doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.10.053

水面矢量推进器仿生设计与试验

张仲志 吕建刚 宋 彬 高 飞 (军械工程学院车辆与电气工程系, 石家庄 050003)

摘要: 以蛇怪蜥蜴为仿生对象,基于蛇怪蜥蜴股骨旋转带动两脚踏水的高速运动行为,设计了水面仿生矢量推进器,增加了驱动力输出维数,实现了可控的托举力、推进力和转矩输出。结合 RNG *k* - *e* 湍流方程和 PISO 算法,构 建推进器的流体动力学模型,获得了叶片径向和轴向的最优设计形状,推导了驱动力与叶片长度和宽度的数学函数。最后,搭建矢量推进器试验系统,验证了数值计算模型的正确性;进行两栖车辆样机试验,矢量推进器驱动车体实现了 10.6°仰角状态的滑水航行,为水面装置减阻提速提供了一种新思路。

关键词:矢量推进器;仿生结构;力学性能;试验

中图分类号: U664.3; Q811.6 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2016)10-0405-08

Bionic Design and Experiment of Water-surface Vector Propeller

Zhang Zhongzhi Lü Jian' gang Song Bin Gao Fei

(Department of Vehicle and Electrical Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: To evade predators, basilisk lizards can run across water surface with rolling pelvic to drive foot movement. Based on the mechanism of high-speed air-water interface movement, bionic watersurface vector propeller was designed according to bionic object basilisk lizards. With providing lift, thrust and moment, dimension of driving force was increased. For controlling the output of driving force, the influence of structure parameters on mechanical property was analyzed. Combined with standard $k - \varepsilon$ turbulence function and PISO algorithm, fluid dynamics model of bionic propeller was established to calculate the mechanical properties of vector propeller with different parameters. By analyzing the changes of mechanical characteristic curve with time, it was found that three-dimensional driving forces presented periodical variation. And the frequencies of driving forces were four times as much as those of rotation velocity. From comparison of the three-dimensional mechanical properties, the optimal axis-shape and diameter-shape of blade were obtained. Meanwhile, the functions between driving force and length and width of blade were derived with data fitting. By analyzing the distribution of impeller pressure and water volume, solid - liquid mutual action of impeller rotating at water-surface was presented. Finally, the experiment system of vector propeller was set up and the computed force was consistent with experiment result in general, therefore it was validated that the numerical calculation model was correct. In hydroplaning state on the surface of water, the resistance of high speed boat can be reduced and the top speed can reach 80 km/h. For transforming navigation state, a new amphibious vehicle with a pair of vector propellers mounted in the rear part was presented. Hydroplaning state of amphibious vehicle with pitch angle of 10.6° was realized, and the design provided a new thought for reducing resistance and improving velocity for water-surface device.

Key words: vector propeller; bionic structure; mechanical property; experiment

基金项目: 国家部委项目(NHA15063)

通信作者: 吕建刚(1964—),男,教授,博士生导师,主要从事车辆机电液控制及自动化研究,E-mail: lvjiangangl@sina.com

收稿日期: 2016-02-02 修回日期: 2016-03-07

作者简介:张仲志(1989—),男,博士生,主要从事水面装置减阻提速研究,E-mail: shanshizhi@126.com

引言

水面是一个高柔性的面,可退让受到的任何作 用力^[1]。能够生活在水面的生物体中,质量小于1g 的依靠表面张力在水面运动,大多数质量大于1g 的则利用自身的浮力在水面做排水运动^[2-3]。在做 水面排水运动时,受到的兴波阻力与速度的6次方 呈正比,形成了"兴波阻力墙"^[4]。生物体速度一般 较慢,如鸭子、麝鼠和老鼠^[5-8],单纯提高推进力,速 度增加并不显著。

但是,在质量大于1g的动物中,蛇怪蜥蜴和北 美䴙䴘能够利用脚部冲击水面的反作用力,支撑身 体质量而在水面快速运动^[9]。这2种动物能够依靠 踩踏水面和向后划腿,获取托举力和推进力,分别支 撑质量和推动前进,同时产生一个转矩,维持身体平 衡,保持向前运动的姿态^[4,10-11]。

