

空间4-UPS/RPS并联机构动态静力分析

陈修龙¹ 王涛¹ 梁小夏² 王清³

(1. 山东科技大学机械电子工程学院, 青岛 266590; 2. 伦敦南岸大学工学院, 伦敦 SE1 0AA;

3. 山东科技大学纳米工程研究所, 青岛 266590)

摘要: 为了对空间4-UPS-RPS五自由度并联机构进行受力分析, 采用达朗贝尔原理建立了并联机构的动态静力学方程, 进而对机构受力情况进行了分析。首先, 推导出了4-UPS-RPS并联机构的位置反解、速度反解和加速度反解的表达式; 然后, 应用达朗贝尔原理建立了4-UPS-RPS并联机构的动态静力学方程, 导出了机构中5个驱动力; 最后, 分别利用Matlab理论计算与ADAMS虚拟样机仿真得到机构驱动杆的驱动力和动平台上球面副约束反力的变化曲线, 验证了所建动态静力学模型的正确性。研究不仅为4-UPS-RPS并联机构驱动力和运动副反力的求解和结构设计提供了理论依据, 也为其他空间并联机构的受力分析提供了可行的方法。

关键词: 并联机构; 受力分析; 动态静力学模型; 达朗贝尔原理

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)07-0398-09

Kinetostatics Analysis of Spatial 4-UPS/RPS Parallel Mechanism

Chen Xiulong¹ Wang Tao¹ Liang Xiaoxia² Wang Qing³

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering,

Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China

2. School of Engineering, London South Bank University, London SE1 0AA, UK

3. Institute of Nano Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: In order to realize kinetostatics analysis of spatial 4-UPS-RPS 5-DOF parallel mechanism, the expression of kinetostatics was derived by d'Alembert principle, and the force state of mechanism was analyzed. Firstly, the model of inverse displacement, inverse velocity and inverse acceleration of 4-UPS-RPS parallel mechanism were deduced. And then, the kinetostatics model of 4-UPS-RPS 5-DOF parallel mechanism was established by the d'Alembert principle, the expression of driving force and constraining force were deduced. Finally, combined with examples, the driving force of driving limbs and constraining force of spherical hinge on moving platform were carried out by numerical calculation and virtual simulation, separately. The results of force analysis shows that the driving force of driving limbs and constraining force of spherical hinge on moving platform are varied with the position and posture of 4-UPS-RPS 5-DOF parallel mechanism, and the force value obtained by numerical calculation and by virtual simulation are basically the same. So far the numerical verification and virtual simulation verification of the kinetostatics analysis results are realized. The research can not only provide theoretical basis for solution of driving force, constraining force and structure design of 4-UPS-RPS parallel mechanism, but also suggest a way of thinking about force analysis for other spatial parallel mechanism.

Key words: parallel mechanism; force analysis; kinetostatics model; d'Alembert principle

收稿日期: 2015-11-16 修回日期: 2015-12-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(51005138)、山东省优秀中青年科学家科研奖励基金项目(BS2012ZZ008)、山东省泰山学者建设工程专项(tshw20130956)和山东科技大学杰出青年基金项目(2011KYJQ102)

作者简介: 陈修龙(1976—),男,副教授,博士生导师,主要从事并联机构运动学及其动力学研究,E-mail: cxldy99@163.com

引言

并联机构结构紧凑、精度高、刚度大,现已受到工业界和学者们的重视^[1-8],特别是五自由度并联机构由于具有5个自由度,较六自由度并联机构结构简单,较三、四自由度并联机构运动灵活,在工业机器人和数控机床领域具有独特的应用优势,发展潜力极大。在五自由度并联机构研究方面,赵永生等^[9]对5-UPS/PRPU并联机构做过深入的研究,刘海涛等^[10]对可重构混联机械手做过深入的研究,李秦川等^[11]对五自由度3R2T对称并联机构进行了深入的研究。但是当前五自由度完全并联机构构型还非常有限,研究也较少。

并联机构的静力学分析是运动学分析的延续以及动力学分析、刚度分析的基础^[12],为机构的结构优化设计提供了理论依据。迄今虽然国内外学者对并联机构的静力学问题进行了较多研究,取得了一系列研究成果^[13-15],但研究大都不考虑机构中各个构件的惯性力,直接建立动平台的静力平衡方程,这种传统的静力学分析方法仅适用于低速机构,而涉及并联机构动态静力学分析的研究还很鲜见。目前,并联机构在高速度、高加速度、高精度领域得到了广泛的应用^[16-22],不考虑构件惯性力的传统静力学分析方法由于分析结果误差较大,已不能满足现代并联机构力学分析的需要,无法为机构工程中实际应用和结果设计提供有效的依据,因此迫切需要开展考虑机构中各个构件惯性力的并联机构动态静力学分析的研究,以推动并联机构的发展与实际应用。

本文以基于螺旋理论综合设计出的具有自主知识产权的空间4-UPS-RPS并联机构(图1)为例,建立该并联机构的运动学分析模型。在此基础上,采用达朗贝尔原理建立该机构的动态静力学方程,并利用理论数值计算与虚拟样机仿真相结合的方法验证模型和力学分析的正确性。

1 空间4-UPS-RPS并联机构的运动学分析

1.1 并联机构结构模型

空间4-UPS-RPS并联机构由动平台、定平台、连接动平台和定平台的4个UPS(虎克铰-移动副-球副)驱动分支以及1个RPS(转动副-移动副-球副)驱动分支组成,如图2所示,与定平台链接的杆为摆动杆,与动平台链接的杆为伸缩杆。该机构是具有三维转动二维移动的五自由度并联机构。与六自由度并联机构相比具有较少的驱动器以及较简单的控制,仅有必需的自由度。与自由度数目相同

且含有约束支链的构型相比,该机构无约束支链。应用到工业生产中,该机构支链类型少,所需驱动器和传感器的类型就少,可降低机构维护和加工成本。在实际应用中可作为坐标测量机、数控机床、数控雕刻机等的原型,应用前景广阔。

