doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.08.049

压电微定位系统自适应鲁棒有限时间跟踪控制

康升征[1]　吴洪涛[1]　杨小龙[1]　李　耀[1]　程世利[2]

(1.南京航空航天大学机电学院,南京 210016; 2.盐城工学院汽车工程学院,盐城 224000)

摘要: 针对压电微定位系统中存在外界扰动、迟滞等时变不确定、非线性因素影响其定位精度的问题,提出了一种基于函数逼近的自适应鲁棒有限时间控制策略。通过引入具有连续、非奇异,且有限时间收敛特性的终端滑模面,设计了满足压电微定位系统的轨迹跟踪控制律。为了克服该控制器依赖于系统不确定量的边界信息,采用傅里叶级数进行动态逼近,并针对其逼近误差,利用模糊逻辑系统实现在线补偿。最后,应用Lyapunov函数获得傅里叶系数及模糊调节参数的自适应律,并证明了该控制器的有限时间稳定性。仿真分析与实验结果验证了控制策略的鲁棒性与有效性。

关键词: 压电微定位系统; 自适应控制; 终端滑模; 模糊逻辑系统; 函数逼近

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2018)08-0403-08

Adaptive Robust Finite-time Tracking Control for Piezoelectric Micropositioning Systems

KANG Shengzheng[1]　WU Hongtao[1]　YANG Xiaolong[1]　LI Yao[1]　CHENG Shili[2]

(1. *College of Mechanical and Electrical Engineering*, *Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, *Nanjing* 210016, *China*
2. *School of Automotive Engineering*, *Yancheng Institute of Technology*, *Yancheng* 224000, *China*)

Abstract: Piezoelectric micropositioning system (PMS) plays an important role in precision positioning applications. However, due to the inherent hysteresis nonlinearity of piezoelectric materials and the external disturbance of the system, these time-varying uncertainties seriously affect the positioning accuracy of piezoelectric materials. In response to the problems, an adaptive robust finite-time control strategy based on function approximation was proposed for PMS, the positioning accuracy of which was subjected to external disturbances, hysteresis and other time-varying nonlinear uncertainties. The trajectory tracking control law for PMS was designed by introducing a terminal sliding surface with continuous nonsingular and finite-time convergence characteristics. The dynamic approximation was carried out by using Fourier series, making the controller independent to the boundary information of the system's uncertainties. A fuzzy logic system was then used to on-line compensate the approximation error. Finally, a Lyapunov function was applied to obtain the adaptive laws of Fourier coefficients and fuzzy adjustment parameters, and the finite-time stability of the proposed controller was proved. Simulations and experiments were carried out to verify the robustness and effectiveness of the proposed control strategy. In the simulations, the proposed control strategy was compared with the fast non-singular terminal sliding mode control and the adaptive fuzzy sliding mode control based on function approximation, and the performance of the three controllers in tracking multi-frequency sinusoidal and triangular trajectories was tested. The robust anti-disturbance ability of the controllers was also verified. The experimental results further showed the superiority of the proposed controller.

Key words: piezoelectric micropositioning system; adaptive control; terminal sliding mode; fuzzy logic system; function approximation

---

收稿日期: 2018-02-05　修回日期: 2018-05-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(51375230、51405417)

作者简介: 康升征(1993—),男,博士生,主要从事并联微操作机器人、终端滑模控制研究,E-mail: kangsz@nuaa.edu.cn

通信作者: 吴洪涛(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事多体系统动力学、并联机器人研究,E-mail: mehtwu@126.com

0 引言

随着生产制造及设备高精度需求的快速增长,微/纳技术得到迅猛发展。压电微定位系统(Piezoelectric micropositioning systems, PMS)作为这一领域的典型代表,因其结构紧凑、响应速度快、输出力大、分辨率高等优势,被广泛应用于超高精密定位行业中,如扫描探针显微镜、生物细胞操作、微机电系统组装等[1-2]。然而,由于PMS固有的迟滞、蠕变等非线性不确定因素的存在,若不加以控制,则会产生严重的开环定位误差[3-6]。

为了提高系统定位精度,无需建立迟滞模型的迟滞补偿控制方法引起广泛关注,如自抗扰控制[7]、滑模控制[8-14]、迭代控制[15]、模型参考自适应控制[16]等。上述方法一般将迟滞视为未建模不确定量或扰动项,然后构建一个鲁棒控制器进行补偿,从而避免迟滞辨识及求逆的复杂过程。在这些鲁棒控制方法中,滑模控制因其具有简单以及强大的处理不确定问题的能力而备受青睐[8-12]。文献[8-12]滑模控制策略中滑模面均是线性的,无法保证有限时间收敛。针对这一缺点并考虑到传统滑模控制依赖系统不确定量边界信息的不足,文献[13]设计了连续积分型三阶终端滑模控制律,并利用扰动估计(Perturbation estimation, PE)技术实现在线估计系统迟滞、外界扰动等不确定量。文献[14]同样基于PE技术设计了快速、无奇异终端滑模(Fast nonsingular terminal sliding mode, FNTSM)控制律。然而,在实际过程中,由于只有位置信息是可测的,而PE技术需要设计额外的状态观测器来实现全状态反馈,这样会增大控制器的复杂性。

鉴于FNTSM控制具有连续、无奇异、有限时间收敛特性,以及函数逼近(Function approximation, FA)技术无需全状态反馈且具有确定性及最小均方逼近[17]优势,本文将FA技术与FNTSM控制相结合,并引入具有结构简单、无需模型、可在线学习的模糊逻辑系统(Fuzzy logic system, FLS)作为补偿器。另外,利用Lyapunov函数设计自适应律,并证明闭环系统的稳定性。最后,通过仿真与实验验证该控制器的鲁棒性及有效性。