传统的水面装置推进方式为螺旋桨推进和喷水 推进,以一维的推进力输出为主^[12]。而蛇怪蜥蜴和 北美䴙䴘能够踏水获得托举力、推进力和平衡转矩, 驱动力输出维数更多,且在同质量等级的动物中,水 面运动速度更快^[13-16]。因此,本文基于蛇怪蜥蜴的 水面高速运动行为,设计水面仿生矢量推进器,提供 三维驱动力,提高水面装置的运动速度。为了对推 进器进行优化和控制,建立水面仿生矢量推进器的 流体动力学模型,针对核心部件——叶片,获取其径 向和轴向的最优设计形状,分析其长度、宽度与驱动 力输出的数学函数。搭建推进器试验系统,验证数 值计算模型的正确性,并进一步将推进器应用于两 栖车辆,试验分析三维驱动力对两栖车辆航态和航 速的影响。

1 水面仿生矢量推进器结构设计

蛇怪蜥蜴生活在南美洲的丛林之中,其大腿股 骨围绕骨盆转动,然后带动两后腿交替踩踏水面,能 够高速运动躲避敌害。蛇怪蜥蜴踩踏水面可分为下 踏、后划和回收3个阶段。一只87.7g蛇怪蜥蜴的 一个踩踏周期如图1所示,图1a为下踏阶段,脚掌 平行于水面,然后迅速向下踏水;图1b显示脚部向 下冲击水面后,脚掌旋转并向后划动;图1c为腿部 回收阶段,快速向上移出水面准备再开始下一次踩 踏。图2给出了运动过程中,蛇怪蜥蜴膝盖、脚踝和 脚掌的轨迹。

蛇怪蜥蜴脚掌踩踏水面,通过固液作用为身体 提供托举力、推进力和平衡转矩。一只1g的蛇怪 蜥蜴能够产生最大 225% 体重的托举力脉冲,一只 200g 的蛇怪蜥蜴能够产生最大 111% 体重的托举







Fig. 2 Joints movement tracks of basilisk lizard

力脉冲^[13]。GLASHEEN 等^[13] 通过试验,给出了蛇 怪蜥蜴下踏阶段脚掌托举力和推进力的表达式

$$D_{l}(t) = C_{\rm D}^{*} (0.5 S \rho_{w} u^{2} + S \rho_{w} g h(t)) \sin \chi \quad (1)$$

$$D_{\iota}(t) = C_{\rm D}^* \left(0.5 S \rho_{w} u^2 + S \rho_{w} g h(t) \right) \cos \chi \quad (2)$$

式中 *D_l*(*t*)、*D_l*(*t*) — 脚掌下划阶段 *t* 时刻的托 举力和推进力

u——脚掌速度 g——重力加速度

h(t)——脚掌与液面的水下距离

χ-----t 时刻驱动力与液面的夹角

模拟蛇怪蜥蜴的踏水高速运动机理,设计了水 面仿生矢量推进器,如图3所示。推进器由轮毂、轮 辐和叶片组成。轮毂与驱动轴固连,轮辐将动力传 递至叶片,叶片与液体相互作用提供托举力、推进力 和转矩,对应蛇怪蜥蜴脚掌与水面的固液作用。推 进器围绕轮轴进行旋转运动,模仿了蛇怪蜥蜴股骨 在骨盆处的转动,如图3所示,θ₁为推进器轮辐相对 水面的转角,θ₂为蛇怪蜥蜴盆骨处转角。



图 3 水面仿生矢量推进器结构图 Fig. 3 Schematic of bionic water-surface vector propeller

叶片上任意一点距离中心点的距离为r,该点 和中心点的连线与X轴之间夹角为 θ (顺时针为 正),推进器顺时针旋转,转速为w。当 $0^{\circ} < \theta < 45^{\circ}$ 时,该点竖直速度 $|v_{y}|$ 大于水平速度 $|v_{x}|$,即入水时 叶片以竖直向下运动为主; $45^{\circ} \le \theta < 135^{\circ}$ 时, $|v_{x}| \ge$ $|v_{y}|$,叶片以水平运动为主; $135^{\circ} \le \theta < 180^{\circ}$ 时, $|v_{x}| \le |v_{y}|$,出水时以竖直向上运动为主,与蛇怪蜥 蜴踏水各阶段的脚掌运动趋势相对应,如图 2 所示。

随年龄、外部坏境等的变化,蛇怪蜥蜴对踏水运 动进行着调整控制。一只 90 g 左右的蛇怪蜥蜴冲 击水 面 的 过 程 占 整 个 运 动 周 期 的 12.6% ~ 22.6%^[6],其他部分为后划和回收运动,在相对早期 的年龄阶段,蛇怪蜥蜴体重较小,拥有更强的后腿运 动控制能力。

