doi:10.6041/j. issn. 1000-1298. 2016. 10. 001

# 基于双切圆寻线模型的农机导航控制方法

张闻字<sup>1</sup> 丁幼春<sup>1,2</sup> 李兆东<sup>1</sup> 雷小龙<sup>1</sup> 周雅文<sup>1</sup> 廖庆喜<sup>1,2</sup> (1. 华中农业大学工学院, 武汉 430070; 2. 南方粮油作物协同创新中心, 长沙 410128)

摘要:针对油菜直播机组导航作业中田头换行、转弯等直线跟踪之间的衔接控制问题,设计了一种适用于2BFQ-6型油菜精量联合直播机导航的双切圆寻线模型控制方法。对初始偏差较大时拖拉机的寻线路径进行了定量分析,获得最优寻线路径的几何关系,依据该关系构建控制决策方法。所建决策方法根据拖拉机位姿状态选择相匹配的控制方程组,计算获得前轮转角以实现导航控制。进行了双切圆寻线模型参数仿真优化和性能与适应性仿真试验。使用该模型控制器进行拖拉机路面导航试验,结果表明:当行驶速度为0.7 m/s,拖拉机与目标直线初始横向偏差为7 m,初始航向偏角为90°时,控制器横向偏差响应的超调量不超过3%,上升时间小于14 s,调节时间不大于19 s,较纯追踪模型方法的超调量和调节时间更小;田间和路面试验结果表明:该模型控制方法对2BFQ-6型油菜精量联合直播机导航作业过程中的对行播种起始位姿调整和套行作业自动转弯操作具有指导价值。

关键词: 拖拉机; 导航; 双切圆寻线模型; 纯追踪模型; 仿真模型; 转弯控制

中图分类号: S225.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2016)10-0001-10

# Dual Circle Tangential Line-tracking Model Based Tractor Navigation Control Method

Zhang Wenyu<sup>1</sup> Ding Youchun<sup>1,2</sup> Li Zhaodong<sup>1</sup> Lei Xiaolong<sup>1</sup> Zhou Yawen<sup>1</sup> Liao Qingxi<sup>1,2</sup>
(1. College of Engineering, Huazhong Agricultural University, Wuhan 430070, China

2. Southern Regional Collaborative Innovation Center for Grain and Oil Crops in China, Changsha 410128, China)

Abstract: A dual circle tangential line-tracking control method was designed to solve the problem of linear tracking control when navigation system of 2BFQ – 6 type direct-seeding combined dual purpose planter for rapeseed working near the boarders of a field. Firstly, a geometric relation formula of optimal connecting linkage was found by quantitative analysis of the far targeted line searching path. Then the method of dual circle tangential line-tracking was constructed by the geometric relation formula, which created decision-making. According to the position and orientation of the tractor, the matching control equations were selected by decision-making, and its calculations were used for tractor navigation control. Hence, a navigation system simulation model was established, which was used to achieve the purpose of optimizing model parameters and verifying the model performance. Path experiments were carried out with the navigation system of tractor. Experiments result showed that the overshoot of lateral deflection error response was less than 3%, rising time and settling time of the response were smaller than 14 s and 19 s, respectively. When the speed of tractor was 0.7 m/s, the initial lateral deviation error of the tractor center between the target line was 7 m and the initial course deviation error was 90°. When it was compared with the method of conventional pure pursuit navigation model, the dual circle tangential line-tracking control method resulted in less values of overshoot and settling time. Based on the results of path

收稿日期: 2016-03-22 修回日期: 2016-04-21

基金项目: 国家油菜产业技术体系专项(CARS-13)、公益性行业(农业)科研专项经费项目(201503116-6)、"十二五"国家科技支撑计划项目(2013BAD08B02)和中央高校基本科研业务费项目(2014PY033)

作者简介:张闻宇(1985—),男,博士生,主要从事自动控制和油菜直播机导航研究,E-mail:zhangwy@webmail.hzau.edu.cn

通信作者:廖庆喜(1968—),男,教授,博士生导师,主要从事油菜机械化生产技术与装备研究,E-mail: liaoqx@ mail. hzau. edu. cn

tracking experiments and field experiments, the dual circle tangential method could be applied to operation of lane-changing and turning of 2BFQ-6 type direct-seeding combined dual purpose planter for rapeseed.

**Key words:** tractor; navigation; dual circle tangential line-tracking model; pure pursuit model; simulation model; turning control

# 引言

随着农业技术的发展,智能化精准农业成为发 展趋势,其中农业导航技术是重要组成部分[1-2]。 农机导航作业以直线导航为主,田头和非直线目标 导航起到关键衔接作用,其控制效果直接影响直线 跟踪起始阶段的跟踪误差和调整时间。李逃昌 等<sup>[3]</sup>、白晓平等<sup>[4]</sup>、BACKMAN等<sup>[5]</sup>、陈军等<sup>[6]</sup>和 KAYACAN 等[7]分别设计了速度无关的路径跟踪方 法、自校正模型控制方法、非线性模型预测路径跟踪 方法、最优控制方法和动力学轨迹识别方法对曲线 路径进行跟踪研究,曲线跟踪能够实现不同直线之 间的衔接。但是其依赖于规划的曲线路径欠缺灵活 性,且曲线跟踪对变化的短期目标进行跟踪容易出 现控制过度。NAGASAKA 等[8] 在田头采用固定转 弯半径根据航向偏角决策跟踪目标,该方法能够实 现田头转向,但与直线跟踪衔接部分存在较大超调 量。张智刚等[9]使用基于 Kalman 滤波和纯追踪模 型的导航控制器进行了直线追踪和地头转向操作, 在地头转向和直线跟踪的衔接处,尚需要一个平顺 的过渡方法。黄沛琛等[10]提出一种改进纯追踪模 型的农业机械地头转向控制方法,使用 BP 神经网 络实现动态调节前视距实现地头平滑转向,其中仅 对有限的拖拉机起始位姿样本进行训练,控制方法 适应性有限。

油菜精量联合直播机组实施良好的转向和换行控制能够保证油菜直播机组自动对行作业质量,降低重耕和漏耕现象的发生,同时提高播种作业效率。针对曲线跟踪和纯追踪模型跟踪等导航方法在田头转向和换行控制时存在灵活性和适应性有限等问题,本文将直线跟踪的衔接问题与初始偏差较大时拖拉机的导航寻线问题进行统一,依据运动学和几何学原理设计一种双切圆寻线模型控制方法。

# 1 拖拉机导航系统双切圆寻线模型设计

## 1.1 拖拉机运动学模型与纯追踪模型

运动学为双切圆寻线模型设计基础。依据车辆行驶特点,在忽略轮胎侧滑、车轴刚度和倾角等因素的情况下,拖拉机等四轮车辆可以简化为二轮车进行运动学分析。建立简化二轮车运动学模型<sup>[11-12]</sup>,

