon}_k^m)^2}{\lambda_m^2} \end{aligned}\quad(26)$$

尽管 $\boldsymbol{\varepsilon}_k^i$ 事先未知,但其可以由 $y_{01},y_{02},\cdots,y_{0m}$ 替换,其中 $y_{01},y_{02},\cdots,y_{0m}$ 可以通过先验信息得到。则式(26)可改写为

$$\begin{aligned} &y_{01}^2+y_{02}^2+\cdots+y_{0m}^2\approx \\ &\frac{y_{01}^2}{\lambda_1^2}+\frac{y_{02}^2}{\lambda_2^2}+\cdots+\frac{y_{0m}^2}{\lambda_m^2} \end{aligned}\quad(27)$$

式(27)各分量经归一化后基本相等,则化简后的等式为

$$\frac{y_{01}^2}{\lambda_1^2}\approx\frac{y_{02}^2}{\lambda_2^2}\approx\cdots\approx\frac{y_{0m}^2}{\lambda_m^2}\quad(28)$$

由式(28)可得

$$\begin{aligned} \lambda_j &= y_{0j}\sqrt{\frac{m}{y_{01}^2+y_{02}^2+\cdots+y_{0m}^2}} \\ &(j=1,2,\cdots,m) \end{aligned}\quad(29)$$

上述算法通过将传统算法中 $\boldsymbol{N}_k$ 与 $\boldsymbol{V}_k$ 替换为经残差归一化处理后 $\boldsymbol{N}'_k$ 与 $\boldsymbol{V}'_k$,避免由残差自身数值差异导致的信息不对称,有助于更多更快地提取残差中的信息,从而提高温升辨识算法的响应速度和预测性能。

1.3 自适应规则

非线性参考模型只能近似描述实际变化而无法准确反映,并且在测量过程中难免会出现随时间变化的测量误差,因此将协方差阵 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 定为常量会导致改进渐消UKF算法的发散。本文提出一种改进的AFUKF算法,通过动态调整协方差阵 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$,可以获得更好的滤波性能。自适应规则流程如图1所示。

测量更新后可以得到后验均值 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$,则测量向量的后验预测值 $\hat{\boldsymbol{y}}_k$ 为

$$\hat{\boldsymbol{y}}_k=h(\hat{\boldsymbol{x}}_k^+)\quad(30)$$

令 H 为非负阈值, $\boldsymbol{\psi}_k=\boldsymbol{y}_k-\hat{\boldsymbol{y}}_k^-$ 为先验残差, $\boldsymbol{\gamma}_k=\boldsymbol{y}_k-\hat{\boldsymbol{y}}_k$ 为后验残差。协方差矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 的调整策略为:①如果 $|\boldsymbol{\gamma}_k|\leqslant H$,则保持 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 当前值不变。②如果 $\boldsymbol{\gamma}_k<-H$,且 $\boldsymbol{\psi}_k>0$,则同时增大 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$,调整 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 的值,使得 $|\boldsymbol{\gamma}_k|\leqslant H$ 。③如果 $\boldsymbol{\gamma}_k<-H$,且 $\boldsymbol{\psi}_k<0$,则增大 $\boldsymbol{Q}$,减小 $\boldsymbol{R}$,调整 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 的值,使得 $|\boldsymbol{\gamma}_k|\leqslant H$ 。④如果 $\boldsymbol{\gamma}_k>H$,且 $\boldsymbol{\psi}_k>0$,则同时减小 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$,调整 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 的值,使得 $|\boldsymbol{\gamma}_k|\leqslant H$ 。⑤如果 $\boldsymbol{\gamma}_k>H$,且 $\boldsymbol{\psi}_k<0$,则减小 $\boldsymbol{Q}$,增大 $\boldsymbol{R}$,调整 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 的值,使得 $|\boldsymbol{\gamma}_k|\leqslant H$ 。

在以上策略中, $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 调整方法为:如果 $\boldsymbol{\gamma}_k<-H$, $\boldsymbol{Q}$ 以固定速率($c>1$)增大,即 $\boldsymbol{Q}_{\text{update}}=c\boldsymbol{Q}$ 。对于 $\boldsymbol{R}$ 来说,如果 $\boldsymbol{\psi}_k>0$,则增大 $\boldsymbol{R}$,反之亦然;在增大或减小 $\boldsymbol{R}$ 时,首先设置一个调整步长 $\boldsymbol{R}_{\text{step}}$,然后用步长搜索以找到适当的 $\boldsymbol{R}$,使得 $|\boldsymbol{\gamma}_k|\leqslant H$ 。如果 $\boldsymbol{\gamma}_k>H$,调整方法与上述类似, $\boldsymbol{Q}$ 以固定速率($c\in(0,1)$)减小,即 $\boldsymbol{Q}_{\text{update}}=c\boldsymbol{Q}$;对于 $\boldsymbol{R}$ 来说,如果 $\boldsymbol{\psi}_k>$