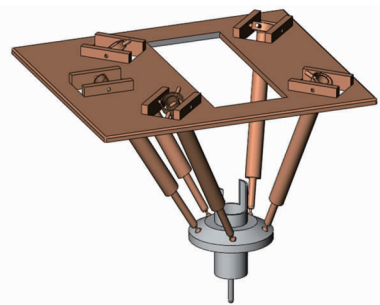


图1 4-UPS-RPS机构模型

Fig. 1 Diagram of 4-UPS-RPS parallel mechanism

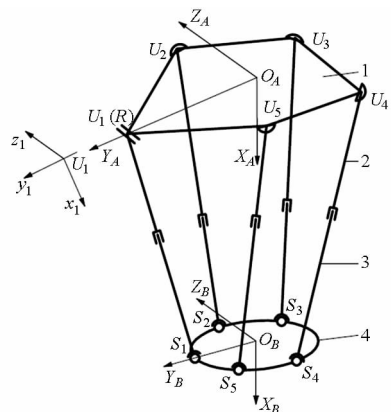


图2 4-UPS-RPS并联机构系统坐标系

Fig. 2 Coordinate systems of 4-UPS-RPS parallel mechanism

1. 定平台 2. 摆动杆 3. 伸缩杆 4. 动平台

1.2 并联机构位置分析

建立空间4-UPS-RPS并联机构系统的坐标系,如图2所示。4-UPS-RPS并联机构中的RPS支链约束了动平台沿 Z_A 方向移动,定义并联机构动坐标系相对定坐标系的位姿为 $(X_B, Y_B, \alpha, \beta, \gamma)$,定义动平台球面副中心在定坐标系和动坐标系下的坐标分别为 (S_{ix}, S_{iy}, S_{iz}) 和 (S'_i, S''_i, S'''_i) ($i=1, 2, 3, 4, 5$),定义定平台转动副与虎克铰中心在定坐标系下的坐标为 (U_{ix}, U_{iy}, U_{iz}) ,RPS分支为驱动支链1,从驱动支链1开始按照顺时针方向依次设定为驱动支链2、驱动支链3、驱动支链4、驱动支链5。

以欧拉角 $Z-Y-X$ 的形式来表示并联机构动平台在定平台中的姿态。首先绕 Z_A 旋转 α ,再绕 Y'_B 旋转 β ,然后绕 X''_B 旋转 γ ,最后得到动坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$ 。因此可得到坐标转换方程为

$$[S'_{ix} \ S'_{iy} \ S'_{iz}]^T = {}^A_B R [S_{ix} \ S_{iy} \ S_{iz}]^T \quad (1)$$

其中

$${}^A_B \mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha c\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix}$$

式中 $c\alpha$ 表示 $\cos\alpha$, $s\beta$ 表示 $\sin\beta$, $c\gamma$ 表示 $\cos\gamma$ 。

如图3所示为并联机构驱动支链质心位置。设 l_{ci} 为并联机构驱动支链质心到上平台铰链中心的距离, 则由质量矩公式 $m_1 l_{bi} + m_2 (l_i - l_{si}) = m l_{ci}$ 得出驱动支链质心位置的计算公式为

$$l_{ci} = \frac{m_1 l_{bi} + m_2 (l_i - l_{si})}{m} \quad (2)$$

其中

$$m = m_1 + m_2$$

式中 l_{bi} ——摆动杆质心到定平台虎克铰中心距离

l_{si} ——伸缩杆质心到动平台铰链中心的距离

l_i ——驱动支链的总长

m ——驱动支链摆动杆与伸缩杆质量之和

m_1 ——驱动支链摆动杆质量

m_2 ——驱动支链伸缩杆质量

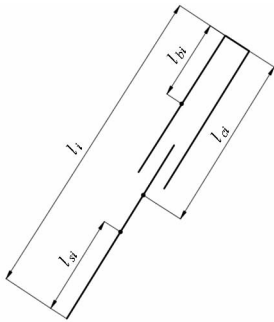


图3 4-UPS/RPS 并联机构驱动支链简图

Fig.3 Diagram of electric pushrod of 4-UPS/RPS parallel mechanism

1.3 并联机构的速度分析

并联机构动平台上球面副中心点的速度由2部分构成: 动平台中心在定坐标系中的速度; 动平台的角速度对球面副中心点提供的速度。则动平台上球面副中心点的速度为 ${}^A \mathbf{V}_{Bi} = {}^A \boldsymbol{\omega}_B \times {}^A \mathbf{r}_{Bi} + {}^A \mathbf{V}_{BO}$ 。由线速度与角速度的关系可求出驱动支链的角速度为

$${}^A \boldsymbol{\omega}_i = \frac{{}^A \mathbf{n}_i \times {}^A \mathbf{V}_{Bi}}{l_i}$$

整理可得出

$${}^A \boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{l_i} \begin{bmatrix} {}^A \hat{\mathbf{n}}_i & -{}^A \hat{\mathbf{n}}_i {}^A \hat{\mathbf{r}}_{si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{V}_{BO} \\ {}^A \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 ${}^A \hat{\mathbf{r}}_{si}$ —— ${}^A \mathbf{r}_{si}$ 的反对称算子矩阵

${}^A \hat{\mathbf{n}}_i$ —— ${}^A \mathbf{n}_i$ 的反对称算子矩阵

摆动杆与伸缩杆线速度分别为

$${}^A \mathbf{V}_{bi} = {}^A \boldsymbol{\omega}_i \times {}^A \mathbf{n}_i l_{bi} \quad (4)$$

$${}^A \mathbf{V}_{si} = {}^A \boldsymbol{\omega}_i \times {}^A \mathbf{n}_i (l_i - l_{si}) + {}^A \mathbf{n}_i \dot{l}_i \quad (5)$$

4-UPS-RPS 空间机构的位置反解为已知空

间机构的结构参数以及动平台位姿 $(X_B, Y_B, \alpha, \beta, \gamma)$, 求解5个驱动支链的杆长 $(l_1, l_2, l_3, l_4, l_5)$ 。在同一坐标系下, 由空间两点间距离公式

$$L = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2}$$

得出该机构的位置约束方程

$$l_i^2 = (S_{ix} - U_{ix})^2 + (S_{iy} - U_{iy})^2 + (S_{iz} - U_{iz})^2 = l_{ix}^2 + l_{iy}^2 + l_{iz}^2 \quad (6)$$