可得

$$\theta' = \frac{v \tan \alpha}{l} = \gamma v \tag{1}$$

式中 θ'——拖拉机航向偏角变化率

α----拖拉机前轮转角

v——拖拉机前进速度

l----拖拉机的轴距

γ-----拖拉机的转弯曲率

纯追踪模型是一种描述对固定前视距离跟踪轨迹的模型<sup>[13-16]</sup>。研究人员使用运动学和几何学原理建立了纯追踪模型,通过纯追踪模型和式(1)获得纯追踪模型期望前轮转角的控制公式

$$\alpha = \arctan \frac{2l(d\cos\theta - \sqrt{L_d^2 - d^2}\sin\theta)}{L_d^2}$$
 (2)

式中 d——拖拉机导航横向偏差

θ——拖拉机导航航向偏角

 $L_d$ ——纯追踪模型前视距离

使用式(2)可以实现拖拉机导航跟踪期望前轮转角的决策,通过实现该期望进行导航作业。由于模型基于前视距离  $L_a$ 构建,由式(2)可知当横向偏差 d大于前视距离  $L_a$ 时,方程根号部分将为复数。尽管可以加入绝对值符号强制使模型稳定,但超越临界条件( $L_a$  = d)目标轨迹将脱离控制处于游移状态。当被控对象与目标直线位姿偏差较大时纯追踪模型控制效果不佳。

## 1.2 双切圆寻线路径分析

拖拉机处于直线追踪时横向偏差和航向偏角都很小,因此寻线轨迹最终与目标直线相切。为避免反复调整尽量使用圆弧路径,同时拖拉机航向不能突变,各段导航路径两两相切。基于以上原则设计双切圆寻线路径。基本双切圆寻线路径分为3类:①由一段圆弧轨迹组成寻线路径。②由两段相切圆弧轨迹组成寻线路径。③由一段直线轨迹和与之相切的两段圆弧轨迹组成寻线路径。

第1类双切圆寻线路径的圆弧路径同时与拖拉机起始位姿和目标直线相切,几何关系如图1所示。图中A点为拖拉机当前位置点,A点箭头为当前航向,目标直线为X轴,方向为X轴正向,O,是圆弧的圆心,C点为最终寻线完成点。

第1类双切圆路径是第2类双切圆路径的极限

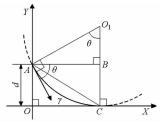


图 1 第 1 类双切圆寻线路径几何关系

Fig. 1 Geometry relation of the first species of dual circle tangential path

情况,在此直接对第 2 类双切圆路径进行分析。第 2 类双切圆路径中两段圆弧路径相切,最终与目标直线相切。根据寻线路径位于目标直线同侧或穿过目标直线于两侧分为图 2a、2b 两类。由于拖拉机初始位姿位于目标线左侧与右侧时路径对称,在此仅分析左侧寻线。若根据拖拉机状态和预定转弯半径可获得 2 组可行的双切圆路径时,只讨论顺拖拉机行驶方向第 1 组双切圆路径,该路径更短,此时 $\{\theta'' \in (-\pi/2,\pi/2)\}, \theta'' 为 O_1O_2 与 X 轴的夹角。$ 

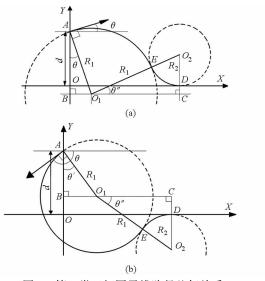


图 2 第 2 类双切圆寻线路径几何关系

Fig. 2 Geometry relations of the second species of dual circle tangential path

图 2 中 D 点为最终寻线切点。其中  $O_1$  对应圆 弧半径为  $R_1$  ,  $O_2$  对应圆弧半径为  $R_2$  , E 点为两圆相 切的点。为衡量寻线路径,定义指标  $L_{xs}$  为拖拉机寻线路径 X 轴方向距离 OD ,  $L_{xs}$  越短寻线路径越优。依据图 2a 与图 2b 所示几何关系为

$$L_{xsa} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (R_1 \cos\theta - d + R_2)^2} + R_1 \sin\theta$$

$$(R_1 > R_{min}, R_2 > R_{min}, d > 0)$$

$$(3)$$

$$L_{xsb} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (R_1 \cos\theta + d + R_2)^2} - R_1 \sin\theta$$

$$(R_1 > R_{min}, R_2 > R_{min}, d > 0)$$

(4)

式中  $L_{xsa}$ ——图 2a 中的 OD 距离  $L_{xsb}$ ——图 2b 中的 OD 距离  $R_{min}$ ——拖拉机最小转弯半径

设置假设 A: 当  $R_1$ 与  $R_2$ 值为最小值  $R_{min}$ 时,能够构成第 2 类双切圆寻线路径,路径满足式(3)、(4)中的约束条件。如无法构成即转为第 3 类双切圆路径,在假设 A 条件下寻线问题不失一般性。提出命题 1:满足假设 A,初始位姿一定的情况下, $R_1$ 、 $R_2$ 与  $L_{xx}$ 正相关。证明:

首先令  $L_{xsa}$ 为 u(x,y) , x 为  $R_1$  , y 为  $R_2$  , 对 u 求偏导数

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{x + y - (y - d + x\cos\theta)\cos\theta}{\sqrt{(x + y)^2 - (y - d + x\cos\theta)^2}} + \sin\theta\\ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x + d - x\cos\theta}{\sqrt{(x + y)^2 - (y - d + x\cos\theta)^2}} \end{cases}$$
(5)

由图 2a 几何关系可得

$$\begin{cases} \sqrt{(x+y)^2 - (y-d+x\cos\theta)^2} = L_{o_1c} \\ x+y = L_{o_1o_2} \\ y-d+x\cos\theta = L_{o_1o_2}\sin\theta'' \\ L_{o_1c} = L_{o_1o_2}\cos\theta'' \quad (\theta'' \in (-\pi/2,\pi/2)) \end{cases}$$
根据式(5)、(6)几何关系可推得

 $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{L_{O_1 O_2} - L_{O_1 O_2} \sin \theta'' \cos \theta + L_{O_1 C} \sin \theta}{L_{O_1 C}} = \cdots$ 

$$\frac{L_{o_{1}c}}{L_{o_{1}o_{2}} - L_{o_{1}o_{2}}(\sin\theta''\cos\theta - \cos\theta''\sin\theta)} = \cdots \\
\frac{L_{o_{1}c}}{L_{o_{1}c}} = \frac{L_{o_{1}o_{2}}(1 - \sin(\theta'' - \theta))}{L_{o_{1}c}} \ge 0 \tag{7}$$

由式(7)可知 $\frac{\partial u}{\partial x} \ge 0$ , u(x) 在定义域内单调递增。由式(5)、(6)可推得

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x(1 - \cos\theta) + d}{L_{o_1 c}} > 0 \tag{8}$$