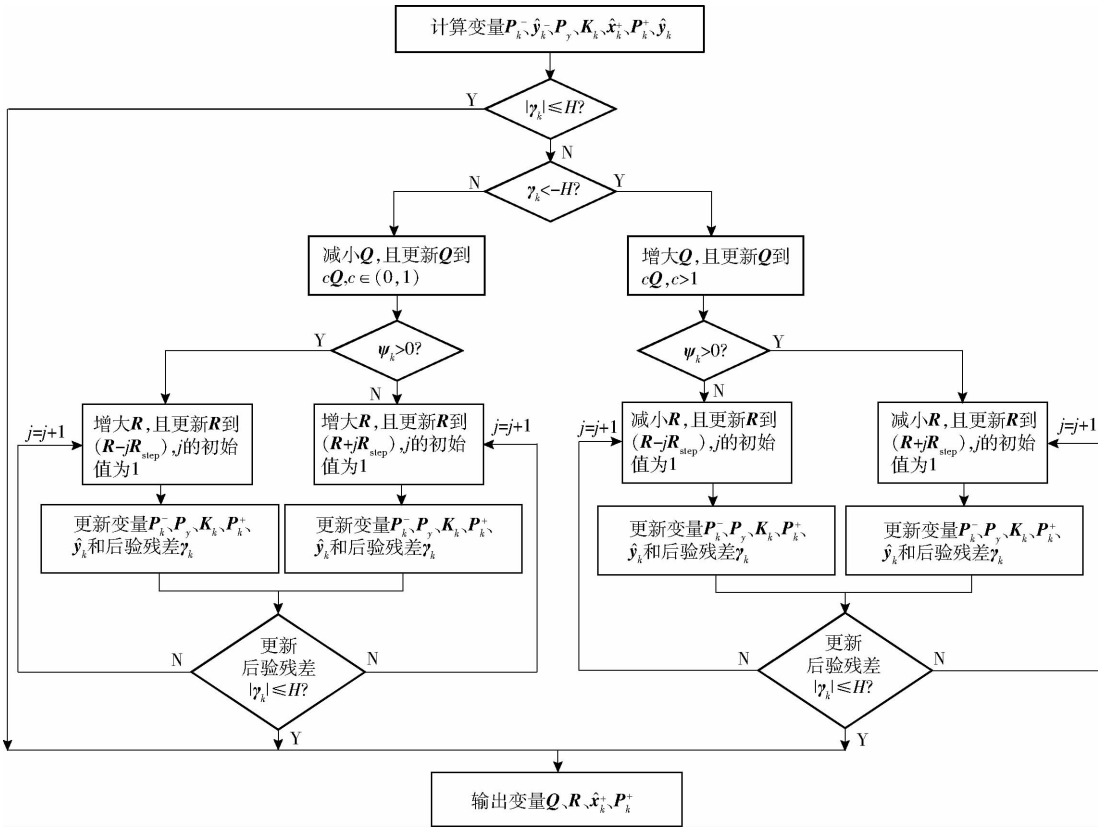


图 1 自适应规则流程图
Fig. 1 Flow chart of adaptive law

0, 则减小 R , 反之亦然。 R 的调整方法与上述相同, 通过对 Q 和 R 的调整, 使得 $|\gamma_k| \leq H$ 。

变量 $\hat{x}_k^+$ 、 P_k^+ 、 Q 和 R 通过改进的 AFUKF 算法在辨识时间 $N\Delta t$ 内动态更新, 以得到更接近实际的值。然而, 由于自适应规则依赖于实际测量值, 而在辨识时间之后没有实际测量值, 导致无法调整 Q 和 R 。因此在辨识时间之后, 使用改进渐消 UKF 算法来预测变量 $\hat{x}_k^+$ 、 P_k^+ 和 $\hat{y}_k$, 并且将 Q 和 R 保持为辨识内最后的修改值。

1.4 系统状态模型和测量模型

根据热模态理论^[8], 对于热系统, 其瞬时传热过程描述如下

$$C \frac{dT(t)}{dt} + HT(t) = W \quad (31)$$

式中 C ——热容矩阵
 H ——热阻抗矩阵
 W ——热负载向量
 $T(t)$ ——温度向量
 t ——时间

式(31)可以通过解下列方程式求解

$$HM_r = b_r CM_r \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (32)$$

式中 M_r ——特征模式向量
 b_r ——热特征值 ($b_1 < b_2 < \dots < b_n$)
则式(31)的解可以表示为

$$T = \sum_{r=1}^n M_r M_r^T \int_0^t W(\zeta) \exp(-b_r(t-\zeta)) d\zeta + \sum_{r=1}^n M_r M_r^T C T_0 \exp(-b_r t) \quad (33)$$

式中 T_0 ——初始温度向量

当 $T_0 = 0$ 且 $W(\zeta)$ 为阶跃负载时, 式(33)可以简化为

$$T = \sum_{r=1}^n \frac{1}{b_r} M_r M_r^T W_0 - \sum_{r=1}^n \frac{1}{b_r} M_r M_r^T W_0 \exp(-b_r t) \quad (34)$$

因此, 式(34)可转换为

$$T(s, t) = T_\infty(s) + \sum_{r=1}^n D_r(s) \exp(-b_r(s)t) \quad (35)$$

式中 s ——任一温度测点位置坐标

$T(s, t)$ —— t 时刻位置 s 处温度测点的瞬态温度

$T_\infty(s)$ ——位置 s 处温度测点的稳态温度

D_r ——常量, 只与材料的热物理性质和初始温度有关

$b_r(s)$ ——与热系统的综合物理性质相关的常量

使用式(35)来表示热系统的瞬态温度分布, 如果在测量温度时没有外界干扰, 式(35)中从 2 到 n

的高阶项会迅速衰减,因此,可以保留第 1 项来近似表示瞬态温度分布

$$T(s,t)=T_{\infty}(s)+D(s)\exp(-b(s)t) \quad (36)$$

将温升模型转换为离散状态空间模型,假设状态向量 $\boldsymbol{x}=(T,b,T_{\infty})^T$,则离散温升模型为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k+1}=f(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{w}_k= \\ \begin{bmatrix} T_{\infty,k}+(T_k-T_{\infty,k})\exp(-b_k\Delta t) \\ b_k \\ T_{\infty,k} \end{bmatrix}+\boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{y}_k=h(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{v}_k=T_k+\boldsymbol{v}_k \end{cases} \quad (37)$$

