doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.09.029

土壤垂直和水平复合载荷一变形关系研究

何健马吉胜吴大林赵建新 (军械工程学院火炮工程系,石家庄 050003)

摘要:基于有限元理论分析了土壤在承受垂直和水平复合载荷下的变形规律。首先通过平板沉陷试验分析确定土 壤在垂直载荷作用下的载荷-变形关系,接着考虑水平载荷的影响,通过剪切试验确定土壤的复合载荷-变形关系。 研究结果表明,水平载荷会造成土壤的滑动沉陷,水平剪切位移与土壤的滑动沉陷量之间呈线性关系。对影响滑 动沉陷量的因素进行了分析,其中影响比较大的因素是垂直方向的载荷以及土壤的塑性参数:黏聚力和摩擦角,而 土壤的弹性参数:弹性模量和泊松比对滑动沉陷量的影响比较小。

关键词:土壤;垂直载荷;水平载荷;滑动沉陷;有限元

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2017)09-0231-06

Composite Load-deformation Relationship of Soil under Vertical and Lateral Loads

HE Jian MA Jisheng WU Dalin ZHAO Jianxin

(Artillery Engineering Department, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: The research of composite load-deformation relationship of soil under vertical and lateral loads is the difficulty in vehicle terramechanics field now. The lateral load causing slide sinkage was put forward by some scholars in the past but the numerical relationship between lateral load and slide sinkage was not clear yet. The deformation law of soil under vertical and lateral loads was analyzed on the base of finite element theory. Firstly, the soil stress-strain characteristics was analyzed and the modified druckerprager cap model was chosen as the constitutive model of soil considering the soil elastic behavior, yield criterion, hardening law, flow rule and failure criterion. Then the load-deformation relationship of soil under vertical load was analyzed in the way of relationship between plate sinkage and pressure by the plate-sinkage test. Finally, the composite load-deformation relationship of soil under vertical and lateral load was analyzed considering the lateral load influence by the shear test on the base of load-deformation relationship of soil under vertical load. The lateral load could cause the increase of sinkage in the vertical direction, divided the total sinkage into static load sinkage and slide sinkage, it can be found that the lateral load can cause the slide sinkage and there was a linear relationship between shear displacement and the slide sinkage. The influence factors to the value of slide sinkage were analyzed and the major factors that affected the value of sinkage were vertical load and soil plastic parameters such as soil cohesion and frication angel, the soil elastic parameters such as elastic modulus and passion ratio had little effect on the value of sinkage. The linear relationship between shear displacement and slide sinkage of soil was clearly put forward and it can be used to calculate the soil bearing characteristics more accurately in vehicle terramechanics and other research fields involved soil deformation. Key words: soil; vertical load; lateral load; slide sinkage; finite element

引言

工程机械和车辆在地面上行驶作业时给地面以

垂直载荷,产生了沉陷,增加了运动阻力,同时还给 地面以水平载荷,产生了推力,并经常伴随着打滑, 所以车辆载荷下土壤垂直变形与水平变形性能的研

收稿日期: 2016-12-11 修回日期: 2017-02-25

基金项目: 军内重点科研项目(404040602)

作者简介: 何健(1991—), 男, 博士生, 主要从事机械系统动力学研究, E-mail: hejian108@163. com

通信作者: 马吉胜(1967—),男,教授,博士生导师,主要从事机械系统动力学和振动信号处理研究,E-mail: mjs_jxxy@163.com

究,对评价和预测车辆行驶性能有重要意义[1-3]。

车辆地面力学发展几十年以来,各国学者都通 过各种方法建立了一些半经验公式来描述土壤的载 荷-变形关系^[4-8]。描述土壤在垂直载荷作用下的 载荷-沉陷关系目前应用比较多的有贝克^[9]和利 斯^[10]的幂函数模型、库兹可夫的双曲正切模型和小 幕[11-12] 双曲线模型。描述土壤在水平载荷作用下 的载荷-剪切位移关系比较成熟的是贾诺西的指数 模型^[13]等。但是这些公式都是单纯地研究土壤在 某一种载荷下的载荷与变形量之间的关系,缺少关 于土壤在垂直和水平载荷下的复合载荷-变形关系 的研究,这也是车辆地面力学研究的一项难 点^[14-16]。部分学者也提出了水平载荷会造成土壤 竖直沉陷的增加,即滑移沉陷[17],然而关于水平载 荷与滑动沉陷量两者直接的量值关系还不是很清 晰。本文基于有限元理论,研究土壤在承受垂直和 水平载荷下的复合载荷-变形关系并对变形规律的 影响因素进行分析。