由式(8)可知 u(y) 在定义域内递增。综上所述,初始位姿一定的情况下, $R_1$ 、 $R_2$ 与  $L_{xsa}$ 正相关。

根据式(2),同理可证得初始位姿一定的情况下, $R_1$ 、 $R_2$ 与  $L_{xsb}$  正相关。证得命题 1 为真,从该命题获得推论 1: $R_1$ 和  $R_2$ 值越接近  $R_{min}$ ,构成的第 2 类双切圆寻线路径越优。

当拖拉机离目标直线较远,使用较小转弯半径无法构成第2类双切圆路径时,采用第3类双切圆路径。第3类双切圆路径中两段圆弧路径间由一段直线路径连接,根据两圆心位于该线段同侧或异侧分为图 3a 和图 3b 两种。寻线目标为靠近目标直线,当 $\{\theta \in (\pi/2,3\pi/2)\}$ 时选择图 3b 类型路径。在此同

样仅分析目标线左侧情况。

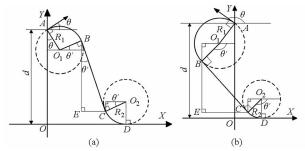


图 3 第 3 类双切圆寻线路径几何关系

Fig. 3 Geometry relations of the third species of dual circle tangential path

定义图 3 中拖拉机寻线路径长度  $L_s = L_{AB} + L_{CD} + L_{BC}$ 为优选指标,  $L_s$ 越短寻线路径越优。图中  $\theta'$ 为  $O_1B$ 与 X 轴的夹角。依据向目标直线逼近这一目标, 切点 B 与目标直线的距离应大于切点 C 到目标直线的距离。如图 A 3 与图 A 5 所示几何关系分别可得 A 5 A 6 A 7 A 7 A 8 A 9 A

的距离。如图 3a 与图 3b 所示几何关系分别可得 
$$L_{sa} = R_1(\pi/2 + \theta - \theta') + R_2(\pi/2 - \theta') + \frac{(d - R_1 \cos\theta - R_2 + (R_1 + R_2) \sin\theta')}{\cos\theta'}$$
 
$$(\theta \in [-\pi/2, \pi/2], \theta' \in (-\pi/2, \pi/2),$$
 
$$d - R_1 \cos\theta - R_2 + (R_1 + R_2) \sin\theta' > 0, d > 0,$$
 
$$\pi/2 + \theta - \theta' > 0, R_1 > R_{\min}, R_2 > R_{\min}) \qquad (9)$$
 
$$L_{sb} = R_1(-\pi/2 - \theta + \theta') + R_2(3\pi/2 - \theta') - \frac{(d + R_1 \cos\theta - R_2 + (R_1 - R_2) \sin\theta')}{\cos\theta'}$$
 
$$(\theta \in (\pi/2, 3\pi/2), \theta' \in (\pi/2, 3\pi/2),$$
 
$$d - R_2 + R_1 \cos\theta - (R_2 - R_1) \sin\theta' > 0, d > 0,$$
 
$$-\pi/2 - \theta + \theta' > 0, R_1 > R_{\min}, R_2 > R_{\min}) \qquad (10)$$
 式中 
$$L_{sa} \longrightarrow \mathbb{B}$$
 3a 中的寻线路径长度 
$$L_s$$

设置假设 B:行车路径构成如图 3 所示第 3 类双切圆路径,其中直线路径不会使拖拉机远离目标直线,路径满足式(9)、(10)中的约束条件。在该假设 B条件下寻线问题不失一般性。提出命题 2:满足假设 B,初始位姿一定的情况下,对于  $L_{sa}$  当  $\theta'$  的值大于 0 时与  $L_{sa}$  的值正相关, $\theta'$  的值小于 0 时与  $L_{sa}$  的值负相关,当  $\theta'$ 取得最优值 0 时, $R_1$ 、 $R_2$ 的值与  $L_{sa}$  的值正相关;对于  $L_{sb}$  当  $\theta'$ 的值大于  $\pi$  时与  $L_{sb}$  的值 正相关, $\theta'$ 的值小于  $\pi$  时与  $L_{sb}$  的值 看,当  $\theta'$ 取得最优值  $\pi$  时, $R_1$ 、 $R_2$ 0的值与  $L_{sb}$ 0的值正相关。证明:

 $L_{\rm sb}$ ——图 3b 中的寻线路径长度  $L_{\rm s}$ 

令  $L_{sa}$ 为 u(x,y,z), x 为  $R_1$ , y 为  $R_2$ , z 为  $\theta'$ 。 首先对 u 求 z 的偏导数

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\left[d - x\cos\theta - y + (x + y)\sin z\right]\sin z}{\cos^2 z} \quad (11)$$

在式(9)约束条件下可得

$$\begin{cases}
\frac{\partial u}{\partial z} \geqslant 0 & (z \in [0, \pi/2)) \\
\frac{\partial u}{\partial z} < 0 & (z \in (-\pi/2, 0))
\end{cases}$$
(12)

由式(12)可知u(z)是凹函数,z=0是u取得极小值的必要条件。z=0时, $\frac{\partial u}{\partial x}$ 与 $\frac{\partial u}{\partial y}$ 为

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{z=0} = \frac{\pi}{2} + \theta - \cos\theta$$
 (13)

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{z=0} = \frac{\pi}{2} - 1 > 0 \tag{14}$$

由式(14)可知当z=0时,u(y)在定义域内递增。

由式(13)可得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial \theta} \Big|_{z=0} = 1 + \sin \theta \geqslant 0 \quad (\theta \in [-\pi/2, \pi/2])$$
(15)

由式(15)可知式(11)在定义域内单调递增。 当  $\theta$  为最小值  $-\pi/2$  时, $\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{z=0,\theta=-\pi/2}=0$ 。在定义域内 $\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{z=0} \ge 0$ 。z=0 时,u(x)在定义域内单调递增。

综上所述:初始位姿一定的情况下, $\theta$ '的值大于 0 时与  $L_{sa}$ 的值正相关, $\theta$ '的值小于 0 时与  $L_{sa}$ 的值负相关。式(7)中  $\theta$ '最优值为 0,当 $\theta$ '= 0 时, $R_1$ 、 $R_2$ 的值与  $L_{sa}$ 的值正相关。

根据式(10),同理可证得初始位姿一定的情况下, $\theta$ '的值大于 $\pi$ 时与 $L_{sb}$ 的值正相关, $\theta$ '的值小于 $\pi$ 时与 $L_{sb}$ 的值负相关。式(10)中 $\theta$ '最优值为 $\pi$ ,当 $\theta$ '= $\pi$ 时, $R_1$ 、 $R_2$ 的值与 $L_{sb}$ 的值正相关。证得命题 2为真,从该命题获得推论 2:当 $R_1$ 、 $R_2$ 和 $\theta$ '的值分别越接近 $R_{min}$ 、 $R_{min}$ 和 $0(\pi)$ 时,构成的第 3 类双切圆寻线路径越优。