1.5 辨识方法设计

机床主轴选点温升曲线可以在辨识时间内通过改进的 AFUKF 算法得到,并在辨识时间后通过改进的渐消 UKF 算法获得。为了衡量温升曲线预测精度,选用给定时间段内预测温度与测量温度之间的均方根误差为

$$\sigma=\sqrt{\sum_{k=1}^N(T_e(k)-T_o(k))^2/(N-1)} \quad (38)$$

式中 $T_e(k)$ —— $k\Delta t$ 时刻的预测温度
 $T_o(k)$ —— $k\Delta t$ 时刻的测量温度

将采样时间定义为 $N\Delta t$,辨识时间需小于采样时间。假定首先进行了 $N_1\Delta t$ 时间的温度测量,选择 $I_1\Delta t$ 作为辨识时间。在辨识时间 $I_1\Delta t$ 内,依据实际测量值,通过改进的 AFUKF 算法动态更新 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+、\boldsymbol{P}_k^+、\boldsymbol{Q}、\boldsymbol{R}$,预测主轴选点的温度状态。最短辨识时间的判定方法为:

(1)在时长为 $I_1\Delta t$ 的辨识时间内,使用改进的 AFUKF 算法,根据温度测量值,动态调整变量 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$,并对所选温度测点进行预测,得到变化曲线。

(2)计算预测精度。将采样时长 $N_1\Delta t$ 下的预测温度与测量温度代入式(38),计算两者的均方根误差 σ_1 。

(3)加大辨识时间,使其变为 $I_2\Delta t、I_3\Delta t、\cdots、I_g\Delta t$,且满足 $I_1<I_2<I_3<\cdots<I_g<N_1$,重复执行步骤(1)和步骤(2)获得不同辨识时间下预测的温度变化曲线的均方根误差 $\sigma_1、\sigma_2、\cdots、\sigma_g$,得到采样时间 $N_1\Delta t$ 下均方根误差随辨识时间的变化曲线,如图 2a 所示。

(4)加大采样次数为 N_2 ,则采样时长为 $N_2\Delta t$,重复执行步骤(1)~(3),得到对应于不同辨识时间 $I_1\Delta t、I_2\Delta t、\cdots、I_g\Delta t$ 下的均方根误差 $\sigma'_1、\sigma'_2、\cdots、\sigma'_g$,如图 2b 所示。类似地,加大采样次数为 $N_3、N_4$ (满足 $N_4>N_3>N_2>N_1$),获得采样时长 $N_3\Delta t$ 和 $N_4\Delta t$ 下均方根误差随辨识时间的变化曲线,如图 2c、2d 所示。

(5)通过图 2 可以看出,对于 4 个不同的采样时长,均方根误差均在辨识时间 $I_{g-2}\Delta t$ 时刻呈现最小值,则可以判定该辨识时间为最短辨识时间。

当判别最短辨识时间后,即可以停止主轴热平衡试验,利用最短辨识时间内采集的主轴选点温升数据,使用改进的 AFUKF 算法就能够准确预测主轴选点温升,大幅度减少热平衡试验时间。

2 试验验证

2.1 试验

为了验证基于改进的 AFUKF 算法主轴温升快

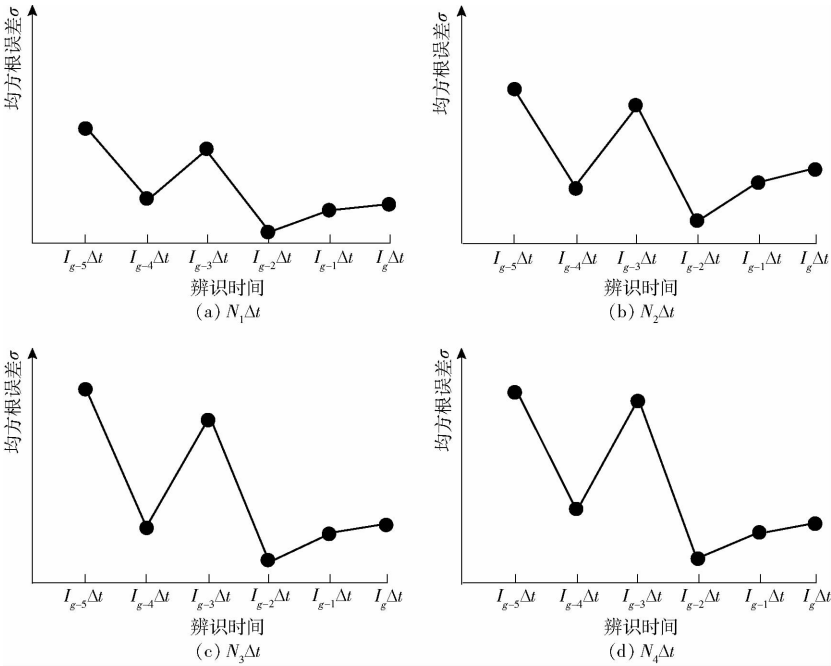


图 2 不同采样时间下均方根误差随辨识时间变化曲线

Fig. 2 Changes in RMSE with different identifying times in different sampling periods