1 问题陈述

1.1 系统描述

一类含有非线性迟滞的二阶PMS的动力学模型可描述为[18]

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=k(\tau u-h)+f_d \tag{1}$$

$$\dot{h}=\zeta_1\tau\dot{u}-\zeta_2|\dot{u}|h-\zeta_3\dot{u}|h| \tag{2}$$

式中 m——等效质量　c——等效阻尼系数
k——等效刚度　x——系统输出位移
u——输入电压　τ——压电系数
h——迟滞变量
ζ_i——迟滞环形状的参数($i=1,2,3$)
f_d——未知但有界的外部扰动

此外,由于在实际的PMS中,模型参数可能会随操作环境的变化而变化,因此需考虑参数的不确定性。假设参数m、c、k、τ可表示成名义项及不确定项两部分,分别为$m_0+\Delta m$、$c_0+\Delta c$、$k_0+\Delta k$、$\tau_0+\Delta\tau$。因此,动力学模型(1)可重新描述为

$$\ddot{x}=f_0+g_0u+F_d \tag{3}$$

其中 $f_0=-m_0^{-1}(c_0\dot{x}+k_0x)$　$g_0=m_0^{-1}k_0\tau_0$

$$F_d=-m_0^{-1}(\Delta m\ddot{x}+\Delta c\dot{x}+\Delta kx)+m_0^{-1}[(k_0\Delta\tau+\Delta m\Delta\tau+\Delta m\tau_0)u-(k_0+\Delta m)h+f_d]$$

式中 F_d——包括外界扰动、迟滞及未建模项在内总的系统不确定量

且满足如下假设:

假设1:系统不确定量F_d是有界的,且存在一个未知正常量$\overline{D}$,使得$|F_d|\leqslant\overline{D}$。

根据方程(2)所描述的迟滞数学模型,若选取表1中所给定的系统参数值,以及输入电压信号

$$u(t)=5e^{-0.1t}[\sin(6\pi te^{-0.346t}-1.5)+1]$$

则可得到如图1所示的迟滞效应曲线。从图1可以看出,PMS在开环情况下表现出强非线性,且随着控制输入电压频率的增大而越严重,影响了其精密定位性能。为了消除这一非线性迟滞,本文采用一种基于FA的自适应鲁棒有限时间控制策略来提高系统精密运动控制性能。

表1 仿真参数

Tab.1 Parameters of simulation

参数	数值
m/kg	0.4763
c/(N·s·m^{-1})	6.4665×10^3
k/(N·m^{-1})	1.7333×10^6
τ/(m·V^{-1})	2.4825×10^{-5}
ζ_1	0.5011
ζ_2	0.7017
ζ_3	0.9997

1.2 基于傅里叶级数的FA技术

对于任意分段连续的函数$f(t)$,如满足Dirichlet条件,则可以用定义在区间$[0,T_f]$上的广义傅里叶级数展开形式表示

$$f(t)=a_0+\sum_{i=1}^{\infty}[a_i\cos(\omega_it)+b_i\sin(\omega_it)] \tag{4}$$

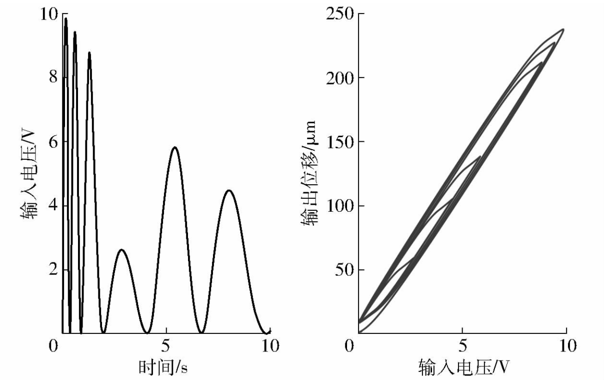


图 1　PMS 输入电压与输出位移的迟滞效应

Fig. 1　Hysteresis effect between input voltage and output displacement of PMS

其中　　$\omega_i = 2i\pi/T_f \quad (i \in \mathbf{N})$

式中　ω_i——正弦函数的频率

a_0、a_i、b_i——傅里叶系数

定义

$$z(t) = [1 \quad \cos(\omega_1 t) \quad \sin(\omega_1 t) \quad \cdots \quad \cos(\omega_N t) \quad \sin(\omega_N t)]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{w} = [a_0 \quad a_1 \quad b_1 \quad \cdots \quad a_N \quad b_N]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

$$\varepsilon(t) = \sum_{j=N+1}^{\infty} [a_j \cos(\omega_j t) + b_j \sin(\omega_j t)] \tag{7}$$

则式(4)可改写为

$$f(t) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{z}(t) + \varepsilon(t) \tag{8}$$

式中　$\boldsymbol{z}(t)$——正交基函数矢量

$\boldsymbol{w}$——权系数矢量

$\varepsilon(t)$——估计误差

当 $N \to \infty$ 时，误差 $\varepsilon(t) \to 0$，因此只要 N 取足够大，$f(t)$ 可以近似表示为

$$f(t) \cong \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{z}(t) \tag{9}$$

且估计误差满足

$$|\varepsilon| \leqslant \bar{\varepsilon} = \sum_{j>N} (|a_j| + |b_j|) \tag{10}$$

无论函数 $f(t)$ 属于周期还是非周期函数，只要选择一个足够大的 T_f，均能展开成式(4)的形式，并且当 N 取足够大时，也能够利用式(9)来估计该函数[17]。

采用式(9)来估计系统不确定量的优点在于它将未知的时变函数转换为时变的基函数矢量 $\boldsymbol{z}(t)$ 和常数矢量 $\boldsymbol{w}$。而根据式(5)、(6)中的定义，$\boldsymbol{z}(t)$ 是已知的而 $\boldsymbol{w}$ 是未知的。因此，可以通过选择合适的 Lyapunov 函数获得自适应律来在线更新未知的常数矢量 $\boldsymbol{w}$。