#### 1.3 双切圆寻线模型设计

双切圆寻线模型设计基于双切圆寻线路径几何关系。定义图 1 中 AC 长度为  $L_{\rm sac}$ ,根据图 1 中路径的几何关系可得

$$\begin{cases} L_{\text{sac}} = \sqrt{d^2 + d^2 \left(\frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta}\right)^2} \\ \gamma = \frac{2(d\cos\theta - \sqrt{L_{\text{sac}}^2 - d^2}\sin\theta)}{L_{\text{cor}}^2} \end{cases}$$
(16)

当拖拉机处于第 1 类双切圆寻线路径时,可以依据式(1)和式(16),获得前轮转角期望  $\alpha$  计算公式为

$$\alpha = \arctan \frac{l(d\cos\theta - d\cos^2\theta - \sqrt{d^2\sin^2\theta}\sin\theta)}{d^2}$$

(17)

依据推论 1 可知第 2 类双切圆寻线路径中的两段圆弧半径越趋近最小转弯半径越优。同时考虑导航系统可控性、滞后性等因素,在系统控制平稳的前提下圆弧半径尽量接近最小转弯半径。要完成上述目标,需要依据拖拉机位姿判断出其处于哪种寻线类型和阶段。判断拖拉机是否达到切换点,该切换点为图 2 中的 E 点。拖拉机未达到切换点前必须继续转弯靠近直线,到达切换点则反向转弯,以较小转弯半径进行最终切向寻线。该切换点由图 1 中 AB 的长度  $L_{sab}$ 判定(式(18))。

$$L_{\rm sab} = \frac{d {\rm sin} \theta}{1 - {\rm cos} \theta} < R_{\rm set} \quad \left( \theta < \frac{\pi}{2}, {\rm d} \theta < 0 \right) \quad (18)$$

式中  $R_{\text{set}}$ ——判定方程的阈值,该值接近拖拉机最小转弯半径

双切圆寻线路径最终都与目标直线相切,拖拉机最终寻线圆弧实际上转换为第1类双切圆寻线路径。所以当拖拉机状态满足式(18)时,认为拖拉机处于第1类双切圆寻线路径中,此时采用式(17)进行路径跟踪。

当拖拉机位姿未满足式(18)判断条件时,表明未处于最终切向上线阶段。处于第2类寻线路径的第1段圆弧轨迹时,转弯靠近目标值。拖拉机前轮轴距为 $1.6\,\mathrm{m}$ ,为使前视距离大于轴距[ $^{13}$ ],控制方程分为两部分,对式(2)中的 $L_\mathrm{d}$ 进行调整得

$$\alpha = \begin{cases} \arctan \frac{2l(d\cos\theta - 0.3|d|\sin\theta)}{1.1d} & (d > 1.6) \\ \arctan \frac{2l(d\cos\theta - \sqrt{2.56 - d^2}\sin\theta)}{2.56} & (d \le 1.6) \end{cases}$$
(19)

依据推论2可知,第3类双切圆寻线路径中直 线路径垂直于目标直线为最优。处于第3类双切圆 寻线状态的拖拉机首先进行航向跟踪,航向目标垂 直并指向目标直线控制方程为

$$\alpha = \arctan \frac{2\operatorname{sign}(d) l \cos \theta}{R_{sel}^2}$$
 (20)

同时依据式(18)判断是否满足切向上线条件,满足条件则切换到最终切向上线阶段。

双切圆寻线控制方法根据拖拉机处于不同寻线 阶段使用相应的控制方程。由于拖拉机所处的寻线 阶段直接由当前航向偏角和横向偏差决定,双切圆 寻线控制方法决策方法可以由双切圆寻线方法决策 图表示(图 4)。图中  $d_{thr}$ 为采用双切圆寻线控制方 法的横向偏差的门限条件; $\theta_{thr}$ 为采用双切圆寻线控制方 法的航向偏角的门限条件。其中目标直线方向 左侧横向偏差为正,航向偏角逆时针为正。

双切圆寻线控制方法决策图分为A~F6类区

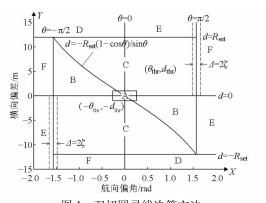


图 4 双切圆寻线决策方法

Fig. 4 Decision method of dual circle tangential line-tracking

域,各区域分别匹配控制方程:

区域 A 是顶点为  $(\theta_{thr}, d_{thr})$  和  $(-\theta_{thr}, -d_{thr})$  的矩形区域,该区域内跟踪处于稳态,使用纯追踪模型计算前轮转角。

区域 B 由 d=0、 $\theta=0$ 、 $\theta=\pi/2$ 、 $\theta=-\pi/2$  和式(16) 围成的 2 块闭合区域,去除与 A 区域重叠部分。该区域内跟踪处于最终与目标直线相切的圆弧路径,使用式(17)计算前轮转角。

区域 C 是顶点为( $\pi/2$ , $R_{set}$ )和( $-\pi/2$ , $-R_{set}$ )的矩形去除与 A 和 B 区域重叠部分的区域。该区域内跟踪处于第 2 类寻线轨迹的第 1 段圆弧路径中,使用式(19)计算前轮转角。

区域 D 有 2 个区域, 分别为 $\{d > R_{set}, \theta < \pi/2\}$ 和 $\{d < -R_{set}, \theta > -\pi/2\}$ 2 个非闭合区域。该区域内跟踪处于第 3 类寻线, 使用式(20) 计算前轮转角。

区域 E 有 3 个区域,分别为 $\{d<0,\,\theta<-\pi/2\}$ 、 $\{d>-R_{\rm set},\,d<0,\,\theta>\pi/2\}$ 和 $\{d>R_{\rm set},\,\theta>0,\,\theta<\pi/2\}$ 3 个非闭合区域。使用控制式  $\alpha=\alpha_{\rm max}$ 计算前轮转角, $\alpha_{\rm max}$ 是前轮顺时针可控极限转角。

区域 F 有 3 个区域, 分别为  $\{d>0, \theta>\pi/2\}$ 、  $\{d< R_{\text{set}}, d>0, \theta<-\pi/2\}$  和  $\{d< -R_{\text{set}}, \theta>-\pi/2\}$  和  $\{d< -R_{\text{set}}, \theta>-\pi/2\}$   $\theta<0\}$  3 个非闭合区域。使用控制式  $\alpha=\alpha_{\min}$  计算前 轮转角,  $\alpha_{\min}$  是前轮逆时针可控极限转角。