速辨识方法的可行性和有效性,依据 ISO 230-3^[26] 数控机床热平衡试验相关标准,进行立式机床的主轴热平衡试验,通过试验获取所需温升数据。图 3 为机床主轴热平衡试验系统。在立式机床的不同位置布置了 10 个温度传感器来测量温度,所有温度传感器均为 PT100 型,如图 4 所示,表 1 为温度传感器位置说明。测量温度由数据采集系统记录,然后在计算机中进行处理和分析,并在计算机上执行基于改进的 AFUKF 的快速主轴温升辨识过程。



图 3 机床主轴热平衡试验系统

Fig. 3 Thermal equilibrium test system of machine tool spindle

1. 数据采集系统 2. 温度传感器 3. 立式机床 4. 计算机

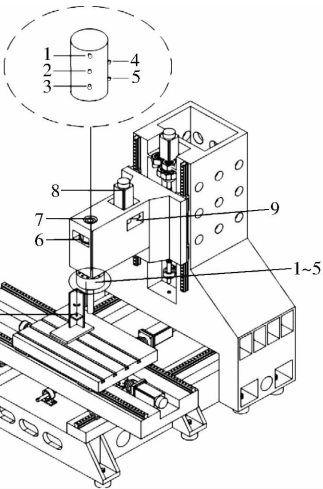


图 4 温度传感器布置

Fig. 4 Location of temperature sensors

表 1 温度传感器布置

Tab. 1 Arrangement of temperature sensors

温度传感器编号	测温点布置位置
1~5	主轴前轴承端盖表面
6, 9	主轴套筒
7	主轴缸筒末端
8	主轴电机
10	主轴下端
11	环境温度

在室温为 17.9℃ 时,机床主轴以 5 000 r/min 速度空转,开始热平衡试验。温度传感器的采样间隔 Δt 设置为 1 min,每分钟记录一次温度测量数据,直到机床达到热平衡状态。本文提出基于改进的

AFUKF 算法主轴选点温升快速辨识方法,是针对某一点温度测量值进行处理的方法,因此对每个点来说都是独立的,对于某个辨识点来说,算法只需该点的温度测量值,而无需其他点的温度,所以其他测点的温度对所需辨识点没有影响。在本文热平衡试验中,布置了 10 个测点,每个测点均可作为辨识点,来验证算法的可行性。选择传感器 5 验证所提出算法,其他点的温升曲线以相同的方式预测。图 5 为传感器 5 的测量温度变化情况,总测量时间约为 400 min。

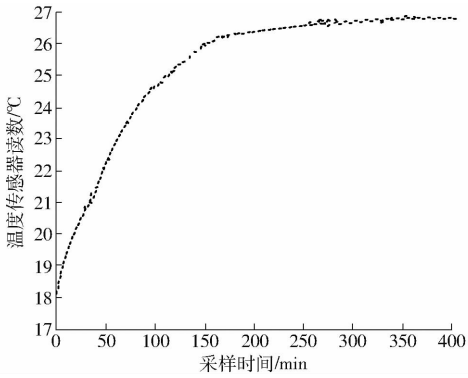


图 5 主轴选点的温度测量数据

Fig. 5 Measured temperature of spindle selected point

首先进行算法参数初始化,温升状态模型和测量模型的初始状态向量设置为 $\mathbf{x}_0 = (T_0, b_0, T_{\infty,0})^T = (10, 0.01, 30)^T$,初始状态向量均值 $\hat{\mathbf{x}}_0^+ = \mathbf{x}_0$,初始状态向量协方差阵 $\mathbf{P}_0^+ = \text{diag}(0.25, 0.01, 0.01)$,过程噪声的初始协方差矩阵 $\mathbf{Q}_0 = E(\mathbf{w}_0 \mathbf{w}_0^T) = \text{diag}(10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6})$,测量噪声的初始协方差阵 $\mathbf{R}_0 = E(\mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0^T) = 10^{-6}$,过程噪声的初始标准差 $\mathbf{q}_0 = \text{diag}(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3})$,测量噪声的初始标准差 $\mathbf{r}_0 = 10^{-3}$ 。根据 1.3 节的自适应规则,当过程噪声协方差阵 $\mathbf{Q}$ 需要增大时,将固定速率 c 设为 10,即 $\mathbf{Q}_{\text{update}} = 10\mathbf{Q}$;反之,则将固定速率 c 设为 0.1,即 $\mathbf{Q}_{\text{update}} = 0.1\mathbf{Q}$;调整步长 $\mathbf{R}_{\text{step}}$ 设为 $\mathbf{R}/100$,阈值 H 设为 10^{-4} 。

通过改进的 AFUKF 算法,计算得到在 40、45、50、55 min 采样时间下均方根误差随辨识时间的变化曲线,如图 6 所示。从图 6 可以看出,在辨识时间 28 min 处,均方根误差均为最小。根据最短辨识时间的判别规则,可以判断出 28 min 为该点温升曲线的最短辨识时间。因此,可以在 28 min 内准确预测选点的温升变化,而如果不使用本文算法,则需要大约 400 min 才能获得从机床启动到达到热平衡的温升变化。

在 28 min 辨识时间内,采用改进的 AFUKF 算法来辨识选点的温升。参数 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 分别调整为 $\text{diag}(10^{-7}, 10^{-7}, 10^{-7})$ 和 1.932×10^{-9} 。图 7 为

