

八自由度机械臂位置运动学模型解析解

覃艳明 赵静一 仝少帅 王建军
(燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004)

摘要: 采用 D-H 法建立了八自由度农业机器人机械臂连杆坐标系, 得到以关节变量为输入的正运动学方程。在正运动学方程的基础上, 根据农业机器人实际工况以及机械臂自身的结构特点, 设定了约束条件, 进行了逆运动学分析, 得到了各关节变量的解析表达式, 并对正运动学与逆运动学计算结果进行了相互验证。采用 ADAMS 仿真软件建立了机械臂的仿真模型, 进行了运动学仿真, 仿真结果与理论计算相符。搭建实验平台, 实验验证了正运动学与逆运动学求解结果的正确性。

关键词: 串联机器人; 八自由度; 机械臂; 运动学; 仿真

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)01-0400-06

Analytical Solution of Kinematics Model of Eight-degree-of-freedom Manipulator

QIN Yanming ZHAO Jingyi TONG Shaoshuai WANG Jianjun
(College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Agricultural robot technology can reflect the level of a country's agricultural mechanization, and the level of agricultural mechanization is an important indicator of a country's level of agricultural modernization. At present, the agricultural robots in China have made great progress. Taking an agricultural robot as the research object, and the robot kinematics method was used to analyze the relationship between various joints, including the analysis of positive kinematics and inverse kinematics. Firstly, three-dimensional software was used to design the structure. According to the structural characteristics of the robotic arm, the D-H method was used to establish the link coordinate system. The relationship between two adjacent links was represented by a homogeneous transformation matrix, and the positive kinematics equations with joint variables as input were obtained. Based on the positive equation of motion, according to the structural characteristics of the robot arm itself and the actual working conditions, the constraints were set, and inverse kinematics analysis was performed by using the inverse transformation method. The analytical expressions of the joint variables were obtained. The results of the calculations of positive kinematics and inverse kinematics were mutually verified. The simulation model of the robotic arm was established by using Adams simulation software. The kinematics simulation was performed. The simulation results were in accordance with the theoretical calculations, and the correctness of the solution results of positive kinematics and inverse kinematics was verified. The research results provided a theoretical basis for follow-up trajectory planning of agricultural robot control, which laid a foundation for the intelligent operation of agricultural robots.

Key words: tandem robot; eight-degree-of-freedom; robotic arm; kinematics; simulation

0 引言

随着科学技术的发展, 机器人^[1]得到越来越广泛的应用。作为机器人主要执行装置的机械臂则成为机器人技术的重要研究课题。我国是农业大国, 农业是国民经济的基础, 农业装备则是现代农业的

收稿日期: 2018-07-05 修回日期: 2018-08-31
基金项目: 国家自然科学基金项目(51675461)
作者简介: 覃艳明(1979—), 女, 博士生, 主要从事多自由度机器人机构和多液压系统协调控制研究, E-mail: qinyanminghb@163.com
通信作者: 赵静一(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事流体传动与控制系统设计及可靠性研究, E-mail: zjy@ysu.edu.cn

重要支撑。农业机器人是一种以农产品为操作对象、兼有人类部分信息感知和四肢行动功能、可重复编程的柔性自动化或半自动化设备^[2-4]。

目前国内学者对机器人在农业方面的应用进行了大量的研究^[5-8]。由于农业机器人在执行任务过程中需要避障功能,所以一般采用冗余自由度机械臂。八自由度农业机器人机械臂为冗余机构,其运动学反解存在无穷多组解,求解比较困难^[9],目前均采用数值解求解各关节变量值,计算效率低下。因此,本文以八自由度农业机器人机械臂为研究对象,采用反变换的方法求解机械臂逆运动学的解析解,为该类农业机器人控制的轨迹规划及智能化作业提供依据。

1 机械臂结构

采用 SolidWorks 对农业机器人的机械臂进行三维建模,它是具有 8 个自由度的关节机器人,其中 2 个关节为移动副,6 个关节为转动副。根据各部分的三维几何关系进行建模,按顺序将三维模型进行装配,可得到农业机器人的装配体,如图 1 所示。



图 1 八自由度农业机器人三维模型

Fig. 1 Three-dimensional model of 8-DOF agricultural robot
1. 基座 2. 铰座 3. 9. 液压缸 4. 大臂内管 5. 旋转机构 6. 回转油缸 7. 小臂 8. 连接件 10. 大臂外管