因为该控制方法在  $\theta = \pi/2$  和  $\theta = -\pi/2$  附近控制量变化较大,控制过程存在振荡现象。为增强该方法的稳定性,如图 4 所示,在 $\{d>0$ ,  $\theta < \pi/2 + \zeta$ ,  $\theta > \pi/2 - \zeta$ } 和 $\{d<0$ ,  $\theta < -\pi/2 + \zeta$ ,  $\theta > \pi/2 - \zeta$ } 区域设置死区宽度为  $2\zeta$ 。当拖拉机状态进入死区后控制变量前轮转角将维持初次计算值,直到驶离死区。由于死区附近计算所得前轮转角偏大,系统不会滞留死区。双切圆寻线模型由上述决策方法与控制方程组成。双切圆寻线模型结构如图 5 所示。



Fig. 5 Structure diagram of dual circle tangential model

## 双切圆寻线模型仿真分析

需要对双切圆寻线模型进行参数优化和性能验 证。由于实地试验存在时间和空间的局限性,首先 对双切圆寻线模型进行仿真分析。

## 2.1 仿真模型构建

仿真模型输入量为拖拉机与目标直线的横向偏 差和航向偏角,其输入双切圆寻线模型计算出前轮 角,前轮转角输入拖拉机运动学模型计算获得航向 变化率。依据航向变化率和拖拉机动态微分方程式

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \end{cases} \tag{21}$$

计算获得行驶航向和横向位置[16]。然后将计算结 果再输入模型进行递推。为使仿真模型更接近实际 情况,该仿真模型引入了控制延时和白噪声。因为 拖拉机前轮转角无法突变且有极限,依据前期试验 可知最高前轮转角变化率为  $10(°)/s^{[17]}$ 。该仿真 模型对双切圆寻线模型计算结果进行了限制,前轮 转角变化超出变化率限制时以 10(°)/s 的变化率逐 步接近。仿真模型结构如图 6 所示。该递推仿真模 型使用 VC 6.0 编写完成。

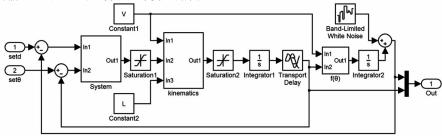


图 6 仿真模型结构图

Fig. 6 Structure diagram of simulation model

图 6 中 setd 为初始横向偏差, m; set $\theta$  为初始航 向偏角,(°);System 为双切圆寻线模型;Saturation1 为变化率限制环节; kinematics 为拖拉机运动学模型 (式(1)); Constant1 为速度常数; Constant2 为拖拉 机的轴距常数:Saturation2 为限幅环节:Integrator1、 Integrator2 为积分环节; Transport Delay 为延时环节;  $f(\theta)$  为横向速度计算方程(式(21)); Band-Limited White Noise 为白噪声源;Out 为拖拉机位姿。

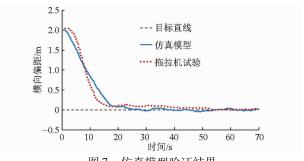
## 2.2 仿真模型验证

将东方红 LX-854 型拖拉机导航试验结果与 仿真模型计算结果进行对比。拖拉机试验使用双切 圆寻线模型控制方法进行导航控制。验证步骤为:

- (1) 当拖拉机以 0.6 m/s 的速度进行直线跟踪 时,切换目标直线为距当前直线 2 m 的平行直线。 控制器随即使拖拉机对新目标直线进行跟踪,此时 初始航向偏角小于0.3°,初始横向偏差为2m,使用 司南 M300 RTK - GNSS 型定位系统记录拖拉机寻 线过程位姿状态,采样频率为2Hz。
- (2)将初始航向偏角 0°、初始横向偏差 2 m 和 速度 0.6 m/s 输入仿真模型计算获得仿真结果。
- (3)将仿真寻线过程横向偏差数据与拖拉机试 验数据进行对比分析,结果如图7所示。

结果表明:仿真试验与拖拉机试验结果调整时间 分别为 18 s 和 20 s;上升时间分别为 12 s 和 9 s;稳态

均收敛于目标直线,平均稳态误差之间差异小于 0.04 m。表明仿真试验与拖拉机试验跟踪过程相 近,仿真模型满足仿真要求。



仿真模型验证结果

Fig. 7 Verifying test result of simulation model

#### 2.3 双切圆寻线模型门限值仿真优化

门限值  $d_{thr}$ 、 $\theta_{thr}$ 是纯追踪模型方法和双切圆寻 线方法相互切换的判定条件。合适的门限值能够提 高模型的稳定性和品质,反之将会影响控制性能。 为优化门限值设计了仿真优化试验,研究不同门限 值情况下模型跟踪性能的变化。优化试验步骤:

- (1)初始航向偏角设为0°、初始横向偏差设为 4 m和速度设为 0.65 m/s。门限值  $d_{thr}$ 分别设置为 0.05、0.15、0.50、1.00、2.00 m; 门限值  $\theta_{thr}$ 分别设置 为5°、10°、15°、20°和25°。
- (2)针对上述设定值,使用仿真模型进行试验。 分别记录各仿真试验的跟踪过程,获得横向偏差数

据的超调量  $\sigma$ 、上升时间 t.和调节时间 t.。

(3)为获得3个性能指标的综合优化结果,采 用加权求和方法<sup>[19]</sup>进行寻优,即

$$\begin{cases} F(x,y) = \sum_{i=1}^{3} \omega_{i} f_{i}(x,y) \\ \text{subject to } f_{i}(x,y) \geq 0 \\ x = 0.05, 0.15, 0.50, 1.00, 2.00 \\ y = 5, 10, 15, 20, 25 \end{cases}$$
式中  $F(x,y)$ ——加权决策值
$$f_{i}(x,y)$$
——对应不同门限下  $\sigma \setminus t_{r}$ 和  $t_{s}$ 的值
$$\omega_{i}$$
—— $\sigma \setminus t_{r}$ 和  $t_{s}$ 的权重
$$(4) 依据指标重要性,  $\omega_{i}$ 的值设为  $0.3 \setminus 0.3$  和$$

表 1 门限仿真加权优化结果 F(x,y)

0.4。计算相应决策值,结果如表1所示。

Tab. 1 Optimization weighted results of threshold F(x,y)

航向偏角门	横向偏差门限 d <sub>thr</sub> /m								
限 θ <sub>thr</sub> /(°)	0. 05	0. 15	0.50	1.00	2. 00				
5	6. 61	8. 02	6. 53	5. 43	5. 39				
10	5. 27	5.46	8.00	5. 38	5.40				
15	7. 18	5. 33	9.80	9. 92	10. 45				
20	8. 03	5. 63	12. 36	13.42	31. 36				
25	6. 54	8. 88	12. 58	14. 94	15.01				

