

# 直线驱动型并联机器人工作空间分析与优化

吴超宇<sup>1</sup> 钱小吾<sup>2</sup> 余伟<sup>1</sup> 于今<sup>1</sup>

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044; 2. 镇江高等专科学校基础部, 镇江 212002)

**摘要:** 与旋转驱动型相比, 直线驱动并联机器人具有更大的工作空间, 但存在工作空间求解较复杂、精度不高和优化目标不合理的问题。针对上述问题, 根据并联机器人的结构和运动学模型, 提出了一种极坐标变步长迭代搜索法求解并联机器人工作空间, 分析各结构参数变化对工作空间的形状、尺寸、对称性的影响趋势。提出一种综合机器人灵巧度与工作空间利用率的全局混合性能指标, 并以此为目标函数建立了结构参数优化的数学模型, 利用粒子群算法对不同工况下机器人尺寸参数进行优化, 得到基于机器人操作性能和工作空间利用率的最优参数, 对不同权重下优化得到的参数进行仿真, 验证了目标函数的正确性和有效性。通过激光跟踪仪测出的实际工作空间与理论工作空间模型进行对比, 验证了工作空间理论模型的正确性, 为后续的尺度综合研究打下基础。

**关键词:** 直线驱动并联机器人; 工作空间; 极坐标变步长迭代搜索法; 全局混合性能指标

**中图分类号:** TP242      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1298(2018)01-0381-09

## Workspace Analysis and Optimization of Linear Driven Parallel Robot

WU Chaoyu<sup>1</sup> QIAN Xiaowu<sup>2</sup> YU Wei<sup>1</sup> YU Jin<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, China  
2. Department of Basic Teaching, Zhenjiang College, Zhenjiang 212002, China)

**Abstract:** Aiming to solve the complicated problem of linear driving parallel robot workspace with less study, according to the structure and kinematics model of linear driving parallel robot with the limits of the Hooke joint and the singularity to the workspace, the numerical search method was used to solve the workspace of the parallel robot with the tendency of size, shape, and symmetry of the workspace with respect to the different sets of architectural parameters chosen for the manipulator. A new approach was presented to the architecture optimization of the linear driving parallel robot based on the performance of a weighted sum of global dexterity index and a new performance index-space utility ratio (SUR), and the mathematic model of parameters optimization was set up based on the objective function of this ratio. Particle swarm optimization was used to optimize the parameters of the linear driving parallel robot, the optimal parameters were obtained based on the performance of the space utility index with the global dexterity index in different environments. This method was helpful in designing the linear driving parallel robot and other types of parallel robot. In the end, the laser tracker was used to measure the actual workspace to compare with the theoretical model, which verified the theoretical model of the workspace, laid the foundation for the subsequent optimization of the linear driving parallel robot.

**Key words:** linear driving parallel robot; workspace; polar coordinate variable step iterative search method; global performance ratio

### 0 引言

根据并联机器人的结构和关节驱动方式, 可以

将其分为直线驱动型和旋转驱动型 2 种<sup>[1]</sup>。EPFL 的最新研究<sup>[2]</sup>对直线型并联机器人和旋转型并联机器人的运动特点与机构性能进行了对比分析, 旋

收稿日期: 2017-05-01 修回日期: 2017-06-16  
基金项目: 国家自然科学基金项目(51375507)  
作者简介: 吴超宇(1990—), 男, 博士生, 主要从事机器人与智能控制研究, E-mail: 18620710508@163.com  
通信作者: 钱小吾(1963—), 男, 副教授, 主要从事数学及智能控制和机器人研究, E-mail: qianxw@zjc.edu.cn

转型具有更优良的动态特性,而直线型则具有更大的工作空间,较适应于并联机床等应用。研究直线驱动并联机器人工作空间的方法主要有解析法、几何法和数值法,在解析法方面,JO<sup>[3]</sup>提出,后经GOSSELIN<sup>[4]</sup>发展的圆弧相交几何法,将工作空间边界构造归结为12张球面片求交问题。MERLET<sup>[5]</sup>研究了固定平台参考点求解相应极限姿态空间的解析方法,解析法精确,但是计算量大,较复杂,不具有通用性。几何法作图简单,但是非常复杂,难以表达机器人的运动,针对直线驱动并联机器人无法有效得到参数对工作空间的影响趋势。在数值法研究方面,通常采用数值搜索、牛顿迭代等方法,同时考虑到各关节转角的约束、各杆长的约束和机构各构件的干涉来确定并联机器人的工作空间,且采用数值积分的方法计算工作空间的体积,比较接近实际<sup>[6-10]</sup>。文献[11-13]提出了一种计算6自由度并联机器人的定向工作空间的离散化方法。这些方法存在边界计算不精确,计算量大等问题。在并联机器人工作空间优化方面,所查阅的文献中基本上是以工作空间体积最大为优化设计目标,获取更优良的运动学性能,但是由于旋转型并联机器人的整机布局比较紧凑,而直线型并联机器人的整机布局比较松散,直线型与旋转型相比,整机结构尺寸比较大,这样会导致直线型并联机器人制造成本、占用空间和功率消耗的增加。因此,以工作空间体积最大为优化目标对直线驱动型并联机器人研究是不合理的。

本文提出一种极坐标变步长迭代搜索法求解出并联机器人的工作空间,并研究机器人各结构参数对工作空间形状、大小的影响趋势,为下一步工作空间优化中设计变量的范围确定提供了依据。提出一种综合机构灵巧度与工作空间利用率的全局混合性能指标,针对不同的作业要求,得到兼顾机器人灵巧度与空间利用率的机械结构参数,通过对不同权重下优化得到的参数进行仿真实验,验证目标函数的正确性和有效性。通过激光跟踪仪测出的实际工作空间与理论工作空间模型进行对比,验证工作空间理论模型的正确性,为后续的尺度综合研究提供依据。

1 运动学模型

本文研究的直线驱动型并联机器人如图1所示,由静平台、动平台、同步带电缸、滑块、U型虎克铰、3组平行四边形支链杆件等组成,每组支链分别通过2个虎克铰(U副)连接动平台与滑块,滑块通过平移副(P副)由同步带电缸驱动。3组电缸的投

影是120°,均匀分布,与水平面呈一个固定的角度,下端交于一点。3个电动机安装在同步带电缸的上方,直线驱动3个滑块,杆件连接处采用一种特殊设计的U型虎克铰结构,该结构能够保证平行四边形两组杆件的同向性,并能扩大关节的转动能力。

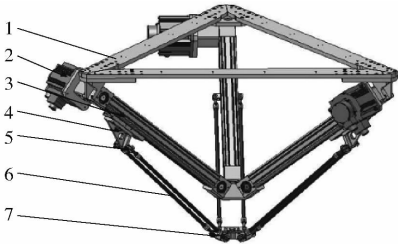


图1 直线驱动型并联机器人三维模型  
Fig.1 Three dimensional model of linear driven parallel robot  
1.静平台 2.交流伺服电机 3.同步带电缸 4.滑块 5.U型虎克铰 6.平行四边形支链 7.动平台