2 正运动学分析

农业机器人具有 8 个关节,根据机械臂结构,采用 D-H 法^[10-14]进行各关节坐标系的建立。先确定机械臂的初始位姿,根据此位姿建立基础坐标系和各关节的坐标系。为了简化计算,将关节 1 的坐标系与基础坐标系重合,之后依次在各关节上建立坐标系,所得机构简图和各关节坐标系如图 2 所示。

正运动学求解就是已知各个关节变量的值,计算机械臂的末端相对于基础坐标系的位置的姿态。根据各连杆参数以及所建立的坐标系的关系可得出各关节的 D-H 参数表,如表 1 所示。表中 θ_1 、 θ_2 、 d_3 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 、 θ_7 和 d_8 为关节变量。

根据建立的坐标系以及 D-H 参数表可计算各连杆的齐次变换矩阵。由坐标系 $\{i+1\}$ 至坐标系 $\{i\}$ 的齐次变换矩阵为

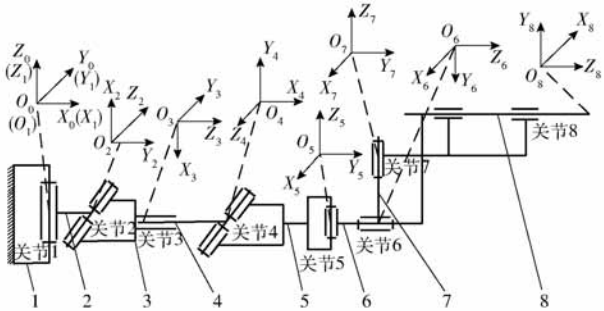


图 2 机械臂各关节坐标系

Fig. 2 Arm joint coordinate system

1. 基座 2. 铰座 3. 大臂外管 4. 大臂内管 5. 连接件 6. 旋转机构 7. 末端摆动 8. 末端装置

表 1 八自由度农业机器人的 D-H 参数

Tab.1 8-DOF agricultural robot D-H parameters

关节 <i>i</i>	<i>a_{i-1}</i> / mm	<i>α_{i-1}</i> / (°)	<i>d_i</i> / mm	<i>θ_i</i> / (°)	关节变量范围
1	0	0	0	<i>θ</i> ₁	[- 35°, 35°]
2	140	- 90	0	<i>θ</i> ₂	[- 143°, - 60°]
3	0	- 90	<i>d</i> ₃	180	[2 808 mm, 4 063 mm]
4	135	90	0	<i>θ</i> ₄	[37°, 120°]
5	134. 4	- 90	96	<i>θ</i> ₅	[- 125°, - 55°]
6	0	- 90	745	<i>θ</i> ₆	[- 180°, 180°]
7	0	90	420	<i>θ</i> ₇	[- 10°, 87°]
8	0	- 90	<i>d</i> ₈	- 180	[1 775 mm, 3 025 mm]

$${}^{i-1}_iT=$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin\theta_i\cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i\cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -d_i\sin\alpha_{i-1} \\ \sin\theta_i\sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i\sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & d_i\cos\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(1)

农业机器人有 8 个自由度,故有 8 个相邻坐标系的齐次变换矩阵,可分别求得

$${}^0_1T=\begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T=\begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 140 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_2 & -\cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} {}^3_4T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & -135 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_4 & \cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^4_5T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & 134.4 \\ 0 & 0 & 1 & 96 \\ -\sin\theta_5 & -\cos\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^5_6T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 745 \\ -\sin\theta_6 & -\cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^6_7T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_7 & -\sin\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -420 \\ \sin\theta_7 & \cos\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^7_8T &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由上述各关节的齐次变换矩阵可得机械臂的末端位姿矩阵为

$${}^0_8T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T {}^6_7T {}^7_8T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中前3列向量分别为末端坐标系{8}的X、Y、Z轴在基础坐标系中的方向矢量,第4列为末端坐标系原点在基础坐标系中的位置矢量。

将各关节变量的初值代入式(2)可得出机器人机械臂的初始位姿矩阵

$${}^0_8T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 5\,602.4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 651 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