1 土壤本构关系

土壤的应力-应变特性是一种典型的非线性弹 塑性行为,运用有限元手段分析土壤的变形规律很 重要的一部分就是土壤本构关系的确定。

1.1 土壤的弹性行为

土壤的弹性行为描述可以基于广义胡克定律, 其中涉及到的参数有弹性模量 *E* 和泊松比 *v*。

1.2 土壤的塑性行为

采用塑性增量理论来研究土壤的塑性行为。塑 性增量理论以塑性公设为理论基础,以屈服准则、硬 化规律、流动规则为三大特征,对于土壤的塑性状态 来说,还要联系到破坏准则^[18]。土壤的变形特性与 金属等其他材料不同的是涉及到剪胀性、压缩屈服 特性等,所以本研究采用修正 Drucker – Prager 帽盖 模型来描述土壤的塑性行为^[19]。

1.2.1 屈服准则

土壤材料由弹性状态进入塑性状态的过程称为 屈服。初始屈服是弹性应变与塑性应变的界限,并 不代表土壤的破坏。土壤材料进入初始屈服后,随 着应力和变形的增加,屈服应力或继续增加,出现硬 化现象。修正 Drucker – Prager 帽盖模型的屈服面 在 p-t 平面上的形状如图 1 所示。

修正 Drucker - Prager 帽盖模型的屈服面方程为

$$F_{c} = \sqrt{\left(p - p_{a}\right)^{2} + \left(\frac{Rt}{1 + \alpha - \frac{\alpha}{\cos\beta}}\right)^{2}} - R(d + p_{a}\tan\beta) = 0$$
(1)



图 1 修正 Drucker - Prager 帽盖模型的屈服面 Fig. 1 Yield surface of modified Drucker - Prager cap model

式中 p——平均主应力

p_a——屈服面与过渡面交点对应的应力

R——材料参数,控制帽子的形状

t——偏应力

α——光滑过渡屈服面和失效面的参数

 $\beta - p - t 应力空间上的摩擦角$

d──*p* - *t* 应力空间上的黏聚力

这个帽盖型的屈服面可以反映土壤因为等向压 缩引起的屈服,这是与其他金属材料不相同的地方。

1.2.2 破坏准则

破坏准则是判断土壤破坏的标准,是以某一强 度理论的基本准则为根据提出的一定应力组合。对 于土壤的破坏而言,摩尔一库伦准则考虑了摩擦分量 的影响,被认为最符合土壤的破坏条件,因而在岩土 材料中应用最广。修正 Drucker – Prager 帽盖模型 的破坏准则应用的就是摩尔-库伦准则,在 *p* - *t* 平 面上表示为一条直线,如图 1 所示。

修正 Drucker - Prager 帽盖模型的剪切破坏面为

 $F_s = t - p \tan\beta - d = 0 \tag{2}$

1.2.3 流动规则

流动规则用于确定土壤进入塑性变形之后塑性 应变增量的方向,即各个分量之间的比例关系。流 动规则有相关联和不相关联 2 种,相关联的流动规 则假定塑性势面与屈服面一致。修正 Drucker -Prager 帽盖模型采用不相关联的流动规则,即塑性 势面与屈服面不一致,如图 2 所示。



图 2 修正 Drucker - Prager 帽盖模型的塑性势面 Fig. 2 Flow potential of modified Drucker - Prager cap model

屈服面的塑性势面函数为

$$G_{c} = \sqrt{\left(p - p_{a}\right)^{2} + \left(\frac{Rt}{1 + \alpha - \frac{\alpha}{\cos\beta}}\right)^{2}} \qquad (3)$$

剪切破坏面的塑性势面函数为

$$G_{s} = \sqrt{\left[\left(p - p_{a}\right)\tan\beta\right]^{2} + \left(\frac{t}{1 + \alpha - \frac{\alpha}{\cos\beta}}\right)^{2}} \quad (4)$$

1.2.4 硬化规律

修正 Drucker – Prager 帽盖模型中的硬化参数 为 p_b ,每一个 p_b 对应一个屈服面。 p_b 为塑性体积应 变的函数,通过塑性体积应变的变化反映土壤的硬 化规律。

1.3 本构模型参数的确定

本研究涉及到的土壤本构模型参数主要有弹性 模量 E_{λ} 泊松比 $v_{\lambda}p - t$ 平面上的黏聚力 d 和 p - t 平 面上的摩擦角 β_{\circ} 这几个参数均可通过三轴压缩试 验获得^[20]。选择起伏土路(图 3)作为本文的研究 对象,利用日本诚研舍 SEIKENINC 制造的动态三 轴试验仪(图 4)得到土壤的本构参数:弹性模量 E为 20.2 MPa, 泊松比 v 为 0.32, $\sigma - \tau$ 平面上的黏 聚力 c 为 6.38 kPa, $\sigma - \tau$ 平面上的摩擦角 ϕ 为 27.33°。