依据优化结果分布,将加权决策值小于6定为较优结果。由表1可知其中 $\theta_{thr}=10^{\circ}$ 行和 $d_{thr}=0.15$  m列下产生最多的较优结果,分别是4组和3组,高于其他门限值。根据最大概率获得较优结果原则,将 $d_{thr}=0.15$  m、 $\theta_{thr}=10^{\circ}$ 定为优化结果。使用优化结果进行拖拉机试验最终将门限参数调整为 $d_{thr}=0.17$  m、 $\theta_{thr}=10^{\circ}$ 。

#### 2.4 双切圆寻线模型性能对比仿真试验

为验证双切圆寻线模型的控制性能,对双切圆寻线模型与纯追踪模型仿真试验结果进行对比。初始航向偏角设为 0°,速度设为 0.65 m/s,初始横向偏差设置 5 个水平分别是 2、4、6、8、10 m。分别使用双切圆寻线模型与纯追踪模型进行仿真试验。每种水平和模型各进行 3 次仿真试验,计算 3 次试验横向偏差响应超调量 σ、上升时间 t<sub>r</sub>和调节时间 t<sub>s</sub>的平均值。由于处于稳态时两种模型都使用纯追踪模型,在此不讨论稳态误差。仿真试验结果如表 2 所示。5 个水平下双切圆寻线模型较纯追踪模型试验结果平均 σ 分别减少 0.1%、5.9%、8.9%、7.0% 和7.2%;平均 t<sub>r</sub>分别减少 6.1 s、6.3 s、5.8 s、1.8 s 和8.5 s;平均 t<sub>s</sub>分别减少 7.1 s、10.6 s、14.6 s、9.4 s 和13.5 s。双切圆寻线模型各项指标均优于单纯使用纯追踪模型。

表 2 对比仿真试验结果

Tab. 2 Comparative experimental results of simulation

	•	•		
水平	模型	平均超调量	平均上升	平均调节
水平	侠望	$\sigma/\%$	时间 $t_{\rm r}/{\rm s}$	时间 $t_{\rm s}/{ m s}$
	双切圆	4. 0	9. 0	14. 8
1	纯追踪	4. 1	15. 1	21.9
2	双切圆	1.8	9.8	16. 9
2	纯追踪	7. 7	16. 1	27. 5
2	双切圆	2. 1	11.8	18. 9
3	纯追踪	11.0	17. 6	33. 5
4	双切圆	3. 0	19. 2	25. 4
4	纯追踪	10.0	21.0	34. 8
-	双切圆	1. 3	16. 4	24. 0
5	纯追踪	8. 5	24. 9	37. 5
				·

### 2.5 双切圆寻线模型适应性能仿真试验

为验证所设计双切圆寻线模型对不同初始位姿的寻线跟踪控制的适应性,进行适应性仿真试验。初始航向偏角设置8个水平分别为-135°、-90°、-45°、0°、45°、90°、135°和180°;初始横向偏差设置5个水平分别为0、6、12、18、24 m。使用双切圆寻线模型进行全水平仿真试验,速度设为0.6 m/s。依据3种寻线类型和图1~3中图示,图1、图2a、图2b、图3a和图3b中寻线类型分别记为1、2a、2b、3a和3b,将寻线路径细分为这5类。适应性仿真试验各组试验寻线过程对应的类型结果如表3所示,控制模型在各水平下均收敛,按照预定类型寻线,寻线轨迹平滑。

表 3 适应性仿真试验寻线类型

Tab. 3 Adaptability experimental results of simulation

初始横向		初始航向偏角/(°)									
偏差/m	- 135	-90	-45	0	45	90	135	180			
0	2b	2a	2a	N/A	2a	2a	2b	2b			
6	$^{2b}$	$^{2b}$	1	2a	2a	2a	$^{2b}$	$^{2b}$			
12	$^{2b}$	$^{2b}$	2a	2a	2a	3a	$^{2b}$	$^{2b}$			
18	3b	3b	2a	2a	3a	3a	$^{2b}$	$^{2b}$			
24	3b	3b	3a	3a	3a	3a	3b	3b			

## 3 双切圆寻线模型控制器拖拉机试验

#### 3.1 拖拉机导航系统

导航系统的导航对象是油菜精量联合直播机配套动力东方红-LX854型拖拉机。导航系统包括执行硬件和控制软件。

执行硬件有:控制终端 TPC6000 - 6100T 型工 控机,装载 Windows XP 系统,用于运行控制软件和设备通信;NI - USB - 6216 型多功能数据卡,用于采集电压信号和输出 TTL 信号;司南 M300 RTK - GNSS 系统,用于获得拖拉机实时定位信息,定位信

息获取频率为2 Hz,水平定位精度  $\pm (10 + 10^{-6}D) \text{ mm}$ , D 为基站到移动站的距离; DWQT - BZ - V - 60 - G 型角度传感器,用于测量前轮转角; 转向执行机构,由并联电控全液压转向阀及油路<sup>[17]</sup>组成,用于执行转向信号使拖拉机前轮转向。

控制软件为所设计的双切圆寻线模型控制器,使用 VC 6.0 编写。控制器由卡尔曼滤波器 (Kalman filter) [20]、双切圆寻线模型、粒度支持向量机 (Granular support vector regression, GSVR) 逆向模型 [21] 和转向变论域模糊控制器 [17] 构成,卡尔曼滤波器对原始信号进行卡尔曼滤波和插值处理后获得横向偏差 d 和航向偏角  $\theta$ ,当位姿偏差超过所设门限  $d_{thr}$  和  $\theta_{thr}$  时,使用双切圆寻线方法控制拖拉机跟踪直线。当位姿偏差回归门限之内,使用纯追踪模型控制拖拉机跟踪直线。通过控制模型计算获得期望前轮转角  $\alpha$ 。  $\alpha$  经过 GSVR 逆向模型校正后得到校正值  $\alpha'$ ,  $\alpha'$  输入转向变论域模糊控制器控制拖拉机转向执行机构。拖拉机导航系统结构如图 8 所示。

## 3.2 路面寻线试验

为测试双切圆寻线模型路面寻线控制性能,路面寻线试验于华中农业大学标准水泥路面进行,寻线目标路径通过 GPS 采点计算获得。依据上文双切圆寻线模型控制器中  $R_{\text{set}}$ 、 $\theta_{\text{thr}}$ 和  $d_{\text{thr}}$ 参数分别设为 10 m、 $10^{\circ}$ 和 0.17 m。对 2 种常见的操作情况进行路