3 逆运动学分析

逆运动学求解就是已知机械臂末端相对于基础坐标系的位置和姿态,求解各个关节变量的值。逆运动学求解有多种方法,如 PAUL 等^[15]提出的反变换法,LEE 等^[16]的几何法,PIEPER 等^[17]的方法等。没有唯一确定的机器人逆运动学求解的方法,本文采用反变换法(也称代数方法)对农业机器人进行逆运动学求解。

由于有8个自由度,但能列出的等式仅有6个,

考虑到机械臂为冗余机构,在空间操作时可有效躲避障碍物,另外机械臂在工作过程中小臂需垂直于工作面,则可约束关节2和关节4在工作过程中有 $\theta_2 - \theta_4 = -180^\circ$,关节1和关节5在工作过程中有 $\theta_1 + \theta_5 = -90^\circ$ 。添加2个约束条件后,机械臂在空间操作过程中可有效地躲避障碍物和优化工作空间。因关节8是一个末端移动关节,在实际工作过程中只需前7个关节确定姿态后,末端在其轴线方向上移动即可,故在运动学分析时可令末端不移动,即 d_8 为定值,取 $d_8 = 1\,775\text{ mm}$,这样虽然减少了机构的自由度,但不影响机械臂实际的工作过程,有利于计算^[18]。为了书写方便,下面表达式中令 $\cos\theta_i = C_i$ 和 $\sin\theta_i = S_i$,下文 $\text{atan}(y, x)$ 是双变量反正切函数。由式(2)可得

$$\theta_6 = \pm \arccos o_z \quad (4)$$

用 ${}^0_1T^{-1}$ 左乘式(2),可得

$${}^0_1T^{-1} {}^0_8T = {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T {}^6_7T {}^7_8T \quad (5)$$

由式(5)可求得

$$\theta_1 = \begin{cases} \text{atan2}(420S_6 + p_y - a_yd_8, p_x - a_xd_8 - 745) \\ \text{atan2}(-420S_6 - p_y + a_yd_8, 745 - p_x + a_xd_8) \end{cases} \quad (6)$$

进而求得

$$\theta_5 = -90^\circ - \theta_1 \quad (7)$$

$$\theta_7 = \text{atan2}(-S_5, C_5C_6) \pm \text{atan2}(q_1, q_2) \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} q_1 = \sqrt{(C_5C_6)^2 + (-S_5)^2 - (-n_xC_1 - n_yS_1)^2} \\ q_2 = -n_xC_1 - n_yS_1 \end{cases} \quad (9)$$

用 ${}^1_2T^{-1}$ 左乘式(5),可得

$${}^1_2T^{-1} {}^1_8T = {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T {}^6_7T {}^7_8T \quad (10)$$

由式(10)可求得

$$\theta_2 = \text{atan2}(q_4, q_3) \pm \text{atan2}(\sqrt{q_3^2 + q_4^2 - 135^2}, 135) \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} q_3 = C_1(p_x - a_xd_8) + S_1(p_y - a_yd_8) - 140 - 420C_5S_6 + 745S_5 - 134.4 \\ q_4 = 420C_6 + 96 - p_z + a_zd_8 \end{cases} \quad (12)$$

由 $\theta_2 - \theta_4 = -180^\circ$ 可得

$$\theta_4 = \theta_2 + 180^\circ \quad (13)$$

进而求得

$$\begin{aligned} d_3 = & -C_1S_2(p_x - a_xd_8) - S_1S_2(p_y - a_yd_8) - \\ & C_2(p_z - a_zd_8) + 140S_2 - 420S_4C_5S_6 + 745S_4S_5 - \\ & 134.4S_4 - 420C_4C_6 - 96C_4 \end{aligned} \quad (14)$$

上述求得各关节变量共有16组解,根据各关

节在实际工作时的取值范围和工作环境,可舍去的解有 θ_1 的第 2 组解、 θ_7 的加号组解、 θ_2 的加号组解,最后剩余的只有两组解,即

$$\left\{\begin{aligned}\theta_6 &= -\arccos o_z \\ \theta_1 &= \operatorname{atan2}(420S_6 + p_y - a_y d_8, p_x - a_x d_8 - 745) \\ \theta_5 &= -90^\circ - \theta_1 \\ \theta_7 &= \operatorname{atan2}(-S_5, C_5 C_6) - \operatorname{atan2}(q_1, q_2) \\ \theta_2 &= \operatorname{atan2}(q_4, q_3) - \operatorname{atan2}(\sqrt{q_3^2 + q_4^2 - 135^2}, 135) \\ \theta_4 &= \theta_2 + 180^\circ \\ d_3 &= -C_1 S_2(p_x - a_x d_8) - S_1 S_2(p_y - a_y d_8) - \\ &\quad C_2(p_z - a_z d_8) + 140S_2 - 420S_4 C_5 S_6 + \\ &\quad 745S_4 S_5 - 134.4S_4 - 420C_4 C_6 - 96C_4\end{aligned}\right.$$