驱动支链的线速度为

$$\dot{l}_i = \frac{l_{ix} \dot{l}_{ix} + l_{iy} \dot{l}_{iy} + l_{iz} \dot{l}_{iz}}{l_i} \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \quad (7)$$

定义驱动支链的移动副广义输入为 $\mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3, l_4, l_5)$, 动平台广义输出为 $\boldsymbol{\phi} = (X_B, Y_B, \alpha, \beta, \gamma)$, 移动副的广义输入速度为 $\dot{\mathbf{l}} = (\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dot{l}_3, \dot{l}_4, \dot{l}_5)$, 动平台的广义输出速度为 $\dot{\boldsymbol{\phi}} = (\dot{X}_B, \dot{Y}_B, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma})$ 。则驱动支链位移约束方程对时间 t 求导可得

$$\mathbf{L} \dot{\mathbf{l}} = \mathbf{J}^\phi \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}^\phi = \begin{bmatrix} J_{11}^\phi & J_{12}^\phi & J_{13}^\phi & J_{14}^\phi & J_{15}^\phi \\ J_{21}^\phi & J_{22}^\phi & J_{23}^\phi & J_{24}^\phi & J_{25}^\phi \\ J_{31}^\phi & J_{32}^\phi & J_{33}^\phi & J_{34}^\phi & J_{35}^\phi \\ J_{41}^\phi & J_{42}^\phi & J_{43}^\phi & J_{44}^\phi & J_{45}^\phi \\ J_{51}^\phi & J_{52}^\phi & J_{53}^\phi & J_{54}^\phi & J_{55}^\phi \end{bmatrix}$$

矩阵 \mathbf{J}^ϕ 中的 $J_{ij}^\phi (i=1, 2, 3, 4, 5; j=1, 2, 3, 4, 5)$ 都可以通过位移约束方程对时间求解一阶导数得出。又由于 $\mathbf{L}, \mathbf{J}^\phi$ 为非奇异矩阵, 雅可比矩阵为 $\mathbf{J} = \mathbf{J}^{\phi^{-1}} \mathbf{L}$, 可以得出

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{l}} \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{l}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (10)$$

并联机构动平台相对定平台的位姿参数为欧拉角 (α, β, γ) , 则动平台位姿欧拉角 (α, β, γ) 与动平台角速度 ${}^A \boldsymbol{\omega}_B$ 之间的关系为

$${}^A \boldsymbol{\omega}_B = \mathbf{R}(Z, \alpha) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\alpha} + \mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, \beta) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\beta} +$$

$$\mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, \beta) \mathbf{R}(X, \gamma) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\gamma}$$

定义

$${}^A \boldsymbol{\omega}_B = \begin{bmatrix} {}^A \omega_{Bx} \\ {}^A \omega_{By} \\ {}^A \omega_{Bz} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\eta} = (\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma})$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -s\alpha & c\alpha c\beta \\ 0 & c\alpha & s\alpha c\beta \\ 1 & 0 & -s\beta \end{bmatrix}$$

可得 ${}^A \boldsymbol{\omega}_B = \mathbf{K}\boldsymbol{\eta}$ (11)

1.4 并联机构的加速度分析

对并联机构角速度公式(3)直接求导可得出驱动支链的角加速度为

$${}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \frac{1}{l_i} [{}^A \hat{\mathbf{n}}_i \quad -{}^A \hat{\mathbf{n}}_i {}^A \hat{\mathbf{r}}_{si}] \begin{bmatrix} {}^A \dot{\mathbf{V}}_{BO} \\ {}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_B \end{bmatrix} - \frac{1}{l_i} {}^A \hat{\mathbf{n}}_i {}^A \boldsymbol{\omega}_B^T {}^A \hat{\mathbf{r}}_{si} {}^A \boldsymbol{\omega}_B - \frac{2}{l_i^2} [{}^A \hat{\mathbf{n}}_i \quad -{}^A \hat{\mathbf{n}}_i {}^A \hat{\mathbf{r}}_{si}] \cdot \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{V}_{BO} \\ {}^A \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{n}_i^T & ({}^A \hat{\mathbf{r}}_{si} {}^A \mathbf{n}_i)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{V}_{BO} \\ {}^A \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix}$$
 (12)

由角加速度公式可进一步得出摆动杆与伸缩杆线加速度分别为

$${}^A \dot{\mathbf{V}}_{bi} = {}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_i {}^A \mathbf{n}_i l_{bi} + {}^A \boldsymbol{\omega}_i \times ({}^A \boldsymbol{\omega}_i \times {}^A \mathbf{n}_i) l_{bi}$$
 (13)

$${}^A \dot{\mathbf{V}}_{si} = {}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^A \mathbf{n}_i (l_i - l_{si}) + {}^A \boldsymbol{\omega}_i ({}^A \boldsymbol{\omega}_i \times {}^A \mathbf{n}_i) \cdot (l_i - l_{si}) + 2({}^A \boldsymbol{\omega}_i \times {}^A \mathbf{n}_i) \dot{l}_i + {}^A \mathbf{n}_i \dot{\dot{l}}_i$$
 (14)

驱动支链的线加速度为

$$\ddot{l}_i = [(\dot{l}_{ix}^2 + l_{ix} \ddot{l}_{ix} + \dot{l}_{iy}^2 + l_{iy} \ddot{l}_{iy} + \dot{l}_{iz}^2 + l_{iz} \ddot{l}_{iz}) l_i - (l_{ix} \dot{l}_{ix} + l_{iy} \dot{l}_{iy} + l_{iz} \dot{l}_{iz}) \dot{l}_i] / l_i^2$$
 (15)

并联机构驱动支链移动副的广义输入加速度记为 $\ddot{\mathbf{l}} = (\ddot{l}_1, \ddot{l}_2, \ddot{l}_3, \ddot{l}_4, \ddot{l}_5)$, 动平台广义输出加速度记为 $\ddot{\boldsymbol{\phi}} = (\ddot{X}_B, \ddot{Y}_B, \ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma})$, 由速度方程对时间求导可以得到 $\ddot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{l}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{l}}$, 整理可得出

$$\ddot{\mathbf{l}} = \mathbf{J}^{-1} \ddot{\boldsymbol{\phi}} + \dot{\mathbf{J}}^{-1} \dot{\boldsymbol{\phi}}$$
 (16)