由式(8)可知，估计误差 $\varepsilon(t)$ 依赖于傅里叶级数的项数，且很难针对指定的精度要求进行选择。虽然可以通过增大傅里叶级数的项数来提高估计精度，但是伴随的计算量也会增加，因此实际估计过程中傅里叶级数项数是有限的，且误差总是存在的，为了减小估计的误差，需设计补偿器。为此，本文将引入 FLS 来作为补偿器，以提高系统的鲁棒性。

1.3　模糊逻辑系统

用来补偿估计误差的 FLS 的规则库可看成是从输入变量 $\boldsymbol{\chi} = [\chi_1 \quad \chi_2 \quad \cdots \quad \chi_n]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^n$ 到输出变量 $\varepsilon \in \mathbf{R}$ 之间的映射，本文采用多输入单输出的 IF-THEN 规则，第 j 条模糊规则形式可表示为

$$R^{(j)}: \text{if } \chi_1 \text{ is } A_1^j \text{ and } \cdots \text{ and } \chi_n \text{ is } A_n^j, \\ \text{then } \varepsilon \text{ is } B^j$$

式中：A_i^j 和 B^j 分别为第 j 条模糊规则中输入、输出变量对应的模糊集，其隶属度函数分别为 $\mu_{A_i^j}$ 和 μ_{B^j}。若采用乘积推理机、单值模糊器和中心平均解模糊器来设计模糊系统，则系统输出为[19]

$$\varepsilon = \frac{\sum_{j=1}^{n_r} \bar{\varepsilon}^j \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^j} \right)}{\sum_{j=1}^{n_r} \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^j} \right)} = \boldsymbol{\theta}_\varepsilon^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_\varepsilon \tag{11}$$

其中
$$\boldsymbol{\theta}_\varepsilon = [\bar{\varepsilon}^1 \quad \bar{\varepsilon}^2 \quad \cdots \quad \bar{\varepsilon}^{n_r}]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{\psi}_\varepsilon = [\psi_\varepsilon^1 \quad \psi_\varepsilon^2 \quad \cdots \quad \psi_\varepsilon^{n_r}]^{\mathrm{T}}$$

$$\psi_\varepsilon^j = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^j}}{\sum_{j=1}^{n_r} \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^j} \right)} \tag{12}$$

式中　n_r——模糊规则数

$\bar{\varepsilon}^j$——隶属度函数 μ_{B^j} 取最大值时所对应的点，即 $\mu_{B^j}(\bar{\varepsilon}^j) = 1$

$\mu_{A_i^j}$——模糊输入变量 $\boldsymbol{\chi}$ 的高斯型隶属度函数

$\boldsymbol{\theta}_\varepsilon$——可调节参数矢量

$\boldsymbol{\psi}_\varepsilon$——模糊基矢量

根据 FLS 万能逼近原理[20]可知，存在一个最优估计值 $\varepsilon^* = \boldsymbol{\theta}_\varepsilon^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_\varepsilon^*$ 使得

$$\sup_{\boldsymbol{\chi} \in U} |\varepsilon^* - \varepsilon| < \varphi \tag{13}$$

式中：紧集 $U \in \mathbf{R}^n$，$\varphi > 0$。结合式(10)可知，$\varphi \ll \bar{\varepsilon}$。因此，相比仅用 FA 来估计系统的不确定量，将 FA 与 FLS 相结合的方式能够得到更高的估计精度。

2　控制器设计

本文的控制目标为设计一种非线性鲁棒控制器，即使在 PMS 存在非线性迟滞及外界扰动等时变不确定情况下，也能使输出位移精确地跟踪期望位移轨迹。为此，定义位移跟踪误差

$$e = x_r - x \tag{14}$$

式中　x_r——期望位移

假设2：期望位移 x_r 为已知有界的时间函数，且二阶可微。

为了保证PMS快速精确地位置跟踪，定义连续无奇异终端滑模面[21]

$$s = e + \beta \mathrm{sig}(\dot{e})^{\gamma} = 0 \tag{15}$$

式中：$\beta > 0$，$1 < \gamma < 2$，符号 $\mathrm{sig}(x)^{a} = |x|^{a}\mathrm{sign}(x)$ 用来简化表达式。对于任意给定的初始条件，式(15)可在有限时间内收敛于平衡点，稳定时间为

$$t_s = \frac{\beta^{-1/\gamma}}{1 - 1/\gamma}|e(0)|^{1-1/\gamma} \tag{16}$$

对式(15)关于时间求导，可得

$$\dot{s} = \dot{e} + \beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}\ddot{e} = \dot{e} + \beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\ddot{x}_r - \ddot{x}) = 0 \tag{17}$$

忽略外界扰动及系统不确定量，将式(3)代入式(17)可得等效控制输入为

$$u_{eq} = g_0^{-1}(-f_0 + \ddot{x}_r + \beta^{-1}\gamma^{-1}\mathrm{sig}(\dot{e})^{2-\gamma}) \tag{18}$$

同样，为了消除控制抖振并实现快速连续的控制，选择如下快速终端滑模型趋近律[21]

$$\dot{s} = -k_1 s - k_2 \mathrm{sig}(s)^{p} \tag{19}$$

式中：k_1、$k_2 > 0$，$0 < p < 1$。因此，达到控制输入可给定为

$$u_{re} = g_0^{-1}(k_1 s + k_2 \mathrm{sig}(s)^{p}) \tag{20}$$

根据滑模等效控制原理，传统的FNTSM控制律可设计为

$$u = u_{eq} + u_{re} \tag{21}$$

为了保证FNTSM控制器能够在有限时间内收敛，一般需要选择足够大的参数 k_1、k_2 使得 k_1、k_2 大于等于 $\overline{D}$。然而，由于 F_d 的边界 $\overline{D}$ 是未知的，选取的参数会使其被过估计，导致控制输入抖振幅值增大而难以消除。