图2是直线驱动型并联机器人的原理图,图3是单个支链的原理图,设定笛卡儿直角坐标 $O\{x,y,z\}$ 在静平台 $\triangle A_1A_2A_3$ 的中心 $O$ 点处并且在动平台 $\triangle B_1B_2B_3$ 的中心 $P$ 处建立一个移动的动笛卡儿坐标 $P\{x',y',z'\}$ ,由于动平台与静平台平行,并且这个并联机构只有3个平移自由度,所以 $x$ 轴与 $x'$ 轴平行,并且 $x$ 轴沿着 $l_{OA_1}$ 方向,向量 $l_{OA_1}$ 平行于 $l_{PB_1}$ , $z$ 轴均朝上,3条运动直线 $D_iE_i$ 相交于 $M$ 点,并且与静平台相交于 $A_i(i=1,2,3)$ ,并且静平台半径为 $a$ 。3个长度为 $l$ 的杆与动平台相交于 $B_i$ ,半径为 $b$ , $P$ 关节的滑块在限定的 $D_i$ 与 $E_i$ 之间移动, $\alpha$ 是静平台与 $D_iE_i$ 导轨的夹角。角度 $\varphi_i$ 是 $x$ 轴与静平台向量 $l_{OA_i}$ 的夹角,因为静平台与动平台平行,所以夹角也适用于动平台。为了简化方程,定义

$$\varphi_i = (i - 1) \times 120^\circ \tag{1}$$

其中 $i=1,2,3$ 。在图3中, $D_i$ 为同步带轮的中心点, $C_i$ 是经过同步带轮中心 $D_i$ 沿电缸轴向直线与过滑块与连杆的虎克铰中心 $F_i$ 的垂直电缸导轨直线的交点, $F_i$ 是滑块与连杆的连接虎克铰的中心, $B_i$ 是连杆与动平台的虎克铰的中心, $P$ 是动平台的几何中心, $E_i$ 是选定的驱动轴的原点,滑块到同步带轮中心 $D_i$ 的距离是 $d_i(i=1,2,3)$ 。 $H_i$ 为滑块高度,也就是虎克铰到滑块的距离。

如图3所示,点 $A_i$ 与 $B_i$ 关于 $O$ 与 $P$ 的位置向量可以被写成

$${}^O a_i = [a \cos \varphi_i \quad a \sin \varphi_i \quad 0]^T \tag{2}$$

$${}^P b_i = [b \cos \varphi_i \quad b \sin \varphi_i \quad 0]^T \tag{3}$$

左上标向量表示在哪个坐标系中被表达。为了简洁表述,当在静平台的坐标系中被表述时,左上标可以省略。例如 ${}^O a_i = a_i$ ,动平台相对于静平台的位置与方向可以由一个方向向量 $P = l_{OP}$ ,和一个 $3 \times 3$

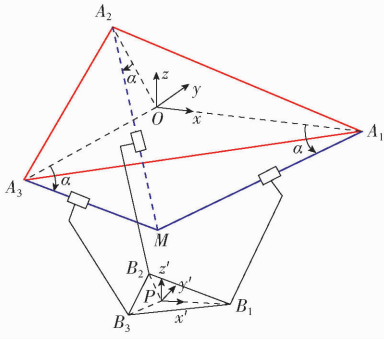


图 2 直线驱动型并联机器人原理图

Fig. 2 Schematic of linear driven parallel robot

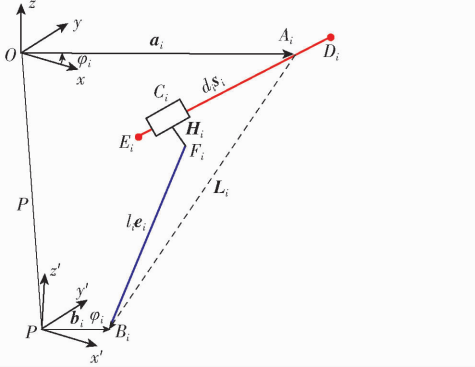


图 3 单支链原理图

Fig. 3 Schematic of one typical kinematic chain

的旋转矩阵 ${}^0R_p$ 组成,由于动平台只有 3 个平移运动,所以旋转矩阵 ${}^0R_p$ 也就是一个单位矩阵,所以 ${}^p\mathbf{b}_i = \mathbf{b}_i$ ,如图 3 所示,每一个支链的闭环回路方程可以写成<sup>[14]</sup>

$$l\mathbf{e}_i = \mathbf{L}_i - d_i\mathbf{s}_i - \mathbf{H}_i \quad (4)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{L}_i = \mathbf{P} + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{s}_i = [-\cos\alpha\sin\varphi_i \quad -\cos\alpha\sin\varphi_i \quad -\sin\alpha]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_i = [\sin\alpha\cos\varphi_i \quad \sin\alpha\sin\varphi_i \quad -\cos\alpha]^T |h| \quad (7)$$

式中  $\mathbf{e}_i$ —— $l_{F_iB_i}$ 的单位向量

$d_i$ ——第  $i$  个滑块的线性位移

$\mathbf{s}_i$ —— $D_iE_i$ 的单位向量

$\mathbf{H}_i$ ——滑块高度,它的模长可以表示为 $|h|$ 是个定值

将式(4)左右两边分别点乘本身,可以得

$$l^2 = (\mathbf{L}_i - d_i\mathbf{s}_i - \mathbf{H}_i)(\mathbf{L}_i - d_i\mathbf{s}_i - \mathbf{H}_i)^T \quad (8)$$

化简可以得到

$$d_i^2 - 2d_i\mathbf{s}_i^T\mathbf{L}_i + \mathbf{L}_i\mathbf{L}_i^T - 2\mathbf{H}\mathbf{L}_i^T + \mathbf{H}_i^T + 2d_i\mathbf{H}_i\mathbf{s}_i - l^2 = 0 \quad (9)$$

其中 $\mathbf{s}_i$ 与 $\mathbf{H}_i$ 是垂直的 2 个向量,所以 $\mathbf{s}_i$ 与 $\mathbf{H}_i$ 的乘积是 0。式(9)可以简化成

$$d_i^2 - Ed_i + F = 0 \quad (10)$$

其中

$$E = 2d_i\mathbf{s}_i^T\mathbf{L}_i$$

$$F = \mathbf{L}_i\mathbf{L}_i^T - 2\mathbf{H}_i\mathbf{L}_i^T + \mathbf{H}_i^2 - l^2$$