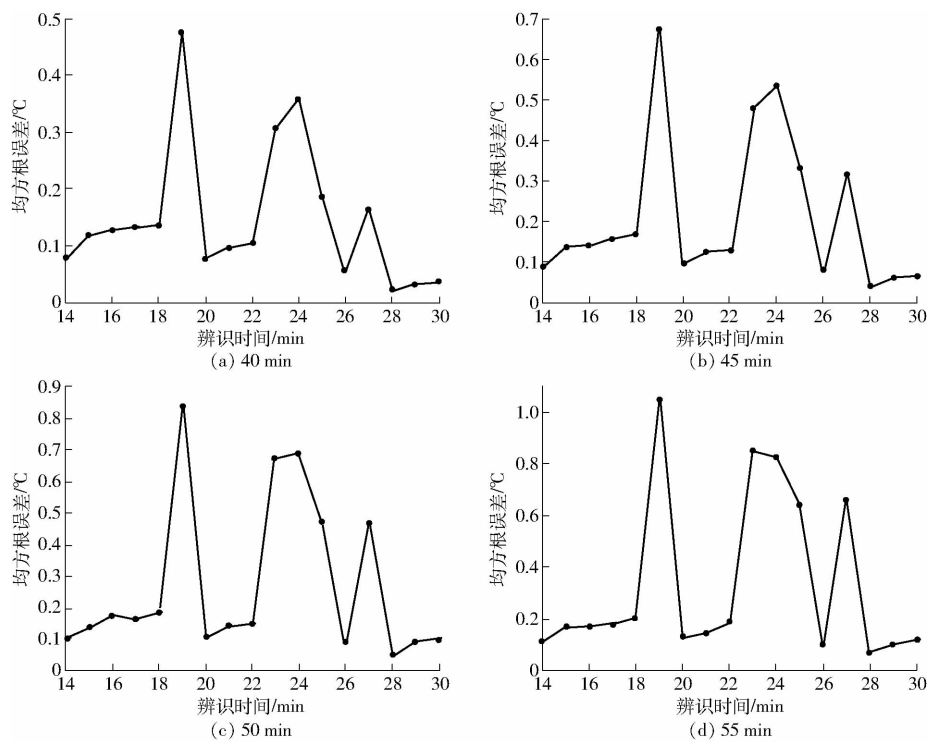


图 6 不同采样时间下均方根误差随辨识时间的变化曲线

Fig. 6 Changes in RMSE with identifying times for different sampling periods of selected point

基于改进的 AFUKF 算法使用 28 min 辨识时间内的测量温升数据所得到的预测温升和测量温升变化曲线比较情况 ,使用稳态温度和达到热平衡时间(当温度达到最大温升的 95% 时的时间)来比较选点的预测温升和测量温升。预测的稳态温度为 26.797℃,热平衡时间为 197 min。测量的稳态温度为 26.7℃,热平衡时间为 195 min。本文算法稳态温度的偏差为 0.097℃,热平衡时间偏差为 2 min。预测结果表明,本文算法取得了良好的预测效果,能够使用 28 min 的测量温升数据准确预测 400 min 的热平衡试验的温升数据,大幅缩短了热平衡试验时间。

另外,对于状态向量 $\mathbf{x} = (T, b, T_{\infty})^T$,在温升辨识过程中获得了参数 b 和 T_{∞} 的值,如图 8、9 所示。

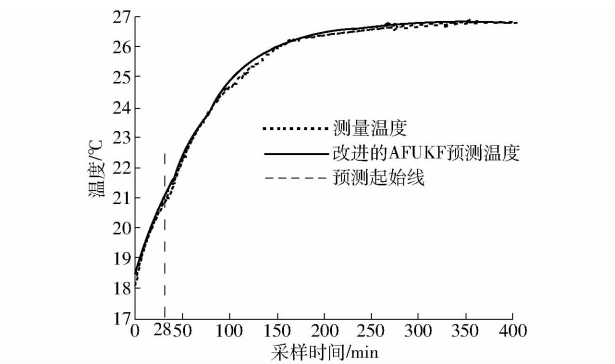


图 7 测量温升与本文算法的预测温升曲线比较
Fig. 7 Comparison of measured and estimated temperature rises of selected point based on proposed algorithm

从图 8、9 可以看出,预测变量 b 和 T_{∞} 分别收敛于 0.016 min^{-1} 和 26.797°C ,证明本文算法在预测主轴选点温升时具有很好的收敛性。