(15)

$$\left\{\begin{aligned}\theta_6 &= \arccos o_z \\ \theta_1 &= \operatorname{atan2}(420S_6 + p_y - a_y d_8, p_x - a_x d_8 - 745) \\ \theta_5 &= -90^\circ - \theta_1 \\ \theta_7 &= \operatorname{atan2}(-S_5, C_5 C_6) - \operatorname{atan2}(q_1, q_2) \\ \theta_2 &= \operatorname{atan2}(q_4, q_3) - \operatorname{atan2}(\sqrt{q_3^2 + q_4^2 - 135^2}, 135) \\ \theta_4 &= \theta_2 + 180^\circ \\ d_3 &= -C_1 S_2(p_x - a_x d_8) - S_1 S_2(p_y - a_y d_8) - \\ &\quad C_2(p_z - a_z d_8) + 140S_2 - 420S_4 C_5 S_6 + \\ &\quad 745S_4 S_5 - 134.4S_4 - 420C_4 C_6 - 96C_4\end{aligned}\right.$$

(16)

依据“最优原则”,当向机械臂末端左边旋转时,采用第 1 组解, θ_6 取负号,即旋转机构逆时针旋转,如图 3a 所示;当向右边旋转时,采用第 2 组解, θ_6 取正号,即旋转机构顺时针旋转,如图 3b 所示。



图 3 旋转位形
Fig. 3 Rotation bitmap

4 仿真验证

利用 Matlab 软件对正运动和逆运动求解仿真进行验证。将正运动和逆运动算法输入到 Matlab 中,从 D-H 参数表中各关节变量的取值范围中任

意取值,将其代入编写的 Matlab 正运动程序中,求得末端位姿矩阵,将此位姿矩阵代入逆运动程序中进而求得各关节变量的值,与开始输入量进行比较,以验证仿真结果。为了更加直观地观察机械臂各部分运动情况,可导入到 ADAMS 中建立仿真模型^[19-20]。利用逆运动求解公式可计算各关节变量的值,输入到仿真模型中进行仿真,与理论分析进行对比,验证其正确性。

将机械臂的三维模型导入到 ADAMS 中,各关节变量值的初值为 $[0^\circ \quad -90^\circ \quad 2\,808\text{ mm} \quad 90^\circ \quad -90^\circ \quad 0^\circ \quad 0^\circ \quad 1\,775\text{ mm}]$,可得各关节在基础坐标系下的初始位姿如图 4 所示。



图 4 仿真模型中的初始位姿
Fig. 4 Initial pose in simulation model

给定一组各关节变量值输入到 Matlab 正运动程序中,可得末端位姿矩阵为

$${}^0_8T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 5\,721.800\,0 \\ 0.866\,0 & 0.500\,0 & 0 & 774.568\,1 \\ -0.500\,0 & 0.866\,0 & 0 & 855.684\,2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(17)

将式(17)作为已知量代入到 Matlab 逆运动程序中,可求得两组解分别为 $[9.999\,8^\circ \quad -95.000\,0^\circ \quad 3\,000\text{ mm} \quad 84.999\,8^\circ \quad -100.000\,4^\circ \quad -30.002\,9^\circ \quad 0^\circ \quad 1\,775\text{ mm}]$ 和 $[17.093\,2^\circ \quad -94.841\,3^\circ \quad 3\,097.8\text{ mm} \quad 85.158\,7^\circ \quad -107.093\,2^\circ \quad 30.002\,9^\circ \quad 0^\circ \quad 1\,775\text{ mm}]$ 。