图 3 起伏土路 Fig. 3 Rolling dirt road



图 4 动态三轴试验仪 Fig. 4 Dynamic triaxial test instrument

 $\sigma = \tau$ 平面上的黏聚力 c 和摩擦角 ϕ 可通过三 维问题中 Mohr – Coulomb 模型与 Drucker – Prager 模 型参数关系转换到 p - t 平面上,即

$$\tan\beta = \frac{6\sin\phi}{3 - \sin\phi} \tag{5}$$

$$d = \frac{18c\cos\phi}{3 - \sin\phi} \tag{6}$$

得到 *p*-*t* 平面上的黏聚力 *d* 为 40.15 kPa,摩擦 角 β 为 47.31°。

2 土壤变形规律研究

研究土壤在垂直和水平载荷下的复合载荷-变 形关系从2个步骤来考虑,首先研究土壤在垂直载 荷作用下的载荷-变形关系,即平板载荷与土壤下限 量之间的关系,然后加上水平载荷,从而得到水平载 荷对土壤下限量产生的影响。下文中所用到的土壤 参数均以1.3节中测得的土壤力学参数为基础。

2.1 土壤在垂直载荷作用下的载荷-变形关系

土壤在垂直载荷作用下的载荷-变形关系一般 用平板沉陷试验来确定,即将一块代表轮胎或者履 带接地面积的平板,用均布的载荷压入土壤中,得到 平板沉陷量 z 和压力 b 之间的关系。

将一块尺寸为 0.2 m × 0.2 m 的方形平板以 2 cm/s 的均匀速度压入土壤中,通过仿真试验,得 到平板沉陷量 z 和压力 b 之间的关系如图 5 所示。



Fig. 5 $\,$ Relationship curve between plate sinkage and pressure $\,$

图 5 通过仿真试验得到的沉陷量曲线形状与典型的土壤沉陷量曲线是比较吻合的,沉陷量曲线基本经历了 3 个阶段:①直线变形阶段,该阶段压力与沉陷量的关系为线性关系,沉陷主要是由于土粒挤紧,土壤压缩造成的。②局部剪切破坏阶段,该阶段压力与沉陷量的关系为逐渐下弯的曲线关系,这时土壤除了压密变形外,在土壤中的某些区域,剪应力达到了抗剪强度产生了塑性变形。③土壤失效阶段,随着压力继续增大到某一数值后,土壤沉陷量快速增加,这时平板下方的土壤已经失效,不能继续承载过大的压力,对应的压力也称为极限承载能力。

2.2 土壤在水平载荷作用下的载荷-变形关系

土壤在水平载荷作用下的载荷-变形关系一般 通过剪切试验来确定。为了更近似地模拟车辆行走 装置剪切土壤的过程,在车辆-地面力学中常用长方 形的剪切板。一块尺寸为 *n* × *l* 具有履刺的压板,上 面作用有垂直载荷 *W*,当用拉力 *F* 移动压板时,得 到一相应的剪切位移*j*,如图 6 所示。

将一块尺寸为 0.2 m × 0.4 m 具有履刺的压板 上面作用载荷 600 kPa, 施加拉力, 通过仿真得到剪 切应力与剪切位移 *j* 的关系曲线如图 7 所示。



displacement

图 7 得到的仿真结果符合典型塑性土的剪切应 力-位移曲线,从图 7 中可以看出,剪切应力达到某 一数值之后便不再增加,即土壤达到了抗剪强度,这 时土壤中仍然存在黏性力和摩擦力,土壤由弹性流 动状态逐渐转变为塑性流动。

2.3 考虑水平载荷引起的土壤滑动沉陷

土壤的竖直沉陷量 z 是对应压力 b 的函数,水 平方向的剪切位移 j 是对应剪切应力 τ 的函数,在 以往计算车辆沉陷量时,假定沉陷量不受水平载荷 的影响,显然不是十分准确,通过研究发现当土壤受 到水平载荷之后,在竖直方向的沉陷量会增大,即滑 动沉陷。

在不同载荷压力下给土壤施加水平载荷,通过 仿真试验得到滑动引起的总沉陷量与水平方向的剪 切位移关系如图 8a 所示,BEKKER 的试验结果如 图 8b 所示^[9],REECE 的试验结果如图 8c 所示^[10]。