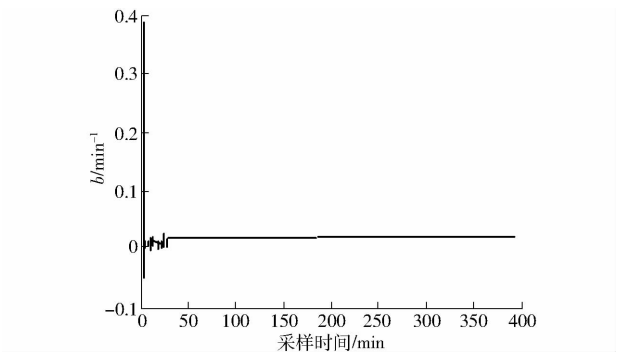


图 8 预测变量 b 的变化曲线
Fig. 8 Changing curve of estimated variable b

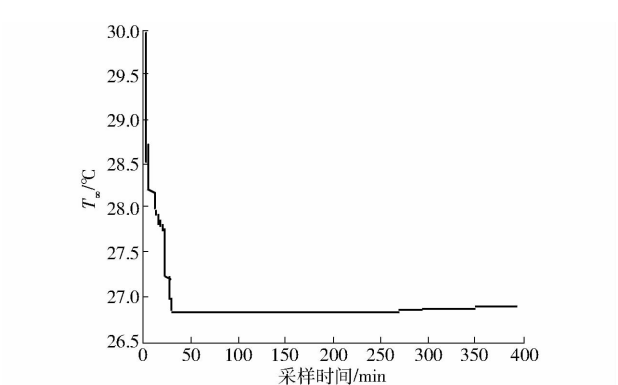


图 9 预测变量 T_infinity 变化曲线
Fig. 9 Changing curve of estimated variable T_infinity

通过计算得到总采样时间的不同辨识时间下预

测温度与测量温度之间的均方根误差。图 10 为在总采样时间内均方根误差随辨识时间的变化曲线,从图10可以看出,辨识时间28min的均方根误

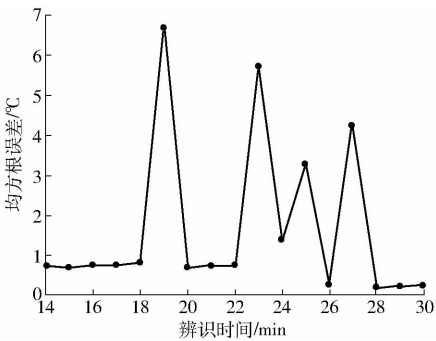


图 10 总采样时间内均方根误差随辨识时间的变化
Fig. 10 Changes in RMSE with different identifying times in a sampling period of 400 min

差最小,约为 0. 129 1℃。该时间与基于选点温升的快速辨识的时间相同。因此,可以证明本文提出的基于改进的 AFUKF 算法的温升快速辨识方法是有效的。

2.2 对比分析

在温升辨识过程中,传统渐消 UKF 算法与改进的 AFUKF 算法使用相同的初始化参数。进行选点温升快速辨识时,使用传统渐消 UKF 算法,在 50、55、60、65 min 的采样时间下均方根误差随辨识时间的变化曲线如图 11 所示。由图 11 可知,在辨识时间 32 min 处均方根误差均为最小。

图 12 为在辨识时间 32 min 处传统渐消 UKF 算法预测温升和测量温升变化曲线比较情况,从图 12 可以看出,虽然使用传统渐消 UKF 算法对所选点的

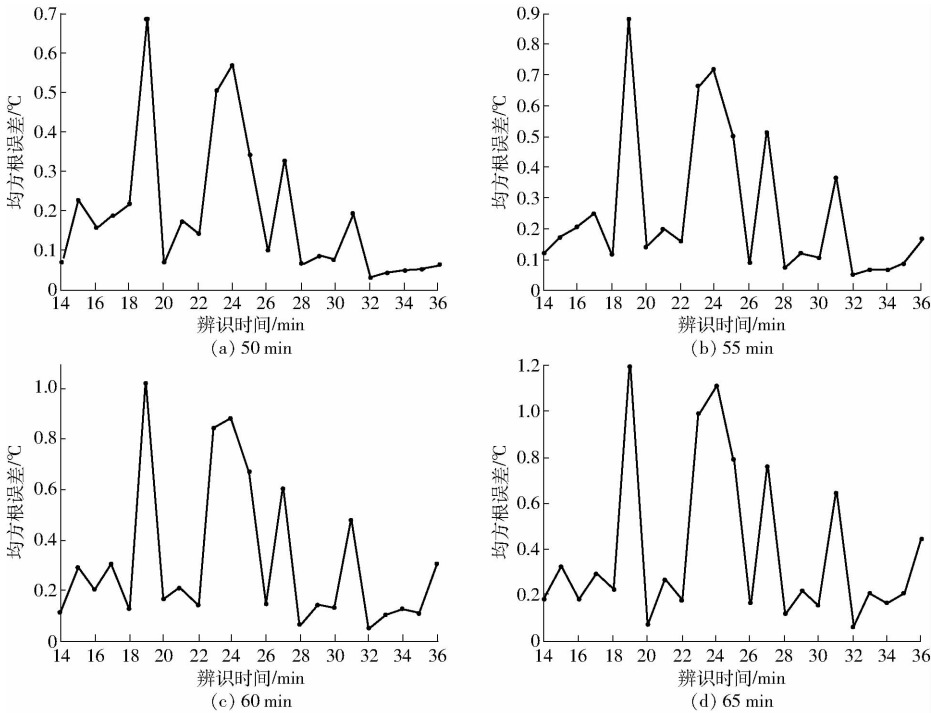


图 11 传统渐消 UKF 算法不同采样时间下均方根误差随辨识时间的变化曲线
Fig. 11 Changes in RMSE with identifying times for selected point based on normal fading UKF in different sampling times

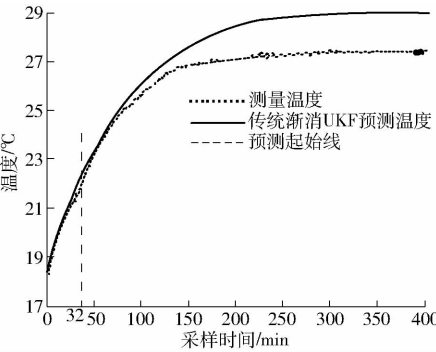


图 12 测量温升与传统渐消 UKF 算法预测温升曲线比较
Fig. 12 Measured and estimated temperature rises of selected point based on normal fading UKF

最小辨识时间仅为 32 min,但是在 32 min 辨识时间下预测温升与测量温升有较大偏差。基于改进的 AFUKF 算法下最短辨识时间 28 min 内的预测温升更接近于测量温升(图 7)。原因在于传统渐消 UKF 算法,仅考虑渐消因子中对角元素的信息,导致残差信息不对称,而测量噪声和过程噪声的协方差 R 和 Q 保持固定不变的话,则会导致协方差 Q 、 R 与实际系统中的真实协方差不匹配,从而导致算法性能下降甚至发散,使得在最短辨识时间32 min内的预测温升与测量温升出现大的偏差。而改进的 AFUKF 算法因为通过残差归一化自动更新渐消因子,同时引入自适应调整规则,使得在进行温升预测时,得出