所以可以得到

$$d_i = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4F}}{2} \quad (11)$$

因为 $E$ 为负值,并且坐标系中 $z$ 轴是朝上的,所以这里取负根号的结果。

雅可比矩阵的定义是末端执行机构速度与输入关节速度的线性变换。当执行机构位于工作空间的任意位置的时候,它的矩阵元素会发生变化,它与时间存在一定的关联。它的关系式为

$$\dot{\mathbf{d}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{X}} \quad (12)$$

其中  $\dot{\mathbf{d}} = [\dot{d}_1 \quad \dot{d}_2 \quad \dot{d}_3]^T$   $\dot{\mathbf{X}} = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$

雅可比矩阵通常采用矢量积分和微分变换法求解,对于简单的串联机器人,通常采用微分变换法对方程求导,得到雅可比矩阵。对于复杂的并联机器人,因为运动学方程求导过程复杂,所以通常通过矢量积法进行计算。本文采用矢量积法进行计算,即

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_d^{-1} \mathbf{J}_x = \left[ \frac{\mathbf{e}_1^T}{\mathbf{e}_1^T \mathbf{s}_1} \quad \frac{\mathbf{e}_2^T}{\mathbf{e}_2^T \mathbf{s}_2} \quad \frac{\mathbf{e}_3^T}{\mathbf{e}_3^T \mathbf{s}_3} \right]^T \quad (13)$$

式中  $\mathbf{J}_d$ ——逆向运动学雅可比矩阵

$\mathbf{J}_x$ ——正向运动雅可比矩阵

$\mathbf{J}$ ——雅可比矩阵

## 2 工作空间分析

### 2.1 奇异位形分析

对直线驱动并联机器人的奇异行位进行分析,当雅可比矩阵的行列式为零时,并联机械人出现奇异位形,对于式(13)而言,当 $\mathbf{J}_d$ 和 $\mathbf{J}_x$ 中任何一个或者 2 个矩阵行列式为零,会出现奇异位形。当矩阵 $\mathbf{J}_d$ 不可逆时,机器人出现逆向运动学奇异,当 $\mathbf{J}_x$ 不可逆时,机器人出现正运动学奇异,当矩阵 $\mathbf{J}_d$ 和 $\mathbf{J}_x$ 同时不可逆时,机器人出现组合奇异。下面对 3 种奇异位形进行讨论:

#### (1) 正向运动学奇异

当此类奇异位形时,数学上求解方程 $\det(\mathbf{J}_x) = 0$ 并找出所有点是很困难的,可以通过几何关系较为直观地找出所有的奇异位形点。将矩阵 $\mathbf{J}_x$ 看作 3 个向量,即

$$\mathbf{J}_x = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_3]^T \quad (14)$$

分别提取矩阵 $\mathbf{J}_x$ 的各行,发现各行向量分别对应从动杆 $l$ 在基坐标系中的空间矢量。

从空间矢量的角度分析机构出现正向奇异性有以下两种可能:① $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{e}_2$ 、 $\mathbf{e}_3$  3 个向量均线性相关,这时候会出现共面情况,此时 $\det(\mathbf{J}_x) = 0$ ,3 个矢量的 $Z$ 分量都为 0,动平台与静平台重合,由机构可知不能达到,所以不用考虑,如图 4 所示。② $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{e}_2$ 、 $\mathbf{e}_3$  3 个向量中有 3 个向量线性相关,如图 5 所示,此

时 3 个杆件平行,这种情况在结构设计上无法避免,但是可以通过改变驱动电缸与静平台的角度来避免。

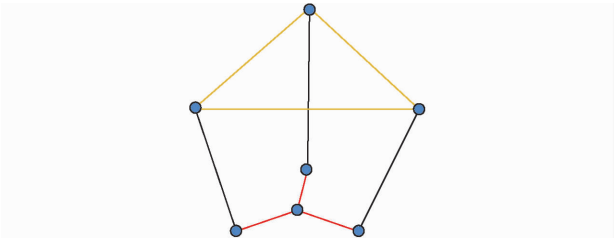


图 4 三矢量共面图  
Fig.4 Three coplanar vector figure

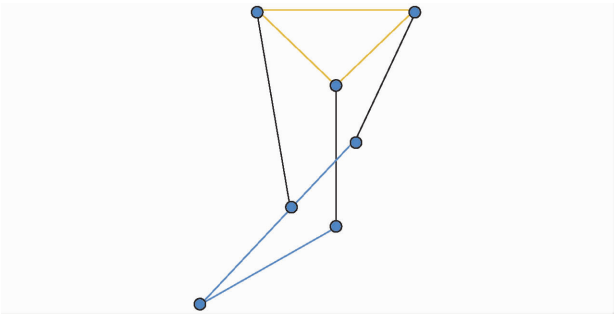


图 5 两矢量共线图  
Fig.5 Two collinear vector figure

(2) 逆向运动学奇异

当出现这类奇异时,  $\det(\mathbf{J}_d) = 0$ , 此时  $\mathbf{e}_i^T \mathbf{s}_i = 0$  至少有一个为 0, 或者两者线性相关, 由上下平台有半径差, 所以无法线性相关。所以考虑是不是其中一个向量为 0, 由向量的定义可以得到, 此时从动杆与导轨呈  $90^\circ$ , 这时滑块有速度, 但是末端执行器的速度为 0。在这种情况下, 机构的自由度会增加, 失去控制。如图 6 所示, 由于直线驱动型并联机器人的电缸与静平台的夹角为锐角, 并且滑块上的连杆朝外, 所以当其中一个角度变为  $90^\circ$  时, 其他两杆会与导轨有干涉, 存在约束, 无法达到奇异值的姿态, 所以这种奇异在设计机器人中是不可能出现的, 所以不需要对这种奇异状态进行过多的分析。

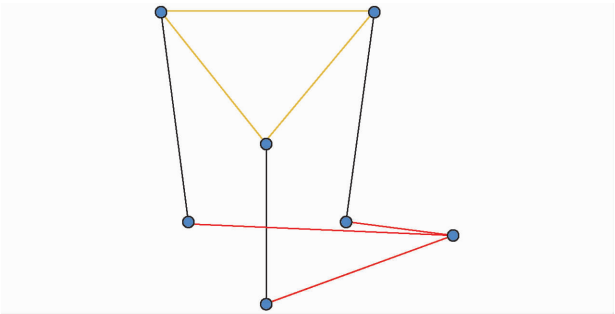


图 6 矢量垂直图  
Fig.6 Vertical vector figure

(3) 组合奇异

这种奇异状态从公式上体现就是  $\mathbf{J}_d$  和  $\mathbf{J}_x$  同时

不可逆, 从前面的分析已经得到  $\mathbf{J}_d$  不可逆的情况在直线驱动并联机器人的机构中并不适用。所以同时出现的组合奇异在此结构中不存在。

2.2 虎克铰约束分析

虎克铰第 1 自由度的旋转副没有角度限制, 可以  $360^\circ$  旋转, 旋转的速度向量与向量  $\mathbf{n}_1$  同向,  $\mathbf{n}_1$  是平面 1 的法向量, 平面 2 与平面 1 垂直, 法向量是  $\mathbf{n}_2$ ; 第 2 自由度的旋转副有角度限制, 它的旋转速度向量始终在平面 1 内。如图 7 所示, 因为虎克铰的第一自由度的旋转副没有角度的约束, 所以虎克铰约束来自于第 2 自由度的旋转副, 根据结构特点, 第 2 旋转副的旋转关于平面 1 对称, 设杆件  $F_i B_i$  与平面 1 的夹角为  $\gamma_{i1}$ , 杆件  $F_i B_i$  与平面 2 的夹角为  $\gamma_{i2}$ 。如图 8 所示, 根据结构特点与几何关系可知  $\gamma_{i2}$  没有角度约束, 所以可以得到  $\gamma_{i1}$  的角度约束关系为

$$\gamma_{i1} = \arcsin \frac{\mathbf{n}_1^T \mathbf{l}_{F_i B_i}}{|\mathbf{F}_i B_i| |\mathbf{n}_1|} \quad (15)$$