并联机构动平台位姿欧拉角 (α, β, γ) 与动平台角加速度 ${}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_B$ 之间的关系为

$${}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_B = \begin{bmatrix} {}^A \dot{\omega}_{Bx} \\ {}^A \dot{\omega}_{By} \\ {}^A \dot{\omega}_{Bz} \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} + [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}] \mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$
 (17)

其中

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -s\alpha & c\alpha c\beta \\ 0 & c\alpha & s\alpha c\beta \\ 1 & 0 & -s\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -c\alpha \\ -s\alpha \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -s\alpha c\beta \\ c\alpha c\beta \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -c\alpha s\beta \\ -s\alpha s\beta \\ -c\beta \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2 空间 4-UPS-RPS 并联机构受力分析

2.1 驱动支链受力分析

建立与并联机构驱动支链固连的支链坐标系, 见图 4。先将并联机构定坐标系移动到定平台虎克铰中心, 坐标系的方位不变, 得到坐标系 $U_i x_0 y_0 z_0$; 绕 x_0 轴转动一个角度 φ_{1i} ; 然后绕 z' 轴转动一个角度 φ_{2i} ; 然后再绕 y'' 轴转动一个角度 φ_{3i} , 最后得到与驱动支链固连的坐标系 $U_i x_i y_i z_i$ 。其中 x_i 轴与支链的轴线重合。得到变换矩阵

$${}^A_i \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\varphi_{2i} c\varphi_{3i} & -s\varphi_{2i} & c\varphi_{1i} s\varphi_{3i} & x_i \\ c\varphi_{1i} s\varphi_{2i} c\varphi_{3i} + s\varphi_{1i} s\varphi_{3i} & c\varphi_{1i} c\varphi_{2i} & c\varphi_{1i} s\varphi_{2i} s\varphi_{3i} - s\varphi_{1i} c\varphi_{3i} & y_i \\ s\varphi_{1i} s\varphi_{2i} c\varphi_{3i} - c\varphi_{1i} s\varphi_{3i} & s\varphi_{1i} c\varphi_{2i} & s\varphi_{1i} s\varphi_{2i} s\varphi_{3i} + c\varphi_{1i} c\varphi_{3i} & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (18)

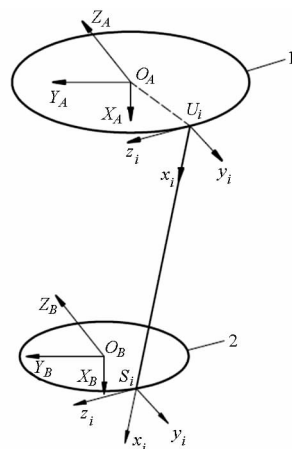


图 4 4-UPS-RPS 并联机构支链坐标系图

Fig. 4 Branched coordinate systems of 4-UPS-RPS parallel mechanism
1. 定平台 2. 动平台

并联机构动平台铰链中心在定坐标系下的坐标

为

$$\begin{bmatrix} x_{si} \\ y_{si} \\ z_{si} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + l_i c\varphi_{2i} c\varphi_{3i} \\ y_i + l_i (c\varphi_{1i} s\varphi_{2i} c\varphi_{3i} + s\varphi_{1i} s\varphi_{3i}) \\ z_i + l_i (s\varphi_{1i} s\varphi_{2i} c\varphi_{3i} - c\varphi_{1i} s\varphi_{3i}) \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (19)

由式(19)可得到虎克铰两个转角模型为

$$\begin{cases} \varphi_{2i} = \arctan \frac{l_{iy} \cos \varphi_{1i} + l_{iz} \sin \varphi_{1i}}{l_{ix}} \\ \varphi_{3i} = \arcsin \frac{l_{iy} \sin \varphi_{1i} - l_{iz} \cos \varphi_{1i}}{l_i} \end{cases} \quad (20)$$

当 $i=1$ 时, U_1 为转动副。定坐标系移动到铰链上,坐标系的方位不变,得到坐标系 $U_1x_0y_0z_0$;绕 x_0 轴转动一个角度 φ_{11} ;然后绕 z' 轴转动一个角度 φ_{21} ;最后得到与驱动支链固连的坐标系 $U_1x_1y_1z_1$ 。其中 x_1 轴与支链的轴线重合。

$${}^A_1\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\varphi_{21} & -s\varphi_{21} & 0 \\ c\varphi_{11}s\varphi_{21} & c\varphi_{11}c\varphi_{21} & -s\varphi_{11} \\ s\varphi_{11}s\varphi_{21} & s\varphi_{11}c\varphi_{21} & c\varphi_{11} \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中 $\varphi_{1i} = (\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13}, \varphi_{14}, \varphi_{15}) = (0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$

式中 φ_{1i} ——定平台上铰链的安装角度

在并联机构的 RPS 支链中,球面副 S_i 在 Z_A 方向上没有位移,则虎克铰转角 $\varphi_{31} = 0$,则在 RPS 支

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} {}^iM_{bix} \\ {}^iM_{biy} \\ {}^iM_{biz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -f_{ix} \\ -f_{iy} \\ -f_{iz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{ci} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{bi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(m_1 {}^A_1\mathbf{R} \begin{bmatrix} A\dot{V}_{bix} \\ A\dot{V}_{biy} \\ A\dot{V}_{biz} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} l_i - l_{si} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(m_2 {}^i\mathbf{R} \begin{bmatrix} A\dot{V}_{six} \\ A\dot{V}_{siy} \\ A\dot{V}_{siz} \end{bmatrix} \right) + \\ & {}^i\mathbf{R} \left(-{}^A\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{biA}^i\mathbf{R} \begin{bmatrix} A\dot{\omega}_{ix} \\ A\dot{\omega}_{iy} \\ A\dot{\omega}_{iz} \end{bmatrix} - {}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{siA}^i\mathbf{R} \begin{bmatrix} A\dot{\omega}_{ix} \\ A\dot{\omega}_{iy} \\ A\dot{\omega}_{iz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A\omega_{ix} \\ A\omega_{iy} \\ A\omega_{iz} \end{bmatrix} \times \left({}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{biA}^i\mathbf{R} \begin{bmatrix} A\omega_{Bx} \\ A\omega_{By} \\ A\omega_{Bz} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} A\omega_{ix} \\ A\omega_{iy} \\ A\omega_{iz} \end{bmatrix} \times \left({}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{siA}^i\mathbf{R} \begin{bmatrix} A\omega_{Bx} \\ A\omega_{By} \\ A\omega_{Bz} \end{bmatrix} \right) \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