三维驱动力的输出控制是矢量推进器应用于水 面装置的前提。因此,本文针对矢量推进器的核心 部件——叶片,获取其径向和轴向的最优设计形状, 分析其长度、宽度与驱动力输出的数学函数,并进一 步开展推进器的性能试验和应用试验分析。

2 数值计算模型

建立水面仿生矢量推进器的流体动力学模型, 针对叶片的轴向形状、径向形状、长度 a 和宽度 b 进 行数值计算,相关结构参数如图 4 所示。轴向形状 指沿 Z 轴方向的形状,即叶片宽度对应的形状;径 向形状指叶片长度对应的形状。叶片的轴向和径向 形状分别采用平板型、半圆型和三角型设计,如图 4 所示。





运动过程中,推进器周围流体为非定常湍流,计 算采用 RNG *k* - *e* 模型^[17-19]。相关连续方程、动量 方程、湍动能 *k* 和湍流耗散率 *e* 方程可表示为:

连续方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0$$
(3)
式中 ρ ——流体密度 t ——时间

$$x_{i}$$
——方向标量(*i*=1,2,3), x_{1}, x_{2}, x_{3} 分别对
应 *X*, *Y*, *Z* 方向
 u_{i} ——速度分量时均值(*i*=1,2,3), u_{1}, u_{2}, u_{3}
分别对应 *X*, *Y*, *Z* 方向
动量方程为
 $\frac{\partial}{\partial}(\rho u_{i}) + \frac{\partial}{\partial}(\rho u_{i} u_{i}) = -\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial}(\mu \frac{\partial u_{i}}{\partial t}) + S_{i}$

$$dt$$
 dx_{j} dx_{i} dx_{i} dx_{j} (4)
式中 x_{j} ——方向标量($j = 1, 2, 3$)
 u_{j} ——速度分量时均值($j = 1, 2, 3$)

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + \rho \varepsilon \quad (5)$$
$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} =$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_{\varepsilon} \mu_{\varepsilon j j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{C_{1\varepsilon}^*}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \, \frac{\varepsilon^2}{k} \tag{6}$$

式中 μ_{eff} ——等效粘度 G_k ——湍动能产生项 $\alpha_k \ \alpha_s \ C_{1s}^* \ C_{2s}$ ——模型系数

忽略轮辐、轮毂与液体的固液作用,建立推进器 的三维模型,流体计算域采用局部加密和定向比例 放大的方式划分网格,增强迭代收敛性,如图 5 所 示。流场上侧为空气,下侧为水,推进器轮轴位于水 平面。



图 5 推进器三维模型 Fig. 5 3D model of vector propeller

3 数值计算结果

叶片是推进器的核心部件,其形状、长度、宽度 等结构参数直接影响着推进器的力学性能。因此, 本文从叶片轴向形状、径向形状、长度和宽度4个方 面进行数值计算和数据拟合,获取结构参数对力学 性能的影响规律及相应的数学函数。基本参数:推 进器顺时针旋转,叶片与轮辐固定角 θ₂为 60°,轮辐 长度 *l* 为 0.16 m,叶片长度 *a* 为 0.15 m,叶片宽度 *b* 为 0.08 m,转速 *w* 为 60 r/min。



图 6 不同轴向叶片形状的推进器力学特性曲线



由图 6 可得:采用平板型、三角型和半圆型叶片的推进器驱动力变化周期相同。当 w = 60 r/min时,驱动力周期为 0.25 s,频率为 4 Hz,是转速的 4 倍。在 t = 0.25n + 0.08s(n = 0,1,2,3)时,叶片砰 击水面,托举力与转矩同时出现波峰,而此时推进力 为波谷,相位角相差 180°。托举力和转矩在峰值处 出现作用力脉冲,而推进力在峰值处平滑过渡。

以驱动力对时间的均值作为特征值,进行力学 性能对比分析,力学性能随叶片轴向形状的变化曲 线如图 7 所示。叶片轴向形状采用平板型驱动力最 大,托举力、推进力、转矩分别为 17.12 N、17.59 N、 7.49 N·m;采用半圆型驱动力最小,托举力、推进 力、转矩分别为 11.33 N、14.43 N、5.82 N·m,所以最 优叶片轴向形状为平板型。原因是三角型和半圆型 轴向形状的叶片存在前侧边缘,起到了导流缓冲作 用,因此驱动力数值较小,叶片表面压力分布如图 8 所示,叶片边缘压力较高,部分区域大于 3 000 Pa, 位于运动方向后侧的中心压力较低。