根据实际的限制可知,  $-40^\circ \leq \gamma_{i1} \leq 40^\circ$ , 这样可以得出工作空间的范围。

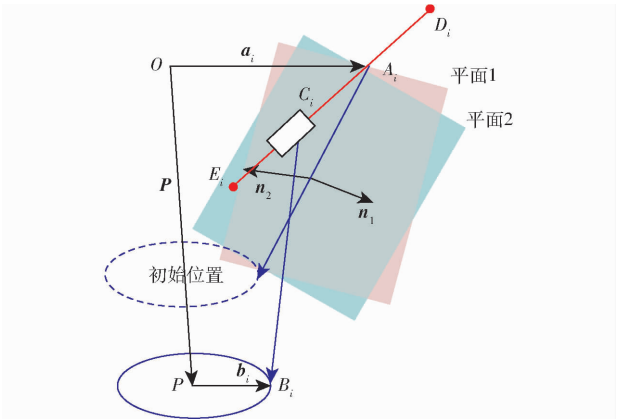


图 7 平面法向量 1 和法向量 2  
Fig.7 Normal vectors of plane 1 and plane 2

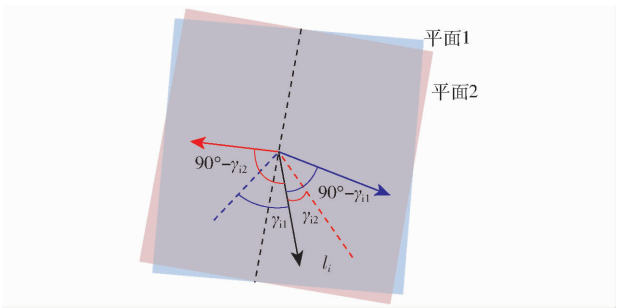


图 8 虎克铰角度示意图  
Fig.8 Diagram of Hooke hinge angle

2.3 工作空间求解

为了得到并联机器人的工作空间, 本文提出一种极坐标变步长迭代搜索法, 其流程图如图 9 所示, 具体的工作空间边界搜索法步骤如下:

(1) 通过式 (8) 和滑块移动副的限制条件确定

工作空间的最高点  $z_{\max}$  和最低点  $z_{\min}$ ，并用一系列平行于  $OXY$  坐标面的平面将机器人可达工作空间均匀地分割成厚度为  $\Delta z$  的  $n$  个子空间，沿着  $z$  轴方向进行搜索。

(2) 在第  $i$  个子空间中，极角从 0 递增  $\Delta\theta$  到  $2\pi$ ，极径从初值 0 开始以固定步长  $\Delta\rho$  (稍大) 递增到  $\rho$  进行搜索。

(3) 假设极径递增到第  $k$  次，若通过逆解算法求解出的滑块移动副位置由满足条件到不满足条件，则令  $\rho(k) \leftarrow \rho(k) - \Delta\rho$ ,  $\Delta\rho \leftarrow 0.5\Delta\rho$ ,  $\rho(k+1) \leftarrow \rho(k) + \Delta\rho$ ; 否则  $\rho(k+1) \leftarrow \rho(k) + \Delta\rho$ 。

(4) 重复步骤 (3)，若  $\Delta\rho \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon$  为设定的极径步长精度,  $\varepsilon = 0.5 \text{ mm}$ ) 且滑块移动副的位置不满足滑块移动副的限制条件，此时，找到相应极角下的边界点  $((\rho(k) + 2\Delta\rho)z_i \cos\theta, (\rho(k) + 2\Delta\rho)z_i \sin\theta, z_i)$ 。

(5) 将所有子空间内的边界点搜索出来，然后利用这些点生成并联机器人的工作空间。

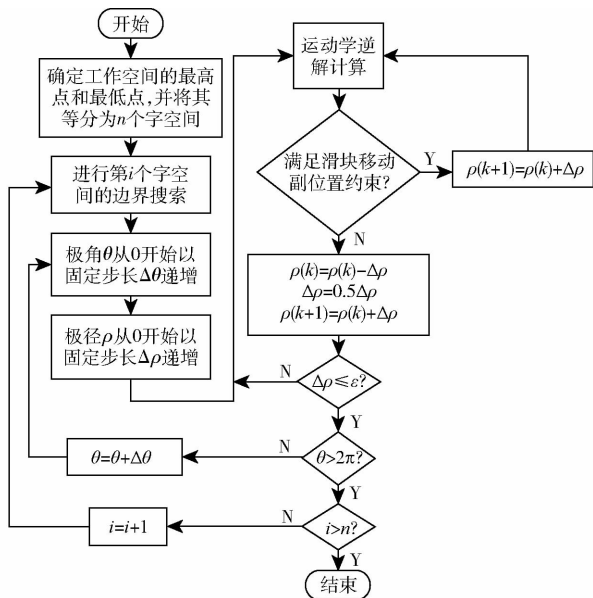


图 9 极坐标变步长迭代搜索法流程图

Fig. 9 Program flow chart of polar coordinate variable step iterative search method

通过上面 5 个步骤，找出构成工作空间外轮廓的所有点，利用 Matlab 可视化功能，得到图 10 所示的工作空间。

## 2.4 结构参数对工作空间的影响

研究并联机器人工作空间的尺寸与形状对于提高并联机器人的应用。本节重点针对直线驱动型并联机器人的倾斜角、静平台与动平台尺寸、滑块高度等结构参数对进行分析。

由图 3 可知，并联机器人的结构参数主要包括静平台尺寸  $a$ 、动平台尺寸  $b$ 、3 个从动杆的杆长  $l$ 、驱动器与静平台倾斜角  $\alpha$ 、滑块高度  $h$ 。为了得到当