其中 ${}^1M_{b1} = (0, 0, {}^1M_{b1z})$

${}^iM_{bi} = (0, 0, 0) \quad (i=2, 3, 4, 5)$

式中 ${}^iM_{bi}$ ——支链坐标系下定平台铰链支反力矩的力矩矢量

if_i ——支链坐标系下驱动支链作用于动平台的力向量

in_i ——支链坐标系下驱动支链的单位方向矢量

\mathbf{G}' ——支链坐标系下的重力加速度

${}^iF_{bi}$ ——支链坐标系下摆动杆的惯性力

${}^iF_{si}$ ——支链坐标系下伸缩杆的惯性力

${}^iN_{bi}$ ——支链坐标系下摆动杆的惯性力矩

${}^iN_{si}$ ——支链坐标系下伸缩杆惯性力矩

2.2 动平台受力分析

并联机构动平台质心在定坐标系 $AXYZ$ 下的角速度为

$${}^A\omega_B = ({}^A\omega_{Bx}, {}^A\omega_{By}, {}^A\omega_{Bz})$$

动平台在动坐标系 $Bxyz$ 的转动惯量为

链中转动副的转换模型为

$$\varphi_{21} = \arctan \frac{l_{1y} \cos \varphi_{11} + l_{1z} \sin \varphi_{11}}{l_{1x}} \quad (22)$$

定坐标系下摆动杆与伸缩杆的惯性力分别表示为

$${}^A\mathbf{F}_{bi} = -m_1 {}^A\dot{\mathbf{V}}_{bi} \quad (23)$$

$${}^A\mathbf{F}_{si} = -m_2 {}^A\dot{\mathbf{V}}_{si} \quad (24)$$

定坐标系下摆动杆与伸缩杆的惯性力矩分别表示为

$${}^A\mathbf{N}_{bi} = -{}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{biA}^i\mathbf{R}^A\dot{\omega}_i - {}^A\omega_i \times ({}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{biA}^i\mathbf{R}^A\omega_B) \quad (25)$$

$${}^A\mathbf{N}_{si} = -{}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{siA}^i\mathbf{R}^A\dot{\omega}_i - {}^A\omega_i \times ({}^i\mathbf{R}^i\mathbf{J}_{siA}^i\mathbf{R}^A\omega_B) \quad (26)$$

运用达朗贝尔原理对并联机构驱动支链进行力矩分析,可得出在支链坐标系 $U_ix_1y_1z_1$ 中对定平台虎克铰中心的力矩方程为

$${}^i\mathbf{M}_{bi} + l_i {}^in_i \times {}^if_i + l_{ci} {}^in_i \times m\mathbf{G}' + l_{bi} {}^in_i \times {}^iF_{bi} + (l_i - l_{si}) {}^in_i \times {}^iF_{si} + {}^iN_{bi} + {}^iN_{si} = 0 \quad (27)$$

将式(27)展开可得

定坐标系下动平台的惯性力为

$${}^A\mathbf{F}_B = -m_B {}^A\dot{\mathbf{V}}_{BO} \quad (29)$$

式中 ${}^A\dot{\mathbf{V}}_{BO}$ ——定坐标系下动平台质心处的加速度
当动平台处于动态平衡时,可运用达朗贝尔原理得出定坐标系下受力平衡方程为

$$\mathbf{F}_B + \sum_{i=1}^5 {}^A\mathbf{F}_i + m_B \mathbf{G} + {}^A\mathbf{F}_B = 0 \quad (30)$$

将式(30)展开可得

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^5 {}^i\mathbf{R} \begin{bmatrix} {}^iF_{ix} \\ {}^iF_{iy} \\ {}^iF_{iz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_B g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - m_B \begin{bmatrix} A\dot{V}_{Box} \\ A\dot{V}_{Boy} \\ A\dot{V}_{Boz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

其中 $\mathbf{F}_B = {}^A\mathbf{R}^B\mathbf{F}_B = (F_x, F_y, F_z)$

$${}^A \mathbf{F}_i = (F_{ix}, F_{iy}, F_{iz})$$

$${}^A \mathbf{F}_i = {}^A \mathbf{R}^i \mathbf{F}_i$$

$${}^i \mathbf{F}_i = ({}^i F_{ix}, {}^i F_{iy}, {}^i F_{iz}) \quad {}^i \mathbf{F}_i = -{}^i \mathbf{f}_i$$

式中 \mathbf{F}_B ——定坐标系下动平台受到的外力

${}^A \mathbf{F}_i$ ——定坐标系下动平台5个球面副中心点受定平台的约束反力

${}^i \mathbf{F}_i$ ——支链坐标系下动平台5个球面副中心点受定平台的约束反力

定坐标系下定平台的惯性力矩为

$${}^A \mathbf{M}_B = -{}^A \mathbf{R}^B \mathbf{J}_{BA} {}^B \mathbf{R}^A \dot{\boldsymbol{\omega}}_B - {}^A \boldsymbol{\omega}_B \times ({}^A \mathbf{R}^B \mathbf{J}_{BA} {}^B \mathbf{R}^A \boldsymbol{\omega}_B) \quad (32)$$

运用达朗贝尔原理对动平台进行力矩分析, 可得到

$${}^A \mathbf{M}_F + \sum_{i=1}^5 {}^A \mathbf{S}_i \times {}^A \mathbf{F}_i + {}^A \mathbf{M}_B = 0 \quad (33)$$