目标位置在机械臂末端的左侧,根据“最优原则”,选用第 1 组解。

将算例中各关节变量的值输入到 ADAMS 中进行仿真,可得到机械臂位姿如图 5 所示,在机械臂末端建立的 Mark 点可测得末端的位姿参数,位置参数为 $[5\,721.73\text{ mm} \quad 775.32\text{ mm} \quad 853.36\text{ mm}]$,与式(17)给定的预期位置虽有误差但基本一致。测得的姿态参数为 $[90^\circ \quad 30^\circ \quad 90^\circ]$,由于本文默认采用 Z-Y-X 欧拉角描述刚体姿态,因此可算得其姿态矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0.866\,0 & 0.500\,0 & 0 \\ -0.500\,0 & 0.866\,0 & 0 \end{bmatrix}$$

(18)

结果也与式(17)给定的预期姿态矩阵一致,仿真验证了运动学正解与反解求解结果的正确性。



图5 机械臂最终位姿

Fig.5 Adams pose simulation

5 实验验证

为了验证该运动学算法的正确性,搭建实验平台进行实验验证,实验平台如图6所示,机械臂固定在底座上,幕布上的点代表末端要到达的位置点。

在幕布上目标点中任取10个点,将目标点的数据传输到控制器中,控制机械臂到达目标位置点,可求得末端位置的实际值,与理论值进行比较,如图7所示,从图7可以得出,存在误差,但基本一致,引起误差的原因可能是机械臂的刚度问题。

6 结论

(1)以八自由度冗余农业机器人机械臂为研究对象,求解其位置运动学模型的解析解。采用D-H法得到了正运动学方程,根据农业机器人实际工况与机械臂结构特点,建立其约束条件,采用反变换法得到各关节变量的逆运动学解析表达式,根据最短

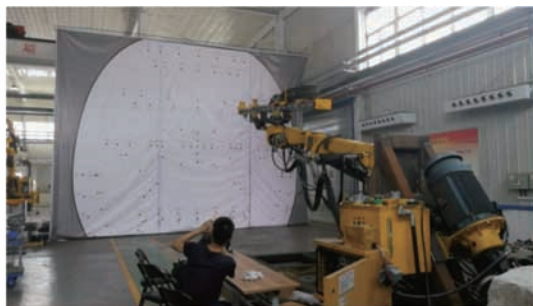


图6 实验平台

Fig.6 Experiment platform

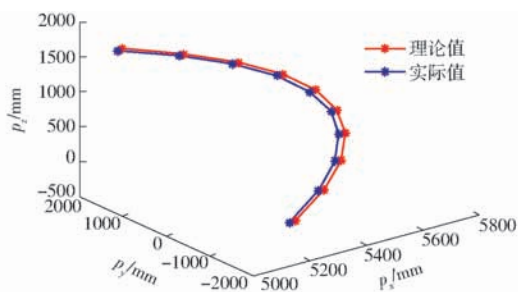


图7 末端位置对比

Fig.7 Comparison of end position

路径原则,舍去不在工作范围内的解,最终共有两组解。

(2)采用ADAMS软件建立了机械臂仿真模型,对其进行运动学仿真,并搭建实验平台进行实验,验证了正逆运动学算法的正确性。

参考文献

- [1] 谭民. 先进机器人控制[M]. 北京:高等教育出版社,2007.
- [2] 王儒敬,孙丙宇. 农业机械机器人的发展现状及展望[J]. 中国科学院院刊,2015,30(6):803-809.
WANG Rujing, SUN Bingyu. Development status and prospects of agricultural robots[J]. Chinese Academy of Sciences Journal, 2015,30(6):803-809. (in Chinese)
- [3] 陈威,郭书普. 中国农业信息化技术发展现状及存在的问题[J]. 农业工程学报,2013,29(22):196-205.
CHEN Wei, GUO Shupu. Development status and problems of agricultural information technology in China[J]. Transactions of the CSAE, 2013,29(22):196-205. (in Chinese)
- [4] 林欢,许林云. 中国农业机器人发展及应用现状[J]. 浙江农业学报, 2015, 27(5):865-871.
LIN Huan, XU Linyun. The development and prospect of agricultural robots in China[J]. Acta Agriculturae Zhejiangensis, 2015, 27(5):865-871. (in Chinese)
- [5] 权龙哲,李成林,冯正阳,等. 体感操控多臂棚室机器人作业决策规划算法研究[J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(3):14-23. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20170302&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.03.002.
QUAN Longzhe, LI Chenglin, FENG Zhengyang, et al. Algorithm of work's decision for three arms robots in greenhouse based on control with motion sensing technology[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017,48(3):14-23. (in Chinese)
- [6] 荣誉,金振林,崔冰艳. 六足农业机器人并联腿构型分析与结构参数设计[J]. 农业工程学报,2012,28(15):9-14.
RONG Yu, JIN Zhenlin, CUI Bingyan. Configuration analysis and structural parameter design of parallel legs of hexapod agriculture robot[J]. Transactions of the CSAE, 2012,28(15):9-14. (in Chinese)
- [7] 权龙哲,申静朝,奚德君,等. 狭闭空间内苗盘物流化搬运机器人运动规划与试验[J/OL]. 农业机械学报,2016,47(1):51-59. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160108&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.01.008.
QUAN Longzhe, SHEN Jingchao, XI Dejun, et al. Motion planning and experiment of seedling disk logistics handling robot in narrow space[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016,47(1):51-59. (in Chinese)