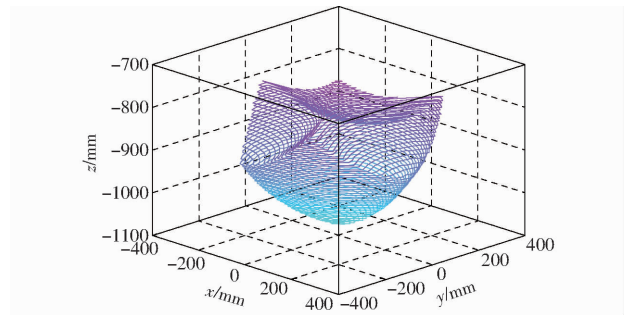


图 10 工作空间的 Matlab 仿真图

Fig. 10 Diagram of Matlab simulation

一个或多个参数变动时结果的表现，针对上面那些设计参数进行参数对工作空间的变化，虎克铰角度的约束范围是  $\pm 40^\circ$ ，杆长  $l$  的初始长度是 610 mm，让杆长在 510 mm 到 760 mm 之间，以 50 mm 的增量进行变化。静平台边长  $a$  的设计值是 1 300.41 mm，让它在 1 000.41 mm 到 1 700.41 mm 之间以 100 mm 的增量进行变化。动平台的边长初始值是 103.923 mm。倾斜角  $\alpha$  的初始值是  $38^\circ$ ，让它在  $25^\circ$  到  $90^\circ$  之间以  $10^\circ$  为增量进行变化。滑块高度初始值是 98.5 mm，让它在 78.5 mm 到 118.5 mm 之间以 10 mm 为增量进行变化。

工作空间体积也可以定量计算出，如图 9 所示，当  $\theta_z$  增加  $\Delta\theta_z$  的时候，相应的单位工作空间的体积可以表示成

$$dv = \frac{\Delta\theta_z}{2\pi} \pi \rho_i^2 \Delta z \quad (16)$$

对式 (16) 进行积分，可得整个工作空间的体积，表示为

$$V = \sum_{z_i=z_{\min}}^{z_{\max}} \sum_{\theta_z=0}^{2\pi} \left( \frac{1}{2} \rho_i^2 \Delta\theta_z \Delta z \right) \quad (17)$$

式 (17) 可以通过 Matlab 进行计算求解。

由图 11 可以看出，驱动器与静平台的倾斜角是一个开口朝下的抛物线，最高点在  $52^\circ$  附近，在  $52^\circ$  左侧时，体积单调上升。当过了  $52^\circ$  时，体积又单调减小，所以选在  $52^\circ$  附近时，并联机器人的体积最大。并且不会影响机器人占空间的大小。

图 12 反映了工作空间与动平台边长之间的关系，从图 12 可以看出，动平台的尺寸对整个机器人的工作空间的形状影响不大，没有出现奇异位置，所以都是合格尺寸。图 12 还可以看出，动平台边长越大，体积越大，并且呈线性关系，但是，随着边长的扩大，下端的动平台体积也会扩大，对工作环境的要求也就越高，因此不能作为结构参数的首选影响因素。