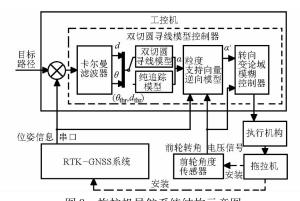


图 8 拖拉机导航系统结构示意图 Fig. 8 Structure diagram of navigation system for tractor

面试验。①换道作业:直线跟踪时切换至另一条平

行目标直线的操作。②转弯作业:直线跟踪时切换 至另一条垂直目标直线的操作。

换道作业路面试验,拖拉机行驶速度设 0.6 m/s。分别采用双切圆寻线模型和纯追踪模型控制拖拉机进行寻线作业,仅替换控制模型部分其他保持不变。设置寻线拖拉机与目标直线初始横向偏差为 2 m,初始航向偏角为  $0^{\circ}$ 。各模型进行 3 次寻线跟踪,RTK – GNSS 系统定位信息采样频率为 2 Hz,获得横向偏差响应的  $\sigma$ 、 $t_r$ 和  $t_s$ ,试验结果如表 4 所示。双切圆寻线模型试验结果相对纯追踪模型平均  $\sigma$ 、 $t_r$ 和  $t_s$ 分别减少 1.11%、5.3 s 和 2.7 s。换行试验 1 号组跟踪轨迹如图 9a 所示。由试验结果可知换道作业中双切圆寻线模型相对纯追踪模型收敛速度更快。

表 4 换道作业路面试验结果

Tab. 4 Comparative path experimental results of lane-changing

	双切圆寻线模型							纯追踪	<b>於模型</b>			
试验	初始横向	初始航向	平均	+π \m =.	上升	调节	初始横向	初始航向	平均	+77 YEI 目.	上升	调节
序号	偏差/	偏角/	速度/	超调量	时间	时间	偏差/	偏角/	速度/	超调量	时间	时间
	m	(°)	$(m \cdot s^{-1})$	$\sigma$ /%	$t_{\rm r}/{\rm s}$	$t_{\rm s}/{\rm s}$	m	(°)	$(m \cdot s^{-1})$	$\sigma/\%$	$t_{\rm r}/{\rm s}$	$t_{\rm s}/{\rm s}$
1	2. 054	-3.54	0. 554	4. 23	8. 5	25. 0	2. 013	-2.12	0. 558	3. 56	15.0	36. 5
2	1. 977	-2.44	0. 538	0.63	9. 5	31.0	2.026	-1.52	0. 557	2. 54	15.0	35. 0
3	2. 052	-0.66	0. 558	1.84	9. 0	36. 5	1. 977	-2.97	0.615	3.91	13.0	29. 0
平均	2. 028	- 2. 21	0. 550	2. 23	9. 0	30. 8	2. 005	-2. 20	0. 577	3. 34	14. 3	33. 5

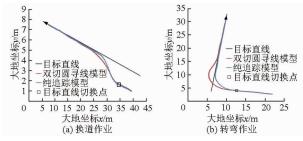


图 9 拖拉机导航路面试验轨迹

Fig. 9 Navigation experimental trails of tractor

转弯作业路面试验,拖拉机行驶速度设 0.7 m/s。 当拖拉机与垂直路径距离为 7 m 时切换跟踪目标, 设置寻线拖拉机与目标直线初始横向偏差为 7 m, 初始航向偏角为90°。分别采用双切圆寻线模型和纯追踪模型控制拖拉机进行转弯作业,各模型进行3次寻线跟踪,获得跟踪响应横向偏差 $\sigma$ 、 $t_r$ 和 $t_s$ 。试验结果如表5所示。双切圆寻线模型试验结果相对纯追踪模型平均 $\sigma$ 和 $t_s$ 分别减少20.0%和10.5s, $t_r$ 基本相同。转弯试验1号组跟踪轨迹如图9b所示。由试验结果可知,转弯作业中双切圆寻线模型相对纯追踪模型能够更有效的控制超调量同时收敛速度更快。

### 3.3 田间试验

为测试双切圆寻线模型控制器田间导航性能,

表 5 车	专弯作业路面试验结果
-------	------------

Tab 5	Comparative	nath	experimental	results o	f turning
rab. 5	Comparative	paui	experimentar	resuits o	ո արաո

	双切圆寻线模型								纯追踪	<b>F模型</b>		
试验	初始横向	初始航向	平均	±π 'm =.	上升	调节	初始横向	初始航向	平均	±π ≒π 目.	上升	调节
序号	偏差/	偏角/	速度/	超调量	时间	时间	偏差/	偏角/	速度/	超调量	时间	时间
	m	(°)	$(m \cdot s^{-1})$	$\sigma$ /%	$t_{\rm r}/{\rm s}$	$t_{\rm s}/{\rm s}$	m	(°)	$(m \cdot s^{-1})$	$\sigma/\%$	$t_{\rm r}/{\rm s}$	$t_{\rm s}/{\rm s}$
1	6. 584	86. 16	0.650	0. 91	10. 0	13. 0	6. 389	90. 48	0. 647	23. 63	10. 5	25
2	6. 502	89. 54	0.647	2. 83	13. 5	18.0	6. 383	88. 84	0.690	24. 92	10.0	26. 0
3	6. 588	90. 02	0. 696	1.36	9. 5	11.5	6. 584	90. 17	0. 671	16. 56	11.5	23. 0
平均	6. 558	88. 57	0.664	1.70	11.0	14. 2	6. 452	89. 83	0. 669	21.70	10. 7	24. 7

于2015年10月3日在华中农业大学现代农业科技试验基地使用导航系统进行了油菜播种导航试验(图10)。以2BFQ-6型油菜精量联合直播机为播种平台,配套动力为东方红LX-854型拖拉机。寻线控制方法应用于播种作业中对行直线跟踪的初始位婆调整,为验证控制器田间寻线能力,设计田间寻线试验。田块长度50m,拖拉机行驶速度设为0.7m/s,初始横向偏差设为2m,初始航向偏角设为0°,依据采集的定位数据计算获得横向偏差的 $\sigma$ 、t、和t。,田间试验结果如表6所示。试验结果表明双切圆寻线模型控制器适用于对行播种起始位姿调整。田间导航可控性低于路面导航,导致超调量、上升时间和调节时间均高于路面试验。





图 10 导航系统油菜播种及苗情长势图 Fig. 10 Photos of seeding by navigating system and rapeseed growing

## 4 结论

(1)依据油菜精量联合直播机组作业要求,设

### 表 6 田间寻线试验结果

Tab. 6 Experimental results of field line-tracking

试验	初始横	初始航	平均	超调	上升	调节
	向偏	向偏角/	速度/	量	时间	时间
<b>卢</b> 罗	差/m	(°)	$(m \cdot s^{-1})$	$\sigma/\%$	$t_{\rm r}/{\rm s}$	$t_{\rm s}/{\rm s}$
1	2. 154	-0.03	0. 822	10. 02	13. 0	37. 0
2	2.009	0.41	0.781	8.88	16. 5	35.0
3	2.050	1.41	0.703	12. 30	18. 5	34. 5
平均	2. 071	0.60	0. 769	10.40	16. 0	35. 5

计了一种适用于 2BFQ - 6 型油菜精量联合直播机直线跟踪衔接控制的双切圆寻线模型控制方法。构建了双切圆寻线方法决策图,并依据运动学和几何学原理建立了匹配的控制方程。