图 7 力学性能随叶片轴向形状的变化曲线







Fig. 8 Changes of pressure with axis-shape of blade

3.2 叶片径向形状

进行平板型、三角型和半圆型3种径向叶片形 状的推进器力学性能分析,驱动力随时间的变化曲 线如图9所示,力学性能的变化曲线如图10所示。

由图 10 可得:叶片径向形状采用平板型托举 力为 17.12 N,三角型为 5.35 N,半圆型为 -1.24 N,平板型最大,三角型较小,方向均竖直 向上,半圆型为负值,方向竖直向下,因此以上浮 为主时宜选用平板型,以下潜为主时宜选用半圆型;采用平板型推进力为17.59 N,三角型为15.72 N, 半圆型为15.49 N,因此以推进为主时宜选用平板型; 采用平板型转矩为7.49 N·m,三角型为7.44 N·m,半 圆型为7.69 N·m,因此当水面装置前侧抬起,获取 大攻角,以排水至滑水的航态转变为主时,宜选用半 圆型。

三角型和半圆型叶片将液体带出了水面,液体



示。三角型和半圆型叶片对固液相互作用有一定的 缓冲作用,因此三角型和半圆型的托举力与转矩峰 值时间滞后,如图9所示。





Fig. 9 Force characteristic curves of propeller with different diameter-shape blades



图 10 力学性能随叶片径向形状的变化曲线

Fig. 10 Changing curves of mechanical properties with diameter-shape of blade



图 11 不同径向形状叶片的推进器转动两相图

Fig. 11 Water volume color contours of propeller rotation with different diameter-shape blades

3.3 叶片长度及宽度

叶片长度 *a* 从 0.10 m 至 0.20 m 增加,相应的力 学性能数据点(*a_i*,*F_i*),*i*=0,1,…,10,如图 12 所示。

结合数据点,采用最小二乘法进行曲线拟合,由物理意义得曲线过原点。由目标函数min $I = \sum_{i=0}^{10} (F_i - f(a_i))^2$,得到:

托举力
$$F_l = 109.02a$$

推进力 $F_i = 4.681.35a^3 - 1.088.20a^2 + 172.55a$

转矩 $F_m = 2\,993.\,93a^3 - 618.\,50a^2 + 73.\,95a$

叶片长度从径向外侧增加,同转速下,径向外侧

转速相对内侧速度更快,固液作用更剧烈,叶片外侧 压力更大,所以推进力和转矩增长速度提高。而托 举力与叶片的砰击过程相关,与推进力和转矩的变 化趋势不同。浸入水中叶片固液作用强度如图 13 中 右下角位置的叶片压力所示,当 *a* = 0.1 m 时,叶片 径向外侧压力达到 2 500 Pa;当 *a* = 0.15 m 时,叶片 外侧压力小部分达到 3 000 Pa;当 *a* = 0.2 m 时,叶片 外侧压力大部分超过 3 000 Pa,外侧压力随长度的 增加而增加。

叶片宽度 *b* 从 0.03 m 至 0.10 m 增加,相应的 力学性能数据点(*b_i*,*F_i*),*i* = 0,1,…,8,如图 14 所





示。在叶片宽度 b = 0.03 m 时三维驱动力最小,托举 力为 6.58 N,推进力为 8.46 N,转矩为 3.15 N·m;在 b=0.1m时三维驱动力最大,托举力为22.38N,推进力为22.87N,转矩为9.76N・m。







结合数据点,采用最小二乘法进行曲线拟合,由 物 理 意 义 得 曲 线 过 原 点 。由 目 标 函 数 min $I = \sum_{i=0}^{8} (F_i - f(b_i))^2$,得到: 托举力 $F_i = 217.49b$ 推进力 $F_i = 228.74b$ 转矩 $F_m = 96.65b$ 三维驱动力与叶片宽度呈线性关系,原因为压

三维驱动刀与叶方见度呈线性关系,原因为压力梯度沿轴向宽度变化较小,梯度变化主要在径向上,如图13所示。

4 试验验证

4.1 推进器力学特性试验

为获得水面仿生矢量推进器的力学特性,验证 本文所用数值计算模型的正确性,搭建了推进器试 验系统。试验系统由推进器支架、水平导轨及传感 器模块、竖直导轨及传感器模块、矢量推进器、水槽 和采集设备6部分组成,如图15所示。