从图 13 可以看出，工作空间的形状与静平台存在很大关系的，静平台的边长尺寸过大或者过小都会导致形状变形，也会出现奇异，如图 13 所示，此时

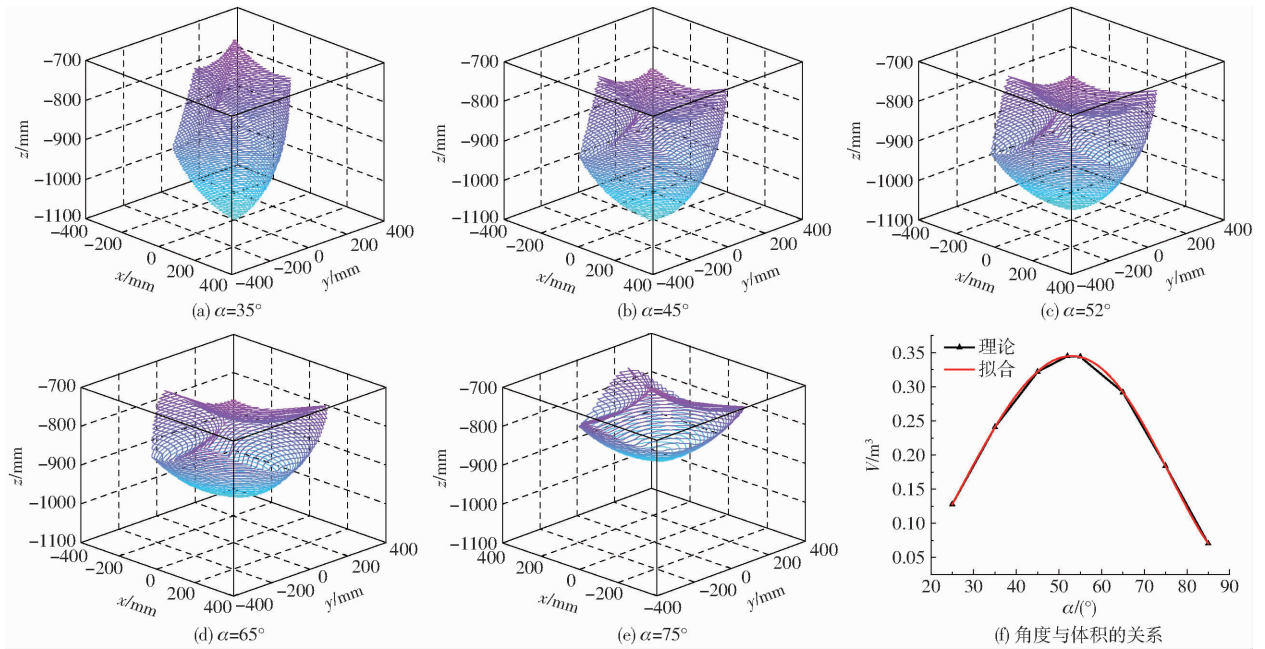


图 11 工作空间体积与倾斜角度的关系

Fig. 11 Relationships of workspace volume vs actuators layout angle

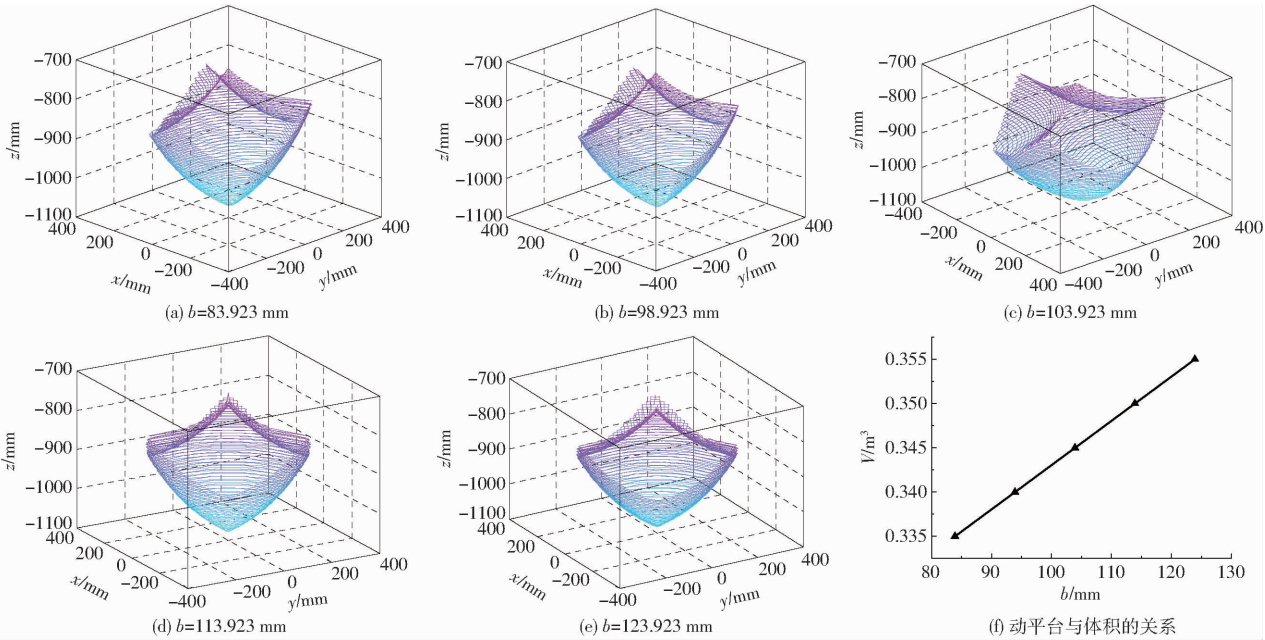


图 12 工作空间体积与动平台边长的关系

Fig. 12 Relationships of workspace volume vs size of moving platform

因为静平台边长太小,与动平台边长接近,所以图像上方出现奇异状态,并且图像变形严重,当边长过大时,整个图像会出现上方拉长,下方变大,且奇异区域变多的情况。

每个结构参数对工作空间都有影响,静平台边长与驱动器的倾斜角还有杆长对机器人工作空间的几何形状影响很大。其中静平台边长过大或者过小都会导致几何形状出现变化,甚至会有死点等,所以在选择静平台边长尺寸时,需注意避免过大或者过小,随着边长的增加,体积越大。倾斜角对空间的高度影响很大,随着角度的增加,工作空间的可达高度

会变小,空间大小先增加后减小,当达到  $52^\circ$  左右时达到最大。在实际运用中,需要根据需要工作空间的大小来选择合适的结构参数,不同参数会导致机器人体积大小的变化,在生产线上,需要在满足任务工作空间的情况下,使机器人占用体积越小,而不是单纯的考虑工作空间的大小。

3 结构参数优化

由直线驱动型并联机器人各机械结构参数对工作空间的影响分析可知,结构参数直接影响到工作空间的大小和形状,因此,有必要对机器人结构参数

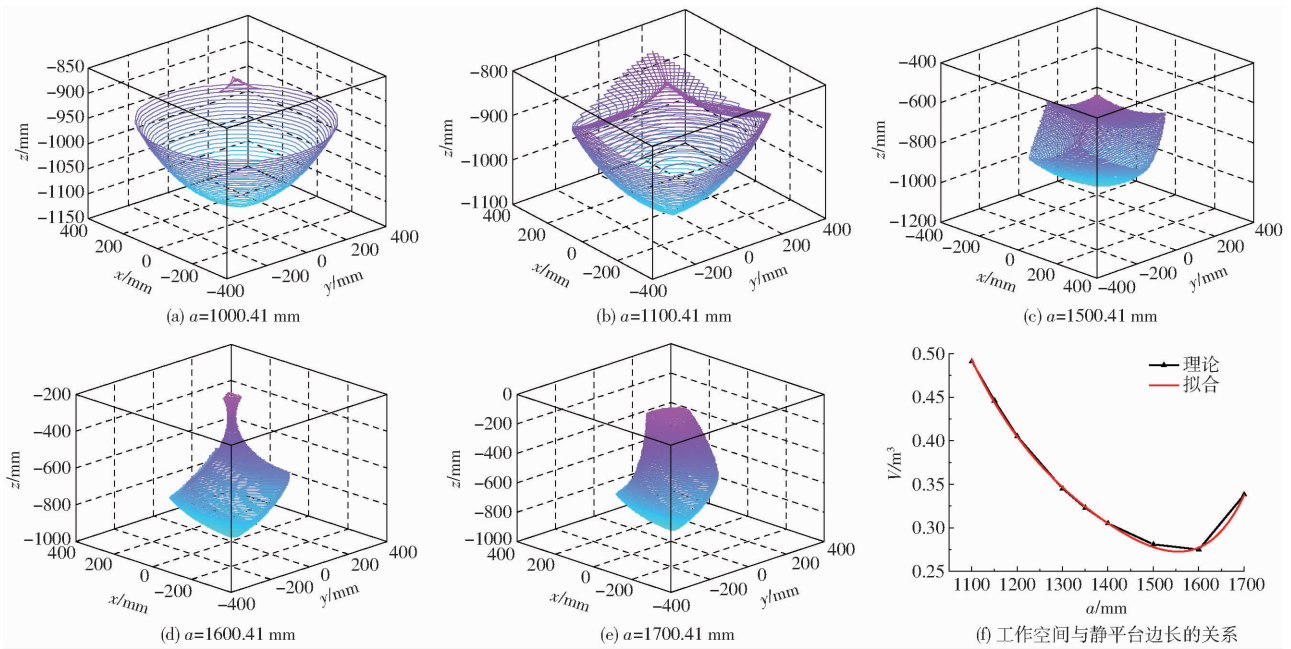


图 13 工作空间形状与静平台边长的关系

Fig. 13 Relationships of workspace shape vs the size of fixed platform

进行优化,使得其在工作空间内的操作性能更优<sup>[15-17]</sup>。

3.1 优化模型

为了使优化后的结构参数既能满足给定设计空间的需求,又能使并联机器人的整体外形尺寸尽量小,以及其操作性能更优,定义了一个同时兼顾其操作性能和空间利用率的目标函数

$$\eta = \omega \tau + (1 - \omega) \gamma = \omega \left( \frac{1}{V'} \int_{V'} \kappa dV' \right) + (1 - \omega) \frac{V'}{V^*} \quad (18)$$

其中  $\kappa = \text{cond}(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\|$

式中  $\omega$ ——权重系数( $0 \leq \omega \leq 1$ )