- [8] 冯青春,纪超,张俊雄,等. 黄瓜采摘机械臂结构优化与运动分析[J]. 农业机械学报,2010,41(增刊):244-248.
FENG Qingchun, JI Chao, ZHANG Junxiong, et al. Structure optimization and kinematic analysis of cucumber-harvesting-robot manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010,41(Supp.):244-248. (in Chinese)
- [9] 阳方平,李洪谊,王越超,等. 一种求解冗余机械臂逆运动学的优化方法[J]. 机器人,2012,34(1):17-21.
YANG Fangping, LI Hongyi, WANG Yuechao, et al. An optimization method for solving the inverse kinematics of redundant manipulators[J]. Robot, 2012, 34(1):17-21. (in Chinese)
- [10] 张新敏,朱学军,赵晨晨,等. 基于 Matlab 的 HP20 机器人运动学分析与仿真[J]. 制造业自动化,2014(13):12-15.
ZHANG Xinmin, ZHU Xuejun, ZHAO Chenchen, et al. Kinematics analysis and simulation of HP20 robot based on Matlab [J]. Manufacturing Automation, 2014(13):12-15. (in Chinese)
- [11] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices[J]. Journal of Applied Mechanics, 1995, 21(5):215-221.
- [12] LEE Rongshean, YAN Honglin. Development of universal environment for constructing 5-axis virtual machine tool based on modified D-H notation and OpenGL[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010, 26(3):253-262.
- [13] MOHAMED K T, ATA A A, EL-SOUHY B M. Dynamic analysis algorithm for a micro-robot for surgical applications[J]. International Journal of Mechanics & Materials in Design, 2011, 7(1):17-28.
- [14] 熊有伦,丁汉,刘恩沧. 机器人学[M]. 北京:机械工业出版社,1993.
- [15] PAUL R P, SHIMANO B E, MAYER G. Kinematic control equations for simple manipulators[J]. IEEE Trans SMC, 1981, 11(6):449-455.
- [16] LEE C S G, ZIEGLER M. A geometric approach in solving the inverse kinematics of PUMA robots[J]. IEEE Trans, Aerospace and Electronic Systems, 1984, 20(6):695-706.
- [17] PIEPER D, ROTH B. The kinematics of manipulators under computer control[C]//Proc. of the ZND International Congress on Theory of Machines and Mechanisms, 1969:159-169.
- [18] 李泰国,李文新,段福伟,等. 偏置式空间机械臂关节角参数化逆运动学求解[J]. 机床与液压,2018,46(9):47-51.
LI Taiguo, LI Wenxin, DUAN Fuwei, et al. Parameterized inverse kinematics solution for joint angle of offset space manipulator [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2018, 46(9):47-51. (in Chinese)
- [19] 王大超,刘虹. 基于 MATLAB 与 ADAMS 的机械臂仿真分析[J]. 机械工程与自动化,2017(6):59-60.
WANG Dachao, LIU Hong. Simulation analysis of robot arm based on MATLAB and ADAMS[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2017(6):59-60. (in Chinese)
- [20] 刘泽宇,冯雷,黄道敏,等. 六自由度机械臂的动力学仿真及控制[J]. 机械与电子,2018,36(4):38-41.
LIU Zeyu, FENG Lei, HUANG Daomin, et al. Dynamic simulation and control of six degrees of freedom manipulator[J]. Machinery & Electronics, 2018, 36(4):38-41. (in Chinese)