鉴于传统的FNTSM依赖于 F_d 边界信息的不足，有必要对其进行估计。为此，本文将采用傅里叶级数进行动态逼近，并针对其逼近误差，再利用模糊逻辑系统实现在线补偿。根据上节的分析，可利用式(9)来逼近未知项，并针对估计的误差，由式(11)进行补偿，于是有

$$F_d = \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z} \tag{22}$$

$$\hat{F}_d = \hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_{\varepsilon} \tag{23}$$

式中　$\hat{F}_d$——时变不确定项 F_d 的估计值

$\hat{\boldsymbol{w}}$——权系数矢量 $\boldsymbol{w}$ 的估计值

为了实现在线估计PMS的时变非线性函数 F_d，避免反复试凑来选择估计函数，需要设计自适应律来调节式(23)中的傅里叶级数的系数 $\hat{\boldsymbol{w}}$ 以及FLS的调节参数矢量 $\boldsymbol{\theta}_{\varepsilon}$。因此，根据Lyapunov稳定原理设计了自适应律

$$\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} = -\eta_1\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}s\boldsymbol{z} \tag{24}$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\varepsilon} = -\eta_2\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}s\boldsymbol{\psi}_{\varepsilon} \tag{25}$$

式中：η_1、$\eta_2 > 0$。结合式(23)、(21)，于是可得到改进的FNTSM控制律

$$u = u_{eq} + g_0^{-1}(-\hat{F}_d + k_1 s + k_2\mathrm{sig}(s)^{p}) \tag{26}$$

其中，u_{eq}、$\hat{F}_d$ 分别由式(18)、(23)给定。从式(26)可以看出，由于 $1 < \gamma < 2$，$0 < p < 1$，因此所设计的控制律及自适应律中均为正指数幂，故而控制器是连续无奇异的；此外，系统不确定量直接被估计，而不依赖其边界信息。PMS控制系统结构如图2所示。

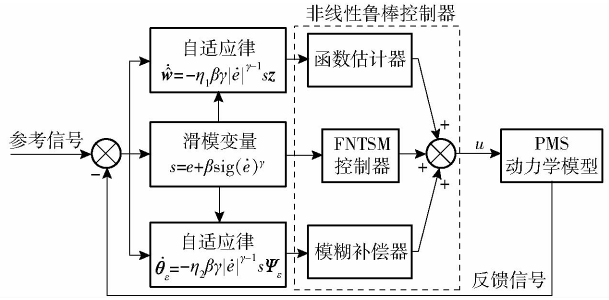


图2　PMS控制器结构框图

Fig.2　Controller structure diagram of PMS

3　稳定性分析

引理1：若存在Lyapunov函数 $V(x)$ 满足一阶非线性微分不等式

$$\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \rho V^{\lambda}(x) \leqslant 0 \tag{27}$$

式中：α、$\rho > 0$ 且 $0 < \lambda < 1$，那么对于任意给定的初始条件 $V_0 = V(x(0))$，稳定时间为[19]

$$t_s \leqslant \frac{1}{\alpha(1-\lambda)}\ln\frac{\alpha V_0^{1-\lambda} + \rho}{\rho} \tag{28}$$

定理1：对于式(3)所描述的一类含有外界扰动、迟滞等时变不确定、非线性PMS，若满足假设1与假设2的条件，并采用自适应律(24)、(25)，在控制律(26)的作用下，可以保证跟踪误差 e 及其速度 $\dot{e}$ 在有限时间内收敛到区域

$$|e| \leqslant 2\Delta = 2\min(\Delta_1, \Delta_2) \tag{29}$$

$$|\dot{e}| \leqslant (\Delta/\beta)^{1/\gamma} \tag{30}$$

其中　$\Delta_1 = |\hat{F}_d - F_d|/k_1$　$\Delta_2 = (|\hat{F}_d - F_d|/k_2)^{1/p}$

证明：定义Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}s^2 \tag{31}$$

其关于时间的导数为

$$\dot{V} = s\dot{s} \tag{32}$$

将式(3)代入式(17)中，并结合式(22)、(26)整理后得到

$$\dot{s} = \dot{e} + \beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(-\beta^{-1}\gamma^{-1}\mathrm{sig}(\dot{e})^{2-\gamma} + \hat{F}_d - k_1 s - k_2\mathrm{sig}(s)^{p} - F_d) \tag{33}$$

再将式(33)代入式(32)中整理后可得

$$\dot{V}=\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\hat{F}_d-F_d)s-\underline{k}_1 s^2-\underline{k}_2|s|^{p+1}\tag{34}$$

其中 $\underline{k}_i=\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}k_i\quad(i=1,2)$

为了推导出式(34)满足引理 1 中有限时间稳定条件,将其改写为

$$\dot{V}=-[\underline{k}_1-\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\hat{F}_d-F_d)s^{-1}]s^2-\underline{k}_2|s|^{p+1}\tag{35}$$

$$\dot{V}=-\underline{k}_1 s^2-[\underline{k}_2-\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\hat{F}_d-F_d)\mathrm{sig}(s)^{-p}]|s|^{p+1}\tag{36}$$

对于式(35)这种情形,若$\underline{k}_1-\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\hat{F}_d-F_d)s^{-1}>0$,则 $\dot{V}<0$。因此,根据引理 1 中的有限时间稳定原理,滑模面可在有限时间内收敛到区域

$$|s|\leqslant|\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\hat{F}_d-F_d)|/\underline{k}_1=|\hat{F}_d-F_d|/k_1=\Delta_1\tag{37}$$