$V'$ ——给定设计空间

$\kappa$ ——雅可比矩阵的条件数,用来评价并联机器人的操作性能

$V^*$ ——机器人的可达工作空间

由于雅可比矩阵随着机器人的位形变化而变化,所以用  $\tau$  衡量机器人在给设计空间中的操作性能,直线驱动型并联机器人结构参数优化可归结为:给定设计空间(设计空间为  $400 \text{ mm} \times 400 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$  的长方体),确定静平台边长  $a$ ,滑块高度  $h$ ,从动杆杆长  $L$ ,电缸与静平台之间的夹角  $\alpha$ ,动平台边长  $b$ ,使得其空间利用率尽量大和操作性能更优。优化时,各结构参数的变化范围根据文章第 3 部分各结构参数对应的三维工作空间图和结构参数与体积的关系曲线图确定;此外,必须考虑的约束条件有 3 支电缸上滑块行程  $s_i$  和虎克铰转角  $U_i$ 。

由于雅可比矩阵条件数  $\kappa$  越小,表示机器人的操作性能越好,而  $\gamma$  表示空间利用率是越大越好,为了统一,目标函数中取  $\kappa$  的倒数,所以优化的数学模型为

$$\eta_{\min} = \omega \left( \frac{1}{V'} \int_{V'} \kappa dV' \right) + (1 - \omega) \frac{V'}{V^*}$$
$$\text{s. t. } \begin{cases} 1\,150.41 \text{ mm} \leq a \leq 1\,500.41 \text{ mm} \\ 80.923 \text{ mm} \leq b \leq 123.923 \text{ mm} \\ 78.5 \text{ mm} \leq h \leq 118.5 \text{ mm} \\ 510 \text{ mm} \leq L \leq 760 \text{ mm} \\ 388.429 \text{ mm} \leq s \leq 688.429 \text{ mm} \\ 35^\circ \leq \alpha \leq 65^\circ \\ -40^\circ \leq U \leq 40^\circ \end{cases} \quad (19)$$

3.2 优化结果

本文优化算法选择粒子群算法,该算法与诸如遗传算法之类的算法相比,在进化过程中同时记忆位置和速度信息,另外,由于全局最优粒子提供信息给其他的粒子,整个搜索更新过程是跟随当前最优解的过程,因此所有的粒子很可能更快地收敛于最优解。

利用 Matlab 粒子群优化算法工具箱(PSOt),对上述数学模型进行求解,其中,根据机器人的实际应用需求,优化求解时,将权重系数  $\omega$  分别设置为 0、0.5、1 等 3 种情况,结果如表 1 所示。

从表 1 可知, $\omega$  为 0 时,即空间利用率最大, $\omega$  为 1 时,即机器人操作性能最优,图 14 表示了操作性能最优的主视图;图 15 表示空间利用率最大的仿真图。

表 1 优化结果

Tab.1 Numerical results of optimization

| $\omega$ | $\eta$  | $a/\text{mm}$ | $b/\text{mm}$ | $L/\text{mm}$ | $h/\text{mm}$ | $\alpha/({}^\circ)$ |
|----------|---------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------|
| 0        | 1.720 8 | 1 166         | 96            | 660           | 88            | 45                  |
| 0.5      | 3.744 8 | 1 240         | 88            | 676           | 100           | 45                  |
| 1        | 5.564 5 | 1 300         | 100           | 742           | 90            | 52                  |

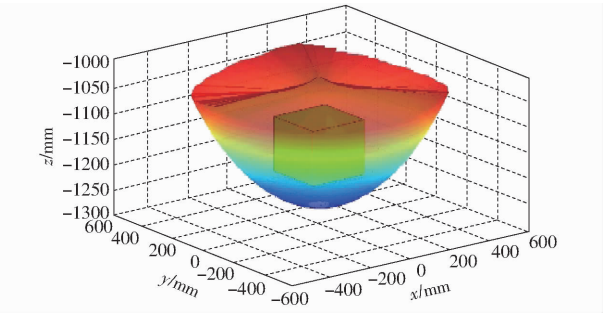


图 14 最优操作性能仿真图

Fig.14 Simulation diagram of the best dexterity

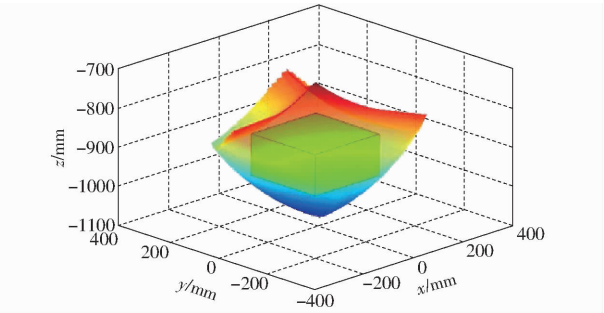


图 15 最大空间利用率仿真图

Fig.15 Simulation diagram of the best space utility

由图 14 可以看出,操作性能最优时,长方体占任务工作空间的比重小于最大空间利用率,但是俯视图可以看出长方体边界离工作空间边界较远,运动学性能较优;图 15 可以看出最大空间利用率的情况时,长方体边界与任务空间边界相交,运动学性能较差。

可以看出不同权重下优化函数指标模型是正确的,根据不同的实际需要,可以选择不同的权重进行参数的筛选。

4 试验验证

为了验证工作空间理论模型的正确性,对直线驱动型并联机器人进行工作空间扫描试验<sup>[18-20]</sup>。实验所用测试平台如图 16 所示,采用 FARO 公司激光跟踪仪 Vantage(测试精度为 0.015 mm)和相应的辅助夹装设备来实时测量动平台中心的位置。工作空间扫描方式如下:以机器人零点所在的 z 平面为起始平面,激光跟踪仪分别以 x、y 轴运动 5 mm 为一个步长记录下每个点的位置坐标,扫面完一个平面后,z 坐标递增 20 mm,直至将整个工作空间扫描完

成。将每个平面的边界点取出来进行三维空间绘制,结果如图 17 所示。



图 16 机器人工作空间扫描试验现场

Fig.16 Scene picture of workspace scan

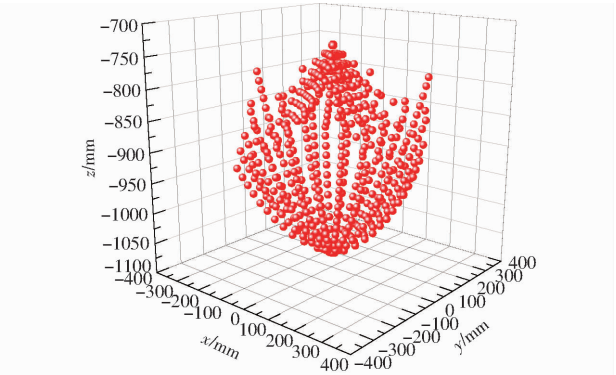


图 17 工作空间扫描轮廓图

Fig.17 Outline drawing of workspace scan

将图 17 与工作空间轮廓图 10 进行对比,外观形状基本吻合,为了进一步地验证,分别取出  $z = 950\text{ mm}$  对应的平面边界点的试验数据和理论数据放一起进行对比,如图 18 所示,试验和理论数据构成的平面大小、形状基本一致。试验结果表明了工作空间理论模型是正确的,本文基于工作空间理论模型进行的各结构参数对工作空间的影响和结构参数优化的研究是正确的。