试验中所用推进器的主要结构参数如下:叶片 轴向及径向形状为平板型,叶片与轮辐固定角 θ_2 = 60°,轮辐长度l=0.16m,叶片长度a=0.15m,叶片 宽度b=0.055m。叶轮轴定位在水平面上,叶轮转 速w=60r/min,托举力和推进力试验数据与数值计 算数据对比如图 16所示。

在 w = 60 r/min 时,推进器托举力试验平均值



图 15 试验系统

Fig. 15 Test system

1. 推进器支架 2. 水平导轨 3. 矢量推进器 4. 水槽 5. 竖直
 导轨 6. 采集设备

为9.16 N,推进力试验平均值为15.18 N;托举力数 值计算平均值为11.32 N,推进力数值计算平均值 为12.99 N。试验曲线与数值计算曲线周期均为 0.25 s,频率为4 Hz,托举力与推进力的峰值相位相 差180°,与数值计算结果相同。托举力试验值较数 值计算值小19.08%,推进力试验值较数值计算值 大14.42%。试验数据与数值计算结果误差在合理 范围内,验证了数值计算模型的正确性。

试验数据与数值计算数据存在偏差的原因为: 数值计算仅考虑叶片与流体相互作用,忽略了轮毂 和轮辐的影响;数值计算中叶片模型为刚体,试验中 叶片为0.001 m 厚不锈钢板,固液作用过程中存在 柔性形变。

4.2 两栖车辆试验

测试推进器的力学特性,将推进器应用于两栖



numerical calculation

车辆。小长宽比、肥线型体的两栖车辆在水面排水航行,速度限制在15 km/h 以下。高速艇能够在水面滑水航行,减小了阻力,最高速度可达80 km/h^[20-22],改变车体航态是两栖车辆减阻提速的可行方案^[4,23]。 矢量推进器能够提供三维驱动力,有助于模仿高速 艇改变两栖车辆航态。新型两栖车辆由轮式车辆和 一对矢量推进器组成,推进器轮轴位于车体中后部, 如图 17 所示。



Fig. 17 Structure diagrams of amphibious vehicle

进行两栖车辆样机试验,实现了由排水至滑水的航态转变,如图 18a 所示。车体尺寸为 0.7 m×0.31 m×0.08 m,推进器轮轴到车尾距离为 0.135 m,推进器轮毂直径为 0.04 m,轮辐长度为 0.03 m,叶片长度为 0.06 m,宽度为 0.051 m。综合运用陀螺仪和加速度计获取车体的仰角,运用 NEO-6M 型 GPS模块获取车体的运动速度。车体保持直线行驶,试验数据如图 18b 和图 18c 所示。

由数据曲线可得:仰角 α 初始值为0°、速度 v 初 始值为0.02 m/s, 车体从2.59 s 开始加速,在3.9 s 时仰角提高至11°,速度提高至1.16 m/s,车体进入 滑水航态。3.9~6.38 s 车体滑水稳态航行,平均速 度为1.24 m/s,平均仰角为10.6°。在6.38 s 主动 去除动力,速度经过0.62 s 迅速下降至0.07 m/s,仰 角迅速减小并振荡,经过5个波谷后稳定在0°,车 体静止。综上,矢量推进器能够提供推进力,驱动两 栖车辆前进;能够提供转矩,实现两栖车辆航态由排 水向滑水转变。



图 18 两栖车辆滑水航态

Fig. 18 Hydroplaning state of amphibious vehicle

5 结论

(1)水面仿生矢量推进器能够提供托举力、推进力和转矩三维驱动力,获得了驱动力的力学特性, 其中频率是转速的4倍。

(2)构建推进器的流体动力学模型,获得了叶 片径向和轴向的最优设计形状,推导出了驱动力 与叶片长度和宽度的数学函数。通过压力和两相 分布,分析了物理参量影响固液作用过程的机理。

(3)通过矢量推进器试验,验证了数值计算模型的正确性。新型推进器改变了两栖车辆航态,实现了两栖车辆样机10.6°仰角和1.24 m/s速度下的车体滑水航行,为水面装置减阻提速提供了一种新思路。