的主轴温升预测结果符合实际的温度变化,因此,基于改进的 AFUKF 的快速辨识方法优于传统渐消 UKF 方法。

3 结论

(1) 基于改进的 AFUKF 的温升辨识方法可以在更短的时间内快速预测机床主轴选点的温升变化。

(2) 首先使用残差归一化处理自动更新渐消因子并将其引入增益矩阵,以减小系统模型偏差对估算精度的影响,增强滤波器的稳定性;其次通

过使用自适应规则,动态调整协方差矩阵 Q 和 R ,减少外部扰动对温升预测的影响,获得了更好的滤波性能。

(3) 使用立式机床验证所提出方法的可行性和有效性,试验中选定主轴上的一个点,得到 28 min 为该选点的最短辨识时间,利用该最短辨识时间下的测量温度所预测的主轴温升,与 400 min 时间段内测量温升之间的均方根误差为 0.1291°C 、稳态温度之间的误差为 0.097°C 。试验结果表明,本文提出方法是有效的,应用于主轴热平衡试验,能够大幅度提高试验效率。

参 考 文 献

- [1] 邓小雷,林欢,王建臣,等. 机床主轴热设计研究综述[J]. 光学精密工程, 2018, 26(6):1415-1429.
DENG Xiaolei, LIN Huan, WANG Jianchen, et al. Review on thermal design of machine tool spindles[J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(6):1415-1429. (in Chinese)
- [2] MAYR J, JEDRZEJEWSKI J, UHLMANN E, et al. Thermal issues in machine tools[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2012, 61(2):771-791.
- [3] ABELE E, ALTINTAS Y, BRECHER C. Machine tool spindle units[J]. CIRP Annals, 2010, 59(2):781-802.
- [4] ZIVKOVIC A, ZELJKOVIC M, TABAKOVIC S, et al. Mathematical modeling and experimental testing of high-speed spindle behavior[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 77(5-8):1071-1086.
- [5] UHLMANN E, HU J. Thermal modeling of a high speed motor spindle[J]. Procedia CIRP, 2012(1):313-318.
- [6] ZHANG J F, FENG P F, CHEN C, et al. A method for thermal performance modeling and simulation of machine tools[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(5-8):1517-1527.
- [7] MA C, YANG J, ZHAO L, et al. Simulation and experimental study on the thermally induced deformations of high-speed spindle system[J]. Applied Thermal Engineering, 2015, 86:251-268.
- [8] MATSUO M, YASUI T, INAMURA T, et al. High-speed test of thermal effects for a machine-tool structure based on modal-analysis[J]. Precision Engineering, 1986, 8(2):72-78.
- [9] XIA C H, FU J Z, XU Y T, et al. Machine tool selected point temperature rise identification based on operational thermal modal analysis[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 70(1-4):19-31.
- [10] 冯刚,夏晨晖,孙磊,等. 基于非线性预测的机床主轴温升特性快速辨识[J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(6):341-348.
FENG Gang, XIA Chenhui, SUN Lei, et al. Fast identification of machine tool spindle temperature rise characteristics based on nonlinear prediction[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(6):341-348.
http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20150649&flag=1&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.06.049. (in Chinese)
- [11] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceeding of the IEEE, 2004, 92(3):401-422.
- [12] MINASE J, LU T F, CAZZOLATO B, et al. Adaptive identification of hysteresis and creep in piezoelectric stack actuators[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 46(9-12):913-921.
- [13] WANG W D, WANG X T, XIANG C L, et al. Unscented Kalman filter-based battery SOC estimation and peak power prediction method for power distribution of hybrid electric vehicles[J]. IEEE Access, 2018, 6:35957-35965.
- [14] XING Y J, HE W, PECHT M, et al. State of charge estimate of lithium-ion batteries using the open-circuit voltage at various ambient temperatures[J]. Applied Energy, 2014, 113:106-115.
- [15] REGULSKI P, TERZIJA V. Estimation of frequency and fundamental power components using an unscented Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(4):952-962.
- [16] LI M H, HONG B R, LUO R H, et al. A novel method for mobile robot simultaneous localization and mapping[J]. Journal of Zhejiang University (Science A), 2006, 7(6):937-944.
- [17] JIANG Z, SONG Q, HE Y Q, et al. A novel adaptive unscented Kalman filter for nonlinear estimation[C] //The 46th IEEE Conference on Decision and Control, 2007:5805-5810.
- [18] 阮承治,赵德安,刘晓洋,等. 基于 IPSO-UKF 的水草清理作业船组合导航定位方法[J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(7):38-45.
RUAN Chengzhi, ZHAO Dean, LIU Xiaoyang, et al. Integrated navigation positioning method based on IPSO-UKF for aquatic plants cleaning workboat[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(7):38-45.
http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20170705&flag=1&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.07.005. (in Chinese)
- [19] HU C, CHEN W, CHEN Y, et al. Adaptive Kalman filtering for vehicle navigation[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2003, 2(1):42-47.
- [20] LOEBIS D, SUTTON R, CHUDLEY J, et al. Adaptive tuning of a Kalman filter via fuzzy logic for an intelligent AUV