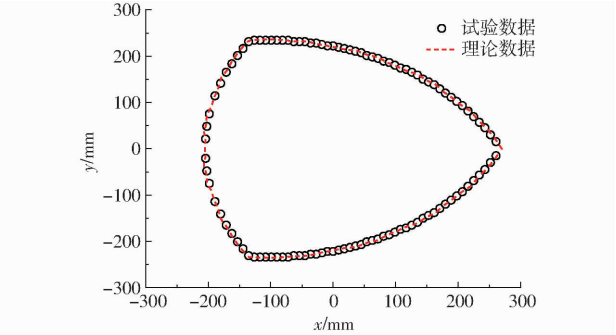


图 18  $z = 950\text{ mm}$  试验和理论数据对比

Fig.18 Comparison of theory and test data of  $z = 950\text{ mm}$  plane

5 结论

(1)根据直线驱动型并联机器人的几何模型,利用矢量法建立其运动学模型,并得出机器人运动

学逆解和雅可比矩阵。

(2) 分析了奇异性和虎克铰对工作空间的约束, 提出一种极坐标变步长迭代搜索法求解出机器人的工作空间, 并研究得到机器人各结构参数对工作空间的大小和形状的影响趋势。

(3) 提出了一种综合机器人灵巧度和空间利用率的全局混合性能指标, 建立机器人结构参数优化数学模型, 利用粒子群算法对其进行求解, 得到不同

工况下基于机器人灵巧度和工作空间利用率的最优参数, 通过对不同权重下优化得到的参数进行仿真试验, 验证了目标函数的正确性和有效性。

(4) 将试验扫描出的工作空间轮廓图和理论模型求解出的工作空间轮廓图进行对比, 结果表明, 工作空间理论模型是正确的, 基于工作空间理论模型进行的各结构参数对工作空间的影响和结构参数优化是正确的, 为后续的尺度综合研究打下基础。

## 参 考 文 献

- 1 冯李航, 张为公, 龚宗洋, 等. Delta 系列并联机器人研究进展与现状[J]. 机器人, 2014, 36(3): 375 - 384.  
FEN Lihang, ZHANG Weigong, GONG Zongyang, et al. Developments of delta-like parallel manipulators—a review[J]. Robot, 2014, 36(3): 375 - 384. (in Chinese)
- 2 BOURI M, CLAVAL R. The linear Delta: developments and applications[C] // The 41st International Symposium on Robotics, 2010: 1198 - 1205.
- 3 JO D Y. Workspace analysis of closed loop mechanisms with unilateral constraints[J]. Adv in Des. Automat, 1989, 3: 53 - 60.
- 4 GOSSELIN C M. Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1990, 112(3): 331 - 336.
- 5 MERLET J P. Geometrical determination of workspace of a constrained parallel manipulators[J]. In: ARK, France, 1992: 326 - 329.
- 6 MERLET J P. Determination of the orientation workspace of parallel manipulators[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1995, 13: 143 - 160.
- 7 GOSSELIN C M, LAVOLE E, TOUTANT P. Robotics spatial mechanisms and mechanical systems [C] // 22nd Biennial Mechanisms Conference, 1992: 323 - 328.
- 8 MASORY O, WANG J. Workspace evaluation of Stewart platforms[C] // 22nd Biennial Mechanisms Conference, 1992: 337 - 346.
- 9 BONEY L A, RYU J. A new approach to orientation workspace analysis of 6-DOF parallel manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(1): 15 - 28.
- 10 REZAEI A, AKBARZADEH A, NIA P M, et al. Position, Jacobian and workspace analysis of a 3-PPS spatial parallel manipulator[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(4): 158 - 173.
- 11 YU M L, WANG J R, LI J, et al. Kinematics analysis of exoskeletons rehabilitation robot based on ADAMS[C] // Advanced Materials Research. Trans Tech Publications, 2012, 479: 2333 - 2338.
- 12 HARADA T, DONG K, ITOIDAWA T. Design optimization of active scanning probe using parallel link mechanism [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2012, 13(8): 1387 - 1394.
- 13 RUGBANI A, SCHREVE K. Modeling and analysis of the geometrical errors of a parallel manipulator micro-CMM [C] // International Precision Assembly Seminar, 2012: 105 - 117.
- 14 崔国华, 周海栋, 王南, 等. 基于 Isight 的 3-UPS-S 并联机器人机构多目标优化[J/OL]. 农业机械学报, 2013, 44(9): 261 - 266. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20130945&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20130945&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2013.09.045.  
CUI Guohua, ZHOU Haidong, WANG Nan, et al. Multi-objective optimization of 3-UPS-S parallel mechanism based on Isight [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(9): 261 - 266. (in Chinese)
- 15 ZHAO Y. Dimensional synthesis of a three translational degrees of freedom parallel robot while considering kinematic anisotropic property[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(1): 169 - 179.
- 16 梅江平, 高奔, 谭杨, 等. 3-SPR 并联机构运动学分析[J/OL]. 农业机械学报, 2012, 43(8): 215 - 220. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20120839&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20120839&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2012.08.039.  
MEI Jiangping, GAO Ben, TAN Yang, et al. Kinematic analysis of 3-SPR parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(8): 215 - 220. (in Chinese)
- 17 钟琪, 刘贵杰, 王安忆, 等. 移动副驱动的 Delta 机构工作空间分析及机构优化研究[J]. 机电工程, 2015, 32(11): 1407 - 1411.  
ZHONG Qi, LIU Guijie, WANG Anyi, et al. Workspace resolution and mechanism optimization on Delta parallel mechanism driven by prismatic pair [J]. Journal of Mechanical and Electrical Engineering, 2015, 32(11): 1407 - 1411. (in Chinese)
- 18 HARADA T, DONG K, ITOIGAWA T. Design optimization of active scanning probe using parallel link mechanism [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2012, 13(8): 1387 - 1394.
- 19 杨继东, 万彪刚, 高俊东, 等. Tripod 并联机器人运动学分析与样机实验[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(10): 390 - 397. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20161051&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20161051&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.10.051.  
YANG Jidong, WAN Biaogang, GAO Jundong, et al. Kinematic analysis and experiment of Tripod parallel robot [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(10): 390 - 397. (in Chinese)
- 20 余跃庆, 崔忠伟, 赵鑫, 等. 柔顺关节并联机器人设计与实验[J/OL]. 农业机械学报, 2013, 44(7): 274 - 278. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20130747&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20130747&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2013.07.047.  
YU Yueqing, CUI Zhongwei, ZHAO Xin, et al. Design and experiment of parallel robot with compliant joints [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(7): 274 - 278. (in Chinese)