同理,对于式(36)这种情形,若 $\underline{k}_2-\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}\cdot(\hat{F}_d-F_d)\mathrm{sig}(s)^{-p}>0$,则 $\dot{V}<0$。滑模面有限时间收敛区域为

$$|s|\leqslant[|\beta\gamma|\dot{e}|^{\gamma-1}(\hat{F}_d-F_d)|/\underline{k}_2]^{1/p}=(|\hat{F}_d-F_d|/k_2)^{1/p}=\Delta_2\tag{38}$$

综合式(37)、(38)的结果,滑模面可在有限时间收敛到区域

$$|s|\leqslant\Delta=\min(\Delta_1,\Delta_2)\tag{39}$$

为了证明跟踪误差及其速度收敛区间,将滑模面(15)改写成

$$e+\left(\beta-\frac{s}{\mathrm{sig}(\dot{e})^{\gamma}}\right)\mathrm{sig}(\dot{e})^{\gamma}=0\tag{40}$$

当 $\beta-\frac{s}{\mathrm{sig}(\dot{e})^{\gamma}}>0$ 时,式(40)与式(15)的形式一致。由于$|s|\leqslant\Delta$,因此跟踪误差速度 $\dot{e}$ 在有限时间内可收敛到区域

$$|\dot{e}|\leqslant(\Delta/\beta)^{1/\gamma}\tag{41}$$

将式(40)改为 $e=-\beta\mathrm{sig}(\dot{e})^{\gamma}+s$,结合式(39)、(41)的结果,可得跟踪误差 e 有限时间收敛于

$$|e|\leqslant\beta|\dot{e}|^{\gamma}+|s|\leqslant2\Delta\tag{42}$$

至此,完成了定理 1 的证明。

根据定理 1 的结论可知,若 $F_d=\hat{F}_d$,则跟踪误差 e 及其速度 $\dot{e}$ 理论上可在有限时间内收敛于零。即使实际中存在估计误差,通过将 FA 与 FLS 相结合的方式也能保证跟踪误差收敛到极小区域内。

由式(19)、(29)可知,选取的参数 k_1、k_2越大,系统的收敛速率越快,且跟踪误差也越小。然而,增大 k_1、k_2也会造成控制输入加大,导致实际中难以实现,另外还会产生抖振问题。因此在选择过程中需要权衡收敛速率与控制抖振。

本文所提的控制方法是基于文献[10]与文献[14]方法的改进。对比文献[10]提出的基于 FA 的自适应模糊滑模(Adaptive fuzzy sliding mode with FA, AFSMFA)控制,本文方法通过引入快速无奇异连续的终端滑模面,能够保证跟踪误差有限时间收敛于任意小区域内,且无抖振;而相比文献[14]基于 PE 技术的 FNTSM 控制,本文方法通过 FA 与 FLS 在线估计并补偿系统迟滞及外界扰动,不仅克服了 FNTSM 控制依赖系统不确定量边界信息的不足,且无需全状态反馈。

4　仿真

为了验证所设计控制器的有效性与优越性,对 PMS 精密定位控制进行了仿真研究,并分别对比了 FNTSM 及 AFSMFA 控制方法。其中 FNTSM 控制律与式(21)相同,AFSMFA 的控制律为

$$\begin{cases}u=g_0^{-1}(-f_0-\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}-\boldsymbol{\theta}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_\varepsilon+\ddot{x}_r+\lambda_1\dot{e})+\lambda_2\mathrm{sat}(s/\delta)\\ \dot{\hat{\boldsymbol{w}}}=-\eta_1 sz\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_\varepsilon=-\eta_2 s\boldsymbol{\psi}_\varepsilon\end{cases}\tag{43}$$

其中 $s=\dot{e}+\lambda_1 e$

式中 λ_1、$\lambda_2>0$,其他参数均与本文所提控制器相同,以便于比较;$\mathrm{sat}(s/\delta)$为饱和函数,其边界层厚度为 $\delta>0$。

仿真过程在 Matlab/Simulink 平台下进行,系统模型参数如表 1 所示。假设系统参数不确定项为实际值的 5%,运动初始条件为 $x(0)=0$,$\dot{x}(0)=0$,估计参数 $\hat{\boldsymbol{w}}$ 及 $\boldsymbol{\theta}_\varepsilon$ 的初始值均为 0。通过权衡计算复杂度和估计精度,选择傅里叶级数的项数为 $N=50$,周期为 $T_f=2$。另外,用来补偿估计误差的 FLS 选择滑模变量 s 及其一阶导 $\dot{s}$ 作为输入变量,并针对输入变量$\boldsymbol{\chi}=[s\quad\dot{s}]^{\mathrm{T}}$,定义 5 个高斯隶属度函数

$$\begin{cases}\mu_{A_i^1}=[1+\exp(5\times10^6(\chi_i+2.5\times10^{-6}))]^{-1}\\ \mu_{A_i^2}=\exp(-5\times10^{11}((\chi_i+1.5\times10^{-6})/0.75)^2)\\ \mu_{A_i^3}=\exp(-5\times10^{11}(\chi_i/0.75)^2)\qquad(i=1,2)\\ \mu_{A_i^4}=\exp(-5\times10^{11}((\chi_i-1.5\times10^{-6})/0.75)^2)\\ \mu_{A_i^5}=[1+\exp(-5\times10^6(\chi_i-2.5\times10^{-6}))]^{-1}\end{cases}$$