从图 8 可以看出,仿真得到的曲线与实际测试 得到的曲线有较好的一致性,总的沉陷量随着剪切 位移的增大而近似线性增大,并且在垂直载荷增大 的情况下,曲线的斜率会增大,这说明仿真得到的结 果在一定范围内是可信的。

为了进一步分析仅由滑动引起的沉陷量,将土 壤总的沉陷量分为

$$z_0 = z_s + z_j \tag{7}$$

式中 z₀——总沉陷量

z,——垂直载荷引起的沉陷量

z_i——滑动引起的沉陷量

不考虑静载荷引起的沉陷量,仅考虑滑动引起 的沉陷量 z_i 与水平方向剪切位移 j 的关系,得到如 图 9 所示的结果。

从图 9 中可以清晰地看出,当土壤受到水平载



图 8 不同压力下总沉陷量与剪切位移的关系曲线 Fig. 8 Relationship curves between total sinkage and shear displacement under different vertical loads



Fig. 9 Relationship curve between slide sinkage and shear displacement

荷之后,在垂直方向的沉陷量会增大,并且这种由滑动引起的沉陷量 z_j 与水平方向的剪切位移 j 有着近 似线性的关系,这种线性关系可以用一条斜率为 k 的直线近似描述。

3 滑动沉陷量影响因素分析

水平方向的剪切位移会引起垂直方向的滑动沉陷,由于土壤是一种复杂的三相物质,物理状态参数 有颗粒级配、密度、含水率、孔隙比等诸多描述,但是 在力学特性上而言,这些土壤物理状态参数的改变 都表现为土壤弹塑性参数的改变,因此从压力 b、土 壤的弹性模量 *E*、泊松比 *v*、黏聚力 *c* 和摩擦角 φ 5 方面对滑动沉陷量的影响因素进行分析。

3.1 滑动沉陷量与垂直载荷

分别设置平板承受压力 b 为 500、600、700 kPa, 得到滑动沉陷量与剪切位移的关系曲线如图 10 所 示。



图 10 不同垂直载荷下滑动沉陷量与剪切位移的 关系曲线

Fig. 10 Relationship curves between slide sinkage and shear displacement under different vertical loads

由图 10 可以看出, k 随着压力 b 的增大而增 大,并且压力 b 对 k 的影响比较大。

3.2 滑动沉陷量与土壤弹性模量

分别设置土壤的弹性模量 *E* 为 20、30、40 MPa, 在垂直载荷为 500 kPa 下得到滑动沉陷量与剪切位 移的关系曲线如图 11 所示。



关系曲线

Fig. 11 Relationship curves between slide sinkage and shear displacement under different soil elastic modulii

从图 11 中可以看出, *k* 随着 *E* 的减小而增大, 但是也可以看出土壤弹性模量 *E* 对 *k* 的影响并不 大。

3.3 滑动沉陷量与土壤泊松比

分别设置土壤的泊松比 v 为 0.16、0.24 和 0.32,在垂直载荷为 500 kPa 下得到滑动沉陷量与 剪切位移的关系曲线如图 12 所示。

从图 12 中可以看出, k 随着 v 的减小而增大, 与 弹性模量一样, 土壤泊松比 v 对 k 的影响并不大。

3.4 滑动沉陷量与土壤黏聚力

分别设置土壤黏聚力 c 为 6.38、12.76、19.14 kPa, 在垂直载荷为 500 kPa 下得到滑动沉陷量与剪切位 移的关系曲线如图 13 所示。



图 12 不同泊松比下滑动沉陷量与剪切位移的关系曲线 Fig. 12 Relationship curves between slide sinkage and shear displacement under different soil Poisson ratios



图 13 不同黏聚力下滑动沉陷量与剪切位移的关系曲线

Fig. 13 Relationship curves between slide sinkage and shear displacement under different soil cohesions

从图 13 中可以看出, k 随着 c 的减小而增大, 并 且土壤黏聚力 c 对 k 的影响比较大。

3.5 滑动沉陷量与土壤摩擦角

分别设置土壤的摩擦角 φ 为 27.33°、23°和 20°,在垂直载荷为 500 kPa 下得到滑动沉陷量与剪 切位移的关系曲线如图 14 所示。



关系曲线

Fig. 14 Relationship curves between slide sinkage and shear displacement under different soil fraction angel

从图 14 中可以看出, *k* 随着 φ 的减小而增大, 与黏聚力一样, 土壤摩擦角 φ 对 *k* 的影响也比较大。

4 结论

(1)通过有限元数值模拟计算,发现土壤受到水平载荷之后,在垂直方向的沉陷量会增大,即会产 生滑动沉陷,并且滑动沉陷量与土壤在水平方向的 剪切位移之间存在线性关系,这种线性关系可以用 一条斜率为 k 的直线近似来描述。