参考文献

- 1 HSIEH S T, LAUDER G V. Running on water: three-dimensional force generation by basilisk lizards [J]. PNAS, 2004, 101(48):16784-16788.
- 2 KELLER J B. Surface tension force on a partly submerged body [J]. Physics of Fluid, 1998, 10(11):3009-3010.
- 3 HU D L, CHAN B, BUSH J W M. The hydrodynamics of water strider locomotion [J]. Nature, 2003, 424:663-666.
- 4 白向华,吕建刚,郭劭琰,等. 基于蛇怪蜥蜴踏水机理的仿生叶轮负载性能分析[J]. 华中科技大学学报,2015,43(2):76-80.
 BAI Xianghua, LÜ Jian'gang, GUO Shaoyan, et al. Performance analysis of bionic impeller under different loads based on mechanism of basilisk lizard treading water[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2015, 43(2):76-80. (in Chinese)
- 5 GLASHEEN J, MCMAHON T. A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard [J]. Nature, 1996, 38:340-342.
- 6 PRANGE H D, SCHMIDT N K. The metabolic cost of swimming in ducks[J]. Journal of Experimental Biology, 1970, 53(3):763-777.
- 7 FISH F E. Aerobic energetics of surface swimming in the muskrat Ondatra zibethicus [J]. Physiological Zoology, 1982,55(2):180-189.
- 8 FISH F E, BAUDINETTE R V. Energetics of locomotion by the Australian water rat (*Hydromys chrysogaster*): a comparison of swimming and running in a semi-aquatic mammal[J]. Journal of Experimental Biology, 1999, 202(4):353-363.
- 9 GLENNA T C, TYSON L H, ANDREW A B. Western and clark's grebes use novel strategies for running on water [J]. The Journal of Experimental Biology, 2015, 218(8):1235-1243.
- 10 HSIEH S T. Biomechanics of locomotion at the air-water interface [D]. Cambridge: Harvard University: 2005.
- 11 GLASHEEN J, MCMAHON T. Vertical water entry of disks at low Froude number [J]. Physics of Fluid, 1996, 8(8):2078 2083.
- 12 勒栓宝,沈洋,王东,等. 基于数值试验及实船试航的喷水推进器改型设计[J]. 船舶力学,2015,19(11):1312-1317. JIN Shuanbao, SHEN Yang, WANG Dong, et al. Remodel design of waterjet with CFD and its sea trial[J]. Journal of Ship Mechanics, 2015,19(11):1312-1317. (in Chinese)
- 13 GLASHEEN J, MCMAHON T. Size-dependence of water-running ability in basilisk lizard[J]. Journal of Experimental Biology, 1996, 99(12):2611-2618.
- 14 BUSH J W M, HU D L. Walking on water: biolocomotion at the interface [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2006, 38:339-369.
- 15 MARSHALL N J, DIEBEL C. 'Deep-sea spiders' that walk through the water [J]. Journal of Experimental Biology, 1995, 198(6):1371-1379.
- 16 HSIEH S T. Three-dimensional hindlimb kinematics of water running in the plumed basilisk lizard (*Basiliscus plumifrons*) [J]. Journal of Experimental Biology, 2003, 206(23):4363-4377.
- 17 郭涛,张立翔. 混流式水轮机尾水管近壁湍流特性和流场结构研究[J]. 农业机械学报,2014,45(9):112-118.
 GUO Tao, ZHANG Lixiang. Numerical study of swirling flow fields in francis turbine under small opening condition [J].
 Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014,45(9):112-118. (in Chinese)
- 18 YAKHOT V, ORSZAG S A. Renormalization group analysis of turbulence: basic theory [J]. Journal of Scientific Computing, 1986,1(1):3-11.
- 19 王福军. 流体机械旋转湍流计算模型研究进展[J]. 农业机械学报,2016,47(2):1-14.
 WANG Fujun. Research progress of computational model for rotating turbulent flow in fluid machinery[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016,47(2):1-14. (in Chinese)
- 20 符妃. 半滑行状态游艇艇型优化研究[D]. 广州:华南理工大学,2014. FU Fei. Research on the optimizing hull form of semi-planing yacht[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2014. (in Chinese)
- 21 NAGAI T, YOSHIDA Y. Estimation of resistance, trim and draft of planing craft[J]. Ship Technology Research, 1993, 40(3): 133-137.
- 22 CHENG X. Study of planning hydrodynamics using strips of transversely variable pressure [J]. Journal of Ship Research, 1994, 38(1):30-41.
- 23 李莉,王宪成,韩树,等.两栖装甲车辆兴波阻力的计算及流场分析[J]. 兵工学报,2010,31(8):1102-1105. LI Li, WANG Xiancheng, HAN Shu, et al. Calculation of wave-making resistance and analysis of flow field for amphibious armored vehicle[J]. Acta Armamentarii, 2010, 31(8):1102-1105. (in Chinese)