由于多频正弦信号在 PMS 中常用来作为跟踪均匀或非均匀曲面轮廓形状的参考信号[22],因此本文也选用该信号来验证所提控制器的跟踪性能。假设期望参考信号为

$$x_r=40-10\cos(2\pi t)-10\cos(20\pi t)-10\cos(80\pi t)-10\cos(160\pi t)$$

考虑到实际控制过程中,理想的跟踪性能一般都会

受到高频测量噪声、外界扰动等影响,因此施加了时变干扰信号为 $f_d = \sin(200\pi t) + 0.5\text{rand}$,其中 rand 为区间[0,1]上的均匀分布随机数。各控制器参数选择如表 2 所示,其中相同的控制参数取值一致以便于比较。此外,为了衡量各控制器的性能,本文选用均方根误差(Root-mean-square error, RMSE)及最大误差(Maximum error, ME)作为评价指标,分别定义为

$$R_{MSE} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (x_{ri} - x_i)^2 / N} \tag{44}$$

$$M_E = \max(|x_{ri} - x_i|) \tag{45}$$

式中 N——采样点数

x_{ri}、x_i——第 i 个采样点的期望值与实际值

表 2 控制器参数设计

Tab. 2 Parameter design of controllers

控制器	参数
FNTSM	$\beta = 0.01, \gamma = 1.5, p = 0.5,$ $k_1 = 14\,730, k_2 = 14\,730$
AFSMFA	$\lambda_1 = 200, \lambda_2 = 320, \delta = 0.01,$ $\eta_1 = 0.01, \eta_2 = 0.01$
本文方法	$\beta = 0.01, \gamma = 1.5, p = 0.5, \eta_1 = 0.01,$ $\eta_2 = 0.01, k_1 = 14\,730, k_2 = 14\,730$

根据上述仿真参数,可得到如图 3~6 所示仿真结果。由图 3、4 可看出,虽然 3 种控制器均能精确地跟踪参考信号,但是相比其他 2 种控制器,所提控制器的跟踪误差边界更小,其 ME 为 0.25 μm,仅为参考幅值的 0.5%。此外,由图 5 可知,在保证控制精度要求下,相比 FNTSM 控制,本文控制输入电压幅值更小,这是由于 FNTSM 的控制律依赖于系统不确定量边界信息,所选取的参数值存在过估计问题,导致输入电压增大;而对比 AFSMFA 控制,本文控制输入电压更光滑、无抖振,究其原因在于 AFSMFA 的控制律采用饱和函数作为趋近律,较小的边界层厚度虽然能提高控制精度,但相应也会造成抖振。图 6 为系统不确定量的估计误差,可以发现采用 FA 与 FLS 结合的方法相比于 FA 而言估计误差更小,这也正好验证了前文的理论分析结果。

为了进一步测试所提控制器的抗冲击性能,在相同期望参考信号下对 PMS 施加一个初始位移为 50 μm 的冲击扰动,仿真结果如图 7 所示。从图 7 可以看到,所提控制器稳定时间仅需要 5 ms,跟踪误差即可收敛到 0.27 μm 内。相比之下,虽然 FNTSM 控制器稳定时间较所提控制器略短为4.8 ms,但跟踪误差收敛区间更大,达到 4.3 μm;而 AFSMFA 控制器需要最长的时间 18.5 ms 才能稳定到2.54 μm,这是由于其采用线性滑模面,为渐进收敛,因而收敛