- (2)建立拖拉机导航系统仿真模型,使用加权 求和法仿真优化模型门限参数。同时进行了性能和 适应性仿真试验,控制模型各水平仿真结果均收敛, 按照预定类型寻线,寻线轨迹平滑。
- (3)双切圆寻线模型控制方法路面试验结果表明:跟踪速度为 0.7 m/s,初始横向偏差为 7 m,初始航向偏角为 90°时,横向偏差响应超调量 σ 不超过 3%,上升时间 t<sub>r</sub>小于 14 s,调节时间 t<sub>s</sub>不大于19 s。与纯追踪模型控制器相比双切圆模型控制器能更有效地控制超调量且收敛速度更快。路面试验和田间试验结果表明,双切圆寻线模型控制器适用于对行播种起始位姿调整和套行作业自动转弯操作。

#### 参考文献

- 1 胡静涛,高雷,白晓平,等. 农业机械自动导航技术研究进展[J]. 农业工程学报,2015,31(10):1-10. HU Jingtao, GAO Lei, BAI Xiaoping, et al. Review of research on automatic guidance of agricultural vehicles[J]. Transactions of the CSAE,2015,31(10):1-10. (in Chinese)
- 2 姬长英,周俊. 农业机械导航技术发展分析[J]. 农业机械学报,2014,45(9):44-54.
  JI Changying, ZHOU Jun. Current situation of navigation technologies for agricultural machinery[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9):44-54. (in Chinese)
- 3 李逃昌,胡静涛,高雷,等.一种与行驶速度无关的农机路径跟踪方法[J]. 农业机械学报,2014,45(2):59-65. LI Taochang, HU Jingtao, GAO Lei, et al. Agricultural machine path tracking method irrelevant to travel speeds[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014,45(2):59-65. (in Chinese)
- 4 白晓平,胡静涛,高雷,等. 农机导航自校正模型控制方法研究[J]. 农业机械学报,2015,46(2):1-7. BAI Xiaoping, HU Jingtao, GAO Lei, et al. Navigation system of agricultural vehicle based on fuzzy logic controller with the

- improved particle swarm optimization algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(2): 1-7. (in Chinese)
- 5 BACKMAN J, OKSANEN T. A navigation system for agricultural machines: nonlinear model predictive path tracking [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2012, 82;32 43.
- 5 陈军,鸟巢谅,朱忠祥,等. 拖拉机沿曲线路径的跟踪控制[J]. 农业机械学报,2005,36(7):104-107. CHEN Jun, TORISU Ryo,ZHU Zhongxiang, et al. Study on automatic guidance for tractor on grassland[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005,36(7):104-107. (in Chinese)
- 7 KAYACAN Erkan, KAYACAN Erdal, RAMON Herman, et al. Towards agrobots: identification of the yaw dynamics and trajectory tracking of an autonomous tractor[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2015, 115:78 87.
- 8 NAGASAKA Yoshisada, SAITO Hidefumi, TAMAKI Katsuhiko, et al. An autonomous rice transplanter guided by global positioning system and inertial measurement unit [J]. Journal of Field Robotics, 2009, 26(6-7):537-548.
- 9 张智刚,罗锡文,赵祚喜,等. 基于 Kalman 滤波和纯追踪模型的农业机械导航控制[J]. 农业机械学报, 2009, 40(增刊): 6-12.
  - ZHANG Zhigang, LUO Xiwen, ZHAO Zouxi, et al. Trajectory tracking control method based on Kalman filter and pure pursuit model for agricultural vehicle [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40 (Supp.): 6 12. (in Chinese)
- 10 黄沛琛,罗锡文,张智刚. 改进纯追踪模型的农业机械地头转向控制方法[J]. 计算机工程与应用,2010,46(21): 216-219. HUANG Peichen, LUO Xiwen, ZHANG Zhigang. Control method of headland turning based on improved pure pursuit mode for agricultural machine[J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(21): 216-219. (in Chinese)
- 11 KELLY A J. A feedforward control approach to local navigation problem for autonomous vehicles, CMU RI TR 94 1 [R]. CMU Ro-botics Institute Technical Report, 1994.
- 12 罗锡文,张智刚,赵祚喜,等. 东方红 X-804 拖拉机的 DGPS 自动导航控制系统[J]. 农业工程学报, 2009,25(11): 139-145. LUO Xiwen,ZHANG Zhigang,ZHAO Zuoxi, et al. Design of DGPS navigation control system for Dongfanghong X-804 tractor [J]. Transactions of the CSAE,2009,25(11):139-145. (in Chinese)
- 13 ANIBAL O, GUILLERMO H. Stability analysis of mobile robot path tracking [C] // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1995:461 466.
- 14 HAN Xiongzhe, HAK Jinkim, JOON Yongkim, et al. Path-tracking simulation and field tests for an auto-guidance tillage tractor for a paddy field [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2015, 112:161 171.
- 15 李逃昌,胡静涛,高雷,等. 基于模糊自适应纯追踪模型的农业机械路径跟踪方法[J]. 农业机械学报, 2013, 44(1): 205-210.
  - LI Taochang, HU Jingtao, GAO Lei, et al. Agricultural machine path tracking method based on fuzzy adaptive pure pursuit model [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(1):205-210. (in Chinese)
- 16 LI Xiaohui, SUN Zhenping, CAO Dongpu, et al. Development of a new integrated local trajectory planning and tracking control framework for autonomous ground vehicles [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016; doi:10.1016/j. ymssp. 2015. 10.021.
- 17 张闻宇,丁幼春,廖庆喜,等. 拖拉机液压转向变论域模糊控制器设计与试验[J]. 农业机械学报,2015,46(3):43-50. ZHANG Wenyu, DING Youchun, LIAO Qingxi, et al. Variable universe fuzzy controller for tractor hydraulic steering [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015,46(3):43-50. (in Chinese)
- 18 徐秉堃. 解多目标优化问题的改进加权求和算法[D]. 西安:西安电子科技大学,2010. XU Bingkun. An improved weighted sum algorithm for multi-objective optimization problems[D]. Xi'an: Xidian University, 2010. (in Chinese)
- 19 张京,陈度,王书茂,等. 农机 INS/GNSS 组合导航系统航向信息融合方法[J]. 农业机械学报,2015,46(增刊):1-7. ZHANG Jing, CHEN Du, WANG Shumao, et al. Research of INS/GNSS heading information fusion method for agricultural machinery automatic navigation system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015,46(Supp.): 1-7. (in Chinese)
- 20 张闻宇,丁幼春,廖庆喜,等. 基于 SVR 逆向模型的拖拉机导航纯追踪控制方法[J]. 农业机械学报,2016,47(1):29 36. ZHANG Wenyu, DING Youchun, LIAO Qingxi, et al. Pure pursuit control method based on SVR inverse-model for tractor navigation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016,47(1):29 36. (in Chinese)