将式(33)展开可得到定坐标系下对动平台的质心 O_B 点取矩的力矩方程为

$${}^A \mathbf{R} \begin{bmatrix} {}^B M_x \\ {}^B M_y \\ {}^B M_z \end{bmatrix} + \sum_{j=6}^{10} \begin{bmatrix} {}^A S_{ix} \\ {}^A S_{iy} \\ {}^A S_{iz} \end{bmatrix} \times \left({}^i \mathbf{R} \begin{bmatrix} F'_{ix} \\ F'_{iy} \\ F'_{iz} \end{bmatrix} \right) - {}^A \mathbf{R}^B \mathbf{J}_{BA} {}^B \mathbf{R}^A \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{Bx} \\ \dot{\omega}_{By} \\ \dot{\omega}_{Bz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_{Bx} \\ \omega_{By} \\ \omega_{Bz} \end{bmatrix} \times \left({}^A \mathbf{R}^B \mathbf{J}_{BA} {}^B \mathbf{R}^A \begin{bmatrix} \omega_{Bx} \\ \omega_{By} \\ \omega_{Bz} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

其中 ${}^A \mathbf{M}_F = {}^A \mathbf{R}^B \mathbf{M}_F = {}^A \mathbf{R} ({}^B M_x, {}^B M_y, {}^B M_z)$

式中 ${}^A \mathbf{M}_F$ ——定坐标系下动平台受到的外载荷力矩

${}^A \mathbf{S}_j$ ——定坐标系下球面副中心点的矢量

联立式(28)、(31)、(34)并基于达朗贝尔原理建立4-UPS-RPS并联机构动态静力学方程, 该方程组包含15个方程15个未知数, 为静定方程组。此方程组可求解出动平台球面副的关节反力。方程组的矩阵形式可记为 $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$, 其中 \mathbf{A} 为并联机构的机构参数以及坐标转换等组成的系数矩阵, \mathbf{X} 为驱动支链球面副关节反力所组成的未知矩阵, \mathbf{B} 为并联机构的重力、力矩、外加载荷以及惯性所组成的已知矩阵。求解该模型可得到4-UPS-RPS并联机构5个杆的球面副反力 $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$ 。

由此可计算出该并联机构的驱动力为

$$\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5)$$

其中 $\tau_i = {}^i f_{ix} + m_{si} g \cos \varphi_{2i} \cos \varphi_{3i} + m_{si} \ddot{l}_{ix}$
($i = 1, 2, 3, 4, 5$) (35)

该并联机构5个驱动杆上球面副受到的反力为 ${}^i \mathbf{F}_i = ({}^1 F_1, {}^2 F_2, {}^3 F_3, {}^4 F_4, {}^5 F_5)$, 其中球面副反力大小为

$${}^i F_i = \sqrt{{}^i F_{ix}^2 + {}^i F_{iy}^2 + {}^i F_{iz}^2} \quad (36)$$

其中 ${}^i F_{ix} = -{}^i f_{ix} = m_{si} g c \varphi_{2i} c \varphi_{3i} + m_{si} \ddot{l}_{ix} - \tau_i$

$${}^i F_{iy} = [l_{bi} m_{bi} \dot{V}_{biy} + (l_i - l_{si}) m_{si} \dot{V}_{siy} + ({}^i \mathbf{J}_b(3,3) + {}^i \mathbf{J}_s(3,3)) \dot{\omega}_{iz} - l_{ci} m g s \varphi_{2i}] / (-l_i)$$

$${}^i F_{iz} = [l_{bi} m_{bi} \dot{V}_{biz} + (l_i - l_{si}) m_{si} \dot{V}_{siz} + ({}^i \mathbf{J}_b(2,2) + {}^i \mathbf{J}_s(2,2)) \dot{\omega}_{iy} + l_{ci} m g c \varphi_{2i} s \varphi_{3i}] / (-l_i)$$

3 机构受力分析算例

3.1 机构的系统参数

4-UPS-RPS并联机构系统参数如表1。

表1 系统参数

Tab.1 System parameters

参数	数值
定平台转动副中心到定平台中心点距离 R_{a1}/mm	717.07
定平台上4个虎克铰的分布半径 R_A/mm	645
动平台上5个球面副分布半径 R_B/mm	202
转动副与相邻虎克铰间隔角度 θ_1/rad	$\pi/4$
定平台上虎克铰间隔角度 θ_2/rad	$\pi/2$
动平台5个球面副之间夹角 θ_3/rad	$2\pi/5$
并联机构动平台质量 m_B/kg	36.28
摆动杆长度 l_b/mm	670
摆动杆质量 m_{bi}/kg	26.15
伸缩杆长度 l_s/mm	840
伸缩杆质量 m_{si}/kg	8.45
动平台转动惯量 ${}^B J_B / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\begin{bmatrix} 0.932 & 0 & 0 \\ 0 & 0.682 & 0 \\ 0 & 0 & 0.682 \end{bmatrix}$
摆动杆转动惯量 ${}^i J_b / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\begin{bmatrix} 0.0346 & 0 & 0 \\ 0 & 1.280 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix}$
伸缩杆转动惯量 ${}^i J_s / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\begin{bmatrix} 0.00167 & 0 & 0 \\ 0 & 0.528 & 0 \\ 0 & 0 & 0.528 \end{bmatrix}$

3.2 机构的受力分析实例

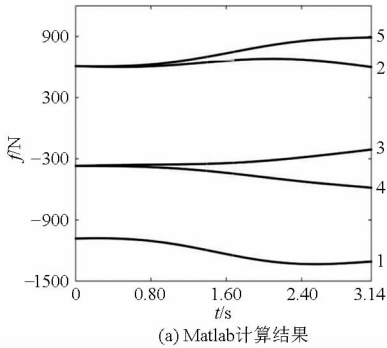
定义空间4-UPS-RPS并联机构动平台的运动轨迹为(逆时针旋转为正)

$$\begin{cases} X_B = 850 + 10 \cos(2t) \\ Y_B = -80 + 10 \sin(2t) \\ Z_B = 0 \\ \alpha = \frac{\pi}{100} t \\ \beta = \frac{\pi}{100} t \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

4-UPS-RPS 并联机构动平台空载,即

$$\begin{bmatrix} {}^B \mathbf{F}_B \\ {}^B \mathbf{M}_F \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