- navigation system[J]. Control Engineering Practice, 2004, 12(2):1531 – 1539.
- [21] 孙宇新, 沈启康, 叶海涵, 等. 基于改进 UKF 的无轴承异步电机无速度传感器控制[J]. 农业工程学报, 2018, 34(19):74 – 81.
SUN Yuxin, SHEN Qikang, YE Haihan, et al. Speed-sensorless control system of bearingless induction motor based on modified adaptive fading unscented Kalman filter[J]. Transactions of the CSAE, 2018, 34(19):74 – 81. (in Chinese)
- [22] 胡志坤, 刘斌, 林勇, 等. 电池 SOC 的自适应平方根无极卡尔曼滤波估计算法[J]. 电机与控制学报, 2014, 18(4):111 – 116.
HU Zhikun, LIU Bin, LIN Yong, et al. Adaptive square root unscented Kalman filter for SOC estimation of battery[J]. Electric Machines and Control, 2014, 18(4):111 – 116. (in Chinese)
- [23] 孙宇新, 杨玉伟. 无轴承异步电机非线性滤波器自适应逆解耦控制[J]. 农业工程学报, 2016, 32(14):76 – 83.
SUN Yuxin, YANG Yuwei. Adaptive inverse decoupling control for bearingless induction motors based on nonlinear filter[J]. Transactions of the CSAE, 2016, 32(14):76 – 83. (in Chinese)
- [24] DAN S. Optimal state estimation: Kalman, h_{∞} , and nonlinear approaches[M] // SIMON D J. Optimal state estimation: Kalman, Infinity, and nonlinear approaches, 2006.
- [25] 贺姗, 赵旭, 师昕. 改进的强跟踪求积分卡尔曼滤波算法[J]. 计算机技术与发展, 2018, 28(7):43 – 47.
HE Shan, ZHAO Xu, SHI Xin. Improved strong tracing quadrature Kalman filtering algorithm[J]. Computer Technology and Development, 2018, 28(7):43 – 47. (in Chinese)
- [26] ISO. ISO230 – 3 test code for machine tool part 3: determination of thermal effects[S]. 2007.
-

(上接第 227 页)

- [17] 赵燕东, 涂佳炎. 基于北斗卫星导航系统的林区智能巡检测绘系统研究[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(7):177 – 185.
ZHAO Yandong, TU Jiayan. Intelligent surveying and mapping system of forest inspection based on Beidou Satellite[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(7):177 – 185. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20180722&flag=1&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2018.07.022. (in Chinese)
- [18] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003:399 – 401.
- [19] 刘基余. GNSS 信号接收机的研制思考——GNSS 导航信号的收发问题之十四[J]. 数字通信世界, 2015(10):1 – 9.
LIU Jiyu. Development thinking on GNSS signal receivers—transmitting/receiving issue(14) of GNSS navigation signals[J]. Digital Communication World, 2015(10):1 – 9. (in Chinese)
- [20] PAZIEWSKI J, SIERADZKI R. Integrated GPS + BDS instantaneous medium baseline RTK positioning: signal analysis, methodology and performance assessment[J]. Advances in Space Research, 2017, 60(12):2561 – 2573.
- [21] 李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2016.
- [22] QU L Z, ZHAO Q L, GUO J, et al. BDS/GNSS real-time kinematic precise point positioning with un-differenced ambiguity resolution[C] // China Satellite Navigation Academic Annual Meeting, 2015:13 – 29.
- [23] 张剑清, 潘渤, 王树根. 摄影测量学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2012:90 – 93.
- [24] YAN Fei, GONG Yinxu, FENG Zhongke. Study on the position drift of GPS single point and improving the accuracy of positioning[C] // 2nd International Conference on Measurement, Instrumentation and Automation, 2013:492 – 498.
- [25] 姜作喜, 张虹, 郭志宏. 航空重力测量内符合精度计算方法[J]. 物探与化探, 2010, 34(5):672 – 676.
JIANG Zuoxi, ZHANG Hong, GUO Zhihong. The method for calculation of internal accord accuracy in airborne gravity survey[J]. Geophysical & Geochemical Exploration, 2010, 34(5):672 – 676. (in Chinese)
- [26] 蔡昌盛, 戴吾蛟, 匡翠林. GPS/GLONASS 组合系统的 PDOP 计算和分析[J]. 测绘通报, 2011(11):5 – 7.
CAI Changsheng, DAI Wujiao, KUANG Cuilin. Calculation and analysis of PDOP for combined GPS/GLONASS systems[J]. Bulliten of Surveying and Mapping, 2011(11):5 – 7. (in Chinese)
- [27] LI P, ZHANG X. Modeling and performance analysis of GPS/GLONASS/BDS precise point positioning[C] // China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2014 Proceedings: Volume III. Springer Berlin Heidelberg, 2014:251 – 263.
- [28] KHODABANDEH A, TEUNISSEN P. PPP – RTK and inter-system biases: the ISB look-up table as a means to support multi-system PPP – RTK[J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(9):837 – 851.
- [29] 高旺, 高成发, 潘树国, 等. 北斗三频宽巷组合网络 RTK 单历元定位方法[J]. 测绘学报, 2015, 44(6):641 – 648.
GAO Wang, GAO Chengfa, PAN Shuguo, et al. Single-epoch positioning method in network RTK with BDS Triple-frequency[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44(6):641 – 648. (in Chinese)
- [30] 李斌, 李征航, 刘万科. COMPASS/GPS/GLONASS 系统组合在中国区域的仿真分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(6):94 – 97.
LI Bin, LI Zhenghang, LIU Wanke. Simulation analysis of combined system of COMPASS/GPS/GLONASS in China region[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 33(6):94 – 97. (in Chinese)