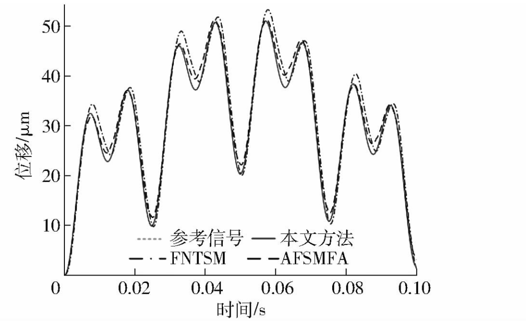


图 3 多频正弦轨迹跟踪结果

Fig. 3 Multi-frequency sinusoidal tracking result

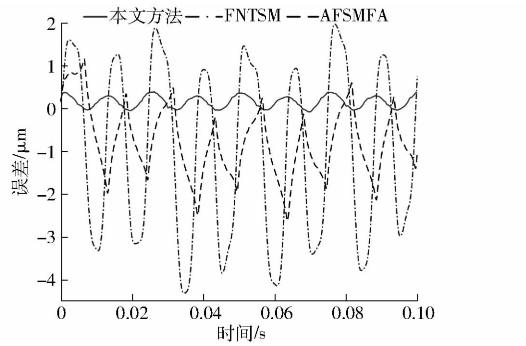


图 4 轨迹跟踪误差曲线

Fig. 4 Trajectory tracking error curves

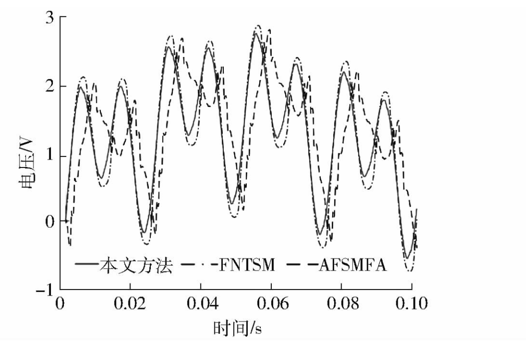


图 5 控制输入电压曲线

Fig. 5 Control input voltage curves

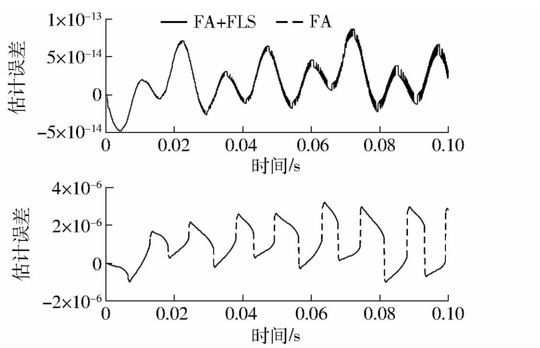


图 6 系统不确定量估计误差曲线

Fig. 6 Estimation error curves of system uncertainties

速度更慢。虽然增大控制参数值可以减小误差边界并且提高收敛速度,但也会造成明显地抖振。

表 3 为上述 2 种测试条件下控制器的性能对比,可以看出所提控制器跟踪精度更高、抗干扰性能更强、响应速度更快。

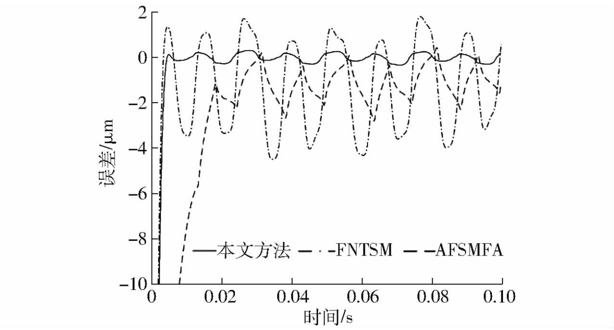


图 7　冲击扰动下的轨迹跟踪误差曲线

Fig. 7　Tracking error curves under impact disturbance

表 3　控制器性能对比

Tab. 3　Performance comparison of controllers

控制器	轨迹跟踪性能/μm		抗冲击性能	
	RMSE	ME	误差收敛区域/μm	误差收敛时间/ms
FNTSM	2.32	4.49	$\lvert e\rvert \leqslant 4.30$	4.8
AFSMFA	1.25	2.81	$\lvert e\rvert \leqslant 2.54$	18.5
本文方法	0.14	0.25	$\lvert e\rvert \leqslant 0.27$	5.0

5　实验验证

为进一步说明所提控制器在实际 PMS 应用中的有效性，本文在基于 Matlab/Simulink/xPC 目标环境下，构建了以堆叠式压电作动器为实验对象的半物理实时仿真系统，实验设备如图 8 所示。同样分别与 FNTSM 及 AFSMFA 控制方法进行了对比。采样频率设置为 10 kHz，各控制器参数按表 2 中仿真参数值进行实验。实验中，分别令 3 种控制器跟踪频率为 0.5 Hz、幅值为 10 μm 的正弦及三角信号，跟踪控制结果如图 9 所示，各控制器跟踪性能如表 4 所示。

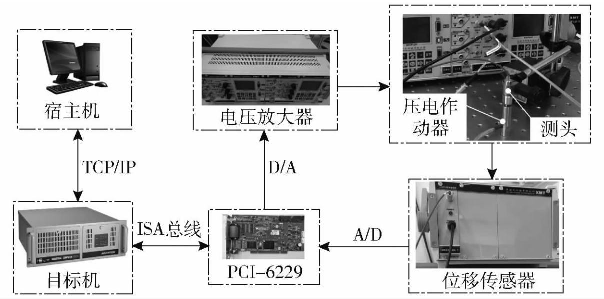
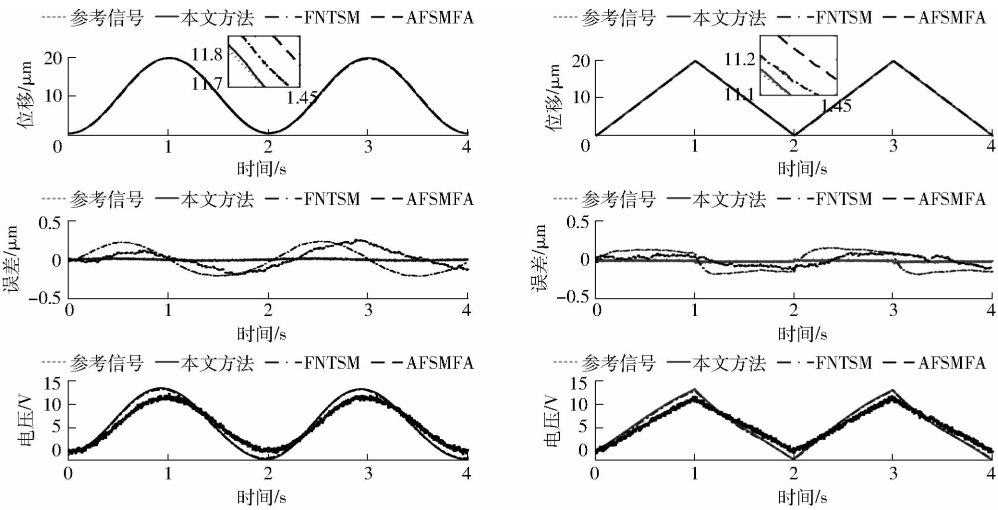


图 8　实验装置

Fig. 8　Experimental setup

由图 9 以及表 4 中可得，无论是对于正弦信号，还是不连续的三角信号，本文所提方法均能够实现最佳跟踪性能；相比之下，FNTSM 控制方法跟踪误差最大，而 AFSMFA 控制的输入电压不光滑、抖振较为严重。上述结果与仿真结果是一致的，说明了本文方法是有效的。



(a) 正弦轨迹　　(b) 三角轨迹

图 9　跟踪性能

Fig. 9　Tracking performance

表 4　不同轨迹下控制器性能对比

Tab. 4　Performance comparision of controllers under different trajectories　　μm

控制器	正弦轨迹		三角轨迹	
	RMSE	ME	RMSE	ME
FNTSM	0.154	0.238	0.133	0.174
AFSMFA	0.115	0.264	0.064	0.123
本文方法	0.009	0.025	0.008	0.051

虽然相比 FNTSM 和 AFSMFA 控制方法，本文方法的优势是明显的，但需要注意的是，所设计控制器的跟踪性能会受到如下限制：① 傅里叶级数项数的选择需要权衡计算复杂度和估计精度，以便更好地进行实时控制。② 模糊规则及隶属度函数的设计依赖于设计者的经验知识。③ 控制参数 k_1、k_2 的选取需要综合考虑控制抖振和跟踪误差。