(2)土壤垂直方向承受的压力以及土壤的弹塑

性参数都对滑动沉陷量有影响。其中影响比较大的 因素是垂直方向的压力 b 和土壤的塑性参数(黏聚 力 c 和摩擦角 ϕ)。土壤的弹性参数(弹性模量 E 和 泊松比 v)对滑动沉陷量的影响比较小。

参考文献

- 1 杨士敏.工程机械地面力学与作业理论[M].北京:人民交通出版社,2010.
- 2 李建桥,黄晗,王颖,等.松软地面机器系统研究进展[J/OL].农业机械学报,2015,46(5):306-320. http://www.j-csam. org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20150544&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298. 2015.05.044.

LI Jianqiao, HUANG Han, WANG Ying, et al. Development on research of soft-terrain machine systems [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(5): 306 - 320. (in Chinese)

3 丁亮亮,肖杰,宗魏,等. 与沉陷相关联的星球车挂钩牵引力模型研究[J/OL]. 农业机械学报,2014,45(12):37-42. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20141206 &journal id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn. 1000-1298.2014.12.006.

DING Liangliang, XIAO Jie, ZONG Wei, et al. Drawbar pull model of planetary rover associated with subsidence [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(12): 37 - 42. (in Chinese)

4 LYASKO M. Slip sinkage effect in soil-vehicle mechanics [J]. Journal of Terramechanics, 2010, 47(1):21-31.

5 左艳蕊,宗志坚,刘忠途,等.基于多体接触碰撞的松软地面车轮沉陷仿真[J].农业机械学报,2009,40(10):33-38. ZUO Yanrui,ZONG Zhijian,LIU Zhongtu, et al. Numerical simulation of wheel sinkage on soft terrain based on multi-body contact problem[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2009,40(10):33-38. (in Chinese)

- 6 WONG J Y. Theory of ground vehicles [M]. Canada: John Wiley&Sons, Inc., 2001.
- 7 KARAFIATH L L, NOWATZKI E. A soil mechanics for off-road vehicle engineering [M]. German: Trans. Tech. Publications, 1978.
- 8 MA Zhengdong, PERKINS N C. A super element of track-wheel-terrain interaction for dynamic simulation of tracked vehicles [J]. Multi-body System Dynamics, 2006, 15(4):347 - 368.
- 9 BEKKER M G. Off-road locomotion: research and development in terramechanics [M]. Ann Arbor, Michigan: The University of Michigan Press, 1960.
- 10 REECE A R. Problems of soil-vehicle mechanics [M]. Warren, Mich: US Army L L L, ATAC, No 8479, 1964.
- 11 张克健.车辆地面力学[M].北京:国防工业出版社,2002.

12 吕唯唯.可变形地面与履带板动态耦合特性研究[D].北京:北京理工大学,2013. LÜ Weiwei. Research on dynamic coupling characteristics of deformable ground and track plate[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology,2013. (in Chinese)

- 13 JANOSI Z. Analytical determation of drawbar pull as a function of silp for tracked vehicle in deformable soils [C] // Proceedings of the 1st International Conference of ISTVS, 1961:707 - 726.
- 14 李建桥,邹猛,贾阳,等.月球车轮与月壤相互作用动力学模拟[J].农业机械学报,2008,39(4):1-4.
 LI Jianqiao,ZOU Meng,JIA Yang, et al. Research on the interaction between lunar rover wheel and lunar soil by simulation[J].
 Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2008,39(4):1-4. (in Chinese)
- 15 周兵,毕天乐,李栋升.基于软土路面的越野车辆平顺性研究[J].计算机仿真,2011,28(8):315-319.
 ZHOU Bing, BI Tianle, LI Dongsheng. Ride comfort research of off-road vehicle based on soft terrain[J]. Computer Simulation, 2011,28(8):315-319. (in Chinese)
- 16 WANG Weidong, ZHOU Lei, DU Zhijiang, et al. Track-terrain interaction analysis for tracked mobile robot [C] // IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2008:126-131.
- 17 BDKKER M G. Introduction to terrain-vehicle systems [M]. Michigan : The University of Michigan Press, 1969.
- 18 陈晓平. 土的本构关系 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2011.
- 19 费康. ABAQUS 在岩土工程中的应用[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2013.
- 20 杨聪彬. 高速履带与软地面附着特性与优化研究[D]. 北京:北京理工大学, 2015.
- YANG Congbin. Research on the adhesion property of high-speed track on soft ground and optimization of track shoe [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015. (in Chinese)