用 Matlab 数值计算 5 个驱动杆的驱动力曲线和 ADAMS 虚拟样机仿真 5 个驱动杆的驱动力曲线,见图 5。

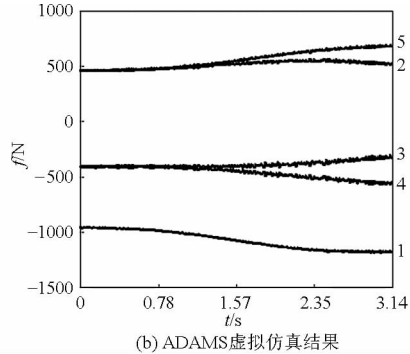


(a) Matlab 计算结果

对动平台加载,即

$$\begin{bmatrix} {}^B \mathbf{F}_B \\ {}^B \mathbf{M}_F \end{bmatrix} = [-150 \ 138 \ -77 \ -15 \ -27 \ 10]^T$$

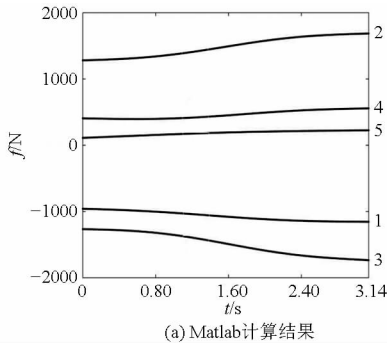
用 Matlab 数值计算 5 个驱动杆的驱动力曲线和 ADAMS 虚拟样机仿真 5 个驱动杆的驱动力曲线,见图 6。



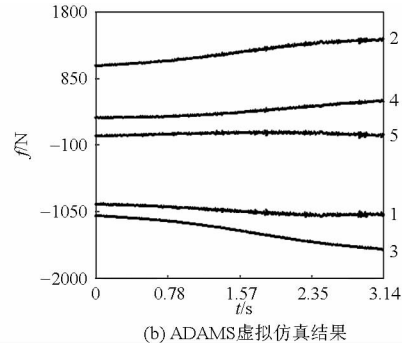
(b) ADAMS 虚拟仿真结果

图 5 并联机构动平台空载时 5 个驱动杆的驱动力曲线

Fig. 5 Five driving forces of parallel mechanism when moving platform with no load



(a) Matlab 计算结果



(b) ADAMS 虚拟仿真结果

图 6 并联机构动平台受载时 5 个驱动杆的驱动力曲线

Fig. 6 Five driving forces of parallel mechanism when moving platform with load

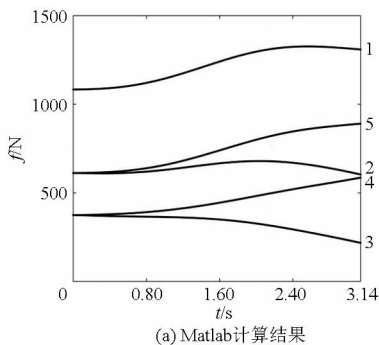
由图 5 和图 6 可以看出,当空载时并联机构驱动杆的最大驱动力出现在第 5 杆上,当加载时并联机构驱动杆的最大驱动力出现在第 2 杆上,Matlab 理论计算结果与 ADAMS 虚拟仿真结果基本吻合,说明了理论运算与虚拟仿真的正确性。

由图 7 和图 8 可以看出,当空载时动平台上球铰 1 的约束反力最大,动平台上球铰 3 的约束反力最小;当加载时最大约束反力出现在动平台球铰 1

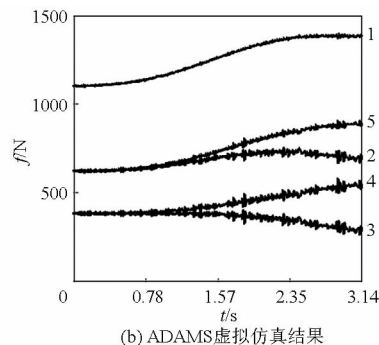
上,最小约束反力出现在动平台球铰 4 上,Matlab 理论计算结果与 ADAMS 虚拟仿真结果吻合度很好,验证了理论运算与虚拟仿真运算的正确性。

4 结束语

推导出了空间 4-UPS-RPS 五自由度并联机构位置反解、速度反解和加速度反解的表达式,应用达朗贝尔原理建立 4-UPS-RPS 五自由度并联机



(a) Matlab 计算结果



(b) ADAMS 虚拟仿真结果

图 7 空载时并联机构动平台上 5 个球面副受到的约束反力

Fig. 7 Constraint forces of spherical pair on the moving platform of parallel mechanism when moving platform with no load

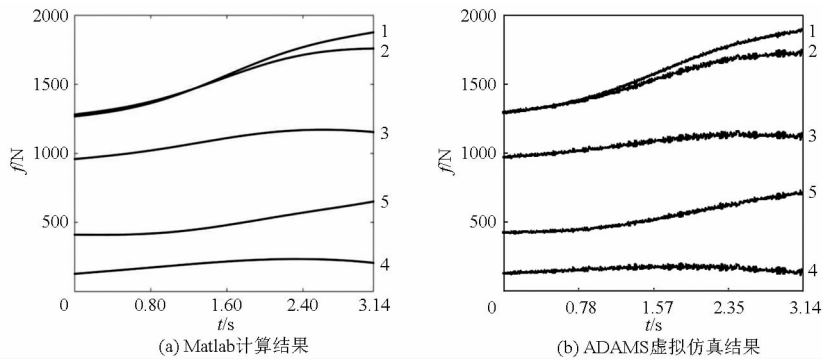


图 8 加载时并联机构动平台上 5 个球面副受到的约束反力

Fig. 8 Constraint forces of spherical pair on the moving platform of parallel mechanism when moving platform with load

构的动态静力学模型,采用 Matlab 理论计算和 ADAMS 虚拟样机仿真分别求解出了 5 个驱动杆驱动力和动平台上 5 个球铰的约束反力,最后结合算例验证了动态静力学模型和受力分析的正确性。本