对于前两个限制，目前还没有明确方法，只能通过试错法找到最佳性能的参数；而对于第3个限制，虽然所提方法本质上是无抖振的，但对于高速及严重的时变不确定情况而言会有轻微的抖振现象，一种原因可能是采用常数控制增益难以实时平衡控制抖振和跟踪误差，因此可考虑利用自适应律来在线调节控制增益以获得更佳的跟踪性能。

6 结束语

针对PMS中普遍存在的外界扰动、迟滞等非线性、时变不确定问题，提出了一种由FNTSM控制器、函数估计器及模糊补偿器构成的鲁棒控制器。该控制器基于Lyapunov稳定原理，设计了傅里叶系数及模糊调节参数的自适应律，并实现了系统不确定量的在线估计和补偿。该控制器不仅保证了跟踪误差有限时间快速收敛，而且无需系统不确定边界信息。此外，该控制器的控制输入律本身是连续、非奇异的，因而抑制了控制抖振产生。在仿真及实验中，分别进行了轨迹跟踪及抗冲击性能测试，对比了AFSMFA和FNTSM方法，结果表明，本文方法可实现最佳跟踪性能。

参 考 文 献

1 GU G Y, ZHU L M, SU C Y, et al. Modeling and control of piezo-actuated nanopositioning stages: a survey[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2016, 13(1): 313 - 332.

2 李杨民，汤晖，徐青松，等．面向生物医学应用的微操作机器人技术发展态势[J]．机械工程学报，2011，47(23):1 - 13.
LI Yangmin, TANG Hui, XU Qingsong, et al. Development status of micromanipulator technology for biomedical applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23):1 - 13. (in Chinese)

3 YONG Y K, MOHEIMANI S O R, KENTON B J, et al. Invited review article: high-speed flexure-guided nanopositioning: mechanical design and control issues[J]. Review of Scientific Instruments, 2012, 83(12): 121101.

4 林超，才立忠，邵济明，等．6自由度微传动平台位姿误差分析与精度补偿[J/OL]．农业机械学报，2015，46(5):357 - 364. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no = 20150550&flag = 1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.05.050.
LIN Chao, CAI Lizhong, SHAO Jiming, et al. Posture error analysis and precision compensation of 6-DOF micro transmission platform[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(5):357 - 364. (in Chinese)

5 胡俊峰，徐贵阳，郝亚洲．基于动态特性的复合桥式微动平台优化设计[J/OL]．农业机械学报，2014，45(1):306 - 312. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no = 20140147&flag = 1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.01.047.
HU Junfeng, XU Guiyang, HAO Yazhou. Optimization design of a compound bridge-type micro-platform based on dynamic characteristics[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(1):306 - 312. (in Chinese)

6 刘定强，黄玉美，谢礼，等．压电型宏微双驱动精密定位系统点位协调控制[J]．农业机械学报，2011，42(4):220 - 223.
LIU Dingqiang, HUANG Yumei, XIE Li, et al. Positioning control of piezoelectric macro-micro dual drive[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4):220 - 223. (in Chinese)

7 魏伟，李东海，左敏，等．压电定位系统的自抗扰控制设计[J]．控制理论与应用，2016，33(10):1319 - 1326.
WEI Wei, LI Donghai, ZUO Min, et al. Active disturbance rejection control design for piezoelectric positioning system[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(10):1319 - 1326. (in Chinese)

8 LI Y, XU Q. Adaptive sliding mode control with perturbation estimation and PID sliding surface for motion tracking of a piezo-driven micromanipulator[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(4): 798 - 810.

9 XU Q. Precision motion control of piezoelectric nanopositioning stage with chattering-free adaptive sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2017, 14(1): 238 - 248.

10 CHEN H Y, LIANG J W. Adaptive sliding control with self-tuning fuzzy compensation for a piezoelectrically actuated X - Y table[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(11): 2516 - 2526.

11 XU Q. Digital sliding-mode control of piezoelectric micropositioning system based on input-output model[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 10(61): 5517 - 5526.

12 GU G Y, ZHU L M, SU C Y, et al. Proxy-based sliding-mode tracking control of piezoelectric-actuated nanopositioning stages[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015, 20(4): 1956 - 1965.

13 XU Q. Continuous integral terminal third-order sliding mode motion control for piezoelectric nanopositioning system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017,22(4):1828 - 1838.

14 AL-GHANIMI A, ZHENG J, MAN Z. A fast non-singular terminal sliding mode control based on perturbation estimation for piezoelectric actuators systems[J]. International Journal of Control, 2017, 90(3): 480 - 491.

15 WU Y, ZOU Q. Iterative control approach to compensate for both the hysteresis and the dynamics effects of piezo actuators[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(5): 936 - 944.

16 LIU Y T, CHANG K M, LI W Z. Model reference adaptive control for a piezo-positioning system[J]. Precision Engineering, 2010, 34(1): 62 - 69.

17 HUANG A C, KUO Y S. Sliding control of non-linear systems containing time-varying uncertainties with unknown bounds[J]. International Journal of Control, 2001, 74(3): 252 - 264.

18 XU Q, WONG P K. Hysteresis modeling and compensation of a piezostage using least squares support vector machines[J]. Mechatronics, 2011, 21(7): 1239 - 1251.

19 NEKOUKAR V, ERFANIAN A. Adaptive fuzzy terminal sliding mode control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2011, 179(1): 34 - 49.

20 WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1992, 3(5): 807 - 814.

21 YU S, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957 - 1964.

22 BASHASH S, JALILI N. Robust multiple frequency trajectory tracking control of piezoelectrically driven micro/nanopositioning systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(5): 867 - 878.