研究为并联机构的力学分析提供了可行、有效的方法,具有普适性;同时为 4-UPS-RPS 并联机构的结构设计提供了理论依据。

参 考 文 献

- LIU X J, WANG J. A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(9): 1210 - 1224.
- CHEN Xiulong, FENG Weiming, SUN Xianyang, et al. Kinematics analysis of a parallel coordinate measuring machine[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013, 10: 1 - 6.
- LIU Shanzeng, ZHU Zhencai, SUN Zhaopeng, et al. Kinematics and dynamics analysis of a three-degree-of freedom parallel manipulator [J]. Journal of Central South University, 2014, 21(7): 2660 - 2666.
- GAO F, PENG Binbin, ZHAO Hui, et al. A novel 5 - DOF fully parallel kinematic machine tool[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 31(1 - 2): 201 - 207.
- PICCIN O, BAYLE B, MAURIN B, et al. Kinematic modeling of a 5 - DOF parallel mechanism for semi-spherical workspace[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(8): 1485 - 1496.
- 程舟济,徐国华,向先波,等. 基于智能决策的水下并联机器人平台应急系统设计[J]. 山东科技大学学报:自然科学版, 2012, 31(5): 56 - 62.
CHENG Zhouji, XU Guohua, XIANG Xianbo, et al. Emergency system design for underwater parallel robotic platform based on intelligent decision method[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology: Natural Science, 2012, 31(5): 56 - 62. (in Chinese)
- ZHAO Yongjie, QIU Ke, WANG Shuangxi, et al. Inverse kinematics and rigid-body dynamics for a three rotational degrees of freedom parallel manipulator[J]. Robotics and Computer-integrated Manufacturing, 2015, 31(1): 40 - 50.
- LU Y, LI X P. Dynamics analysis for a novel 6 - DOF parallel manipulator with three planar limbs[J]. Advanced Robotics, 2014, 28(16): 1121 - 1132.
- 赵永生,郑魁敬,李秦川,等. 5-UPS/PRPU 五自由度并联机床运动学分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 12 - 16.
ZHAO Yongsheng, ZHENG Kuijing, LI Qinchuan, et al. Kinematic analysis of 5 - UPS/PRPU 5 - DOF parallel machine tool[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 12 - 16. (in Chinese)
- 刘海涛,黄田,CHETWYND D G,等. 5 自由度大工作空间/支链行程比混联机械手的概念设计与尺度综合[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 14 - 20.
LIU Haitao, HUANG Tian, CHETWYND D G, et al. Kinematic design of 5 - DOF hybrid robot with large workspace/limb-stroke ratio[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6): 14 - 20. (in Chinese)
- 李秦川,陈巧红,胡旭东,等. 对称五自由度 3R2T 并联机构的雅可比分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(14): 1731 - 1735.
LI Qinchuan, CHEN Qiaohong, HU Xudong, et al. Jacobian analysis of symmetrical 5 - DOF 3R2T parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(14): 1731 - 1735. (in Chinese)
- 王庚祥,刘宏昭,原大宁,等. 空间 4-SPS/CU 并联机构的受力分析[J]. 农业工程学报, 2012, 28(22): 30 - 38.
WANG Gengxiang, LIU Hongzhao, YUAN Daning, et al. Force analysis of spatial 4 - SPS/CU parallel mechanism [J]. Transactions of the CSAE, 2012, 28(22): 30 - 38. (in Chinese)
- 荣誉,金振林. 五自由度并联机械腿静力学性能评价与优化设计[J]. 光学精密工程, 2012, 20(6): 1233 - 1242.
RONG Yu, JIN Zhenlin. Static performance evaluation and optimal design of 5 - DOF parallel mechanical leg[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(6): 1233 - 1242. (in Chinese)

- 14 周玉林,李波,杨龙,等.二自由度球面并联机构UP+R静力学分析[J].中国机械工程,2013,24(15):2081-2087.
ZHOU Yulin, LI Bo, YANG Long, et al. Statics analysis of a spherical parallel mechanism UP+R with 2-DOF[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(15): 2081-2087. (in Chinese)
- 15 吴威锋,张伟中,钱荣.一种新型二自由度并联机构的运动学及静力学分析[J].机电工程,2015,32(2):206-210.
WU Weifeng, ZHANG Weizhong, QIAN Rong. Kinematic and static analysis of a novel parallel mechanism with 2-DOF[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2015, 32(2): 206-210. (in Chinese)
- 16 陈修龙,贾帅帅,邓昱.高速空间并联式坐标测量机动力学优化设计[J].农业机械学报,2012,43(3):213-218.
CHEN Xiulong, JIA Shuaishuai, DENG Yu. Dynamics optimization design of high-speed spatial parallel coordinate measuring machine[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 213-218. (in Chinese)
- 17 XIE F G, LIU X J, ZHANG H, et al. Design and experimental study of the SPKM165, a five-axis serial-parallel kinematic milling machine[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(5): 1193-1205.
- 18 XI F, XU Y, XIONG G. Design and analysis of a re-configurable parallel robot[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(2): 191-211.
- 19 耿明超,赵铁石,王唱,等.4-UPS/UPR并联机构动力学分析[J].农业机械学报,2014,45(8):299-306.
GENG Mingchao, ZHAO Tieshi, WANG Chang, et al. 4-UPS/UPR parallel mechanism and its dynamic analysis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(8): 299-306. (in Chinese)
- 20 WU J, WANG J, LI T, et al. Dynamic analysis of the 2-DOF planar parallel manipulator of a heavy duty hybrid machine tool[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, 34(3-4): 413-420.
- 21 蔡贇,张邦成,姚禹.3PTT-2R串并联数控机床动力学耦合特性研究[J].农业机械学报,2015,46(12):362-369.
CAI Yun, ZHANG Bangcheng, YAO Yu. Dynamics coupling characteristics of 3PTT-2R NC serial-parallel machine tool[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12): 362-369. (in Chinese)
- 22 崔国华,张海强,徐丰,等.空间3-PUS-UP并联机构运动灵巧性与刚度性能研究[J].农业机械学报,2014,45(12):348-354.
CUI Guohua, ZHANG Haiqiang, XU Feng, et al. Kinematic dexterity and stiffness performance of spatial 3-PUS-UP parallel manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(12): 348-354. (in Chinese)