

# 基于 Pareto 最优解的非对称转向机构双目标优化

姚鑫骅<sup>1</sup> 吕茂印<sup>1</sup> 徐月同<sup>1</sup> 徐冠华<sup>1,2</sup> 冯振礼<sup>3</sup>

(1. 浙江大学浙江省先进制造技术重点实验室, 杭州 310027; 2. 浙江大学昆山创新中心, 昆山 215300;  
3. 宁波如意股份有限公司, 宁波 315600)

**摘要:** 根据四向叉车的转向需求, 设计适用于四向叉车的非对称转向机构; 为了同时提高非对称转向机构纵向和横向转向性能, 分别建立非对称转向机构纵向四轮转向和横向两轮转向的转向运动数学模型, 并且构建纵向四轮左、右转向非对称性约束; 以接近 Ackermann 理想转向为优化目标, 建立非对称转向机构双目标优化函数, 采用改进的粒子群优化 (PSO) 算法求解非对称转向机构双目标优化的 Pareto 最优解。优化结果分析算例表明纵向和横向转向性能可分别提高 32.1% 和 38.9%, 为非对称转向机构优化设计提供有益的理论参考。

**关键词:** 四向叉车; 非对称转向机构; Ackermann 理想转向; 双目标优化; 粒子群优化算法; Pareto 最优解

**中图分类号:** TH122; TH242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)02-0330-08

## Double Objectives Optimization of Asymmetric Steering Mechanism Based on Pareto-optimal Solution

Yao Xinhua<sup>1</sup> Lü Maoyin<sup>1</sup> Xu Yuetong<sup>1</sup> Xu Guanhua<sup>1,2</sup> Feng Zhenli<sup>3</sup>

(1. Zhejiang Province Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China  
2. Zhejiang University Kunshan Innovation Institute, Kunshan 215300, China  
3. Ningbo Ruyi Group Co., Ltd., Ningbo 315600, China)

**Abstract:** According to the steering demand of four-way forklift truck, a kind of asymmetric steering mechanism (ASM) which is applicable to the four-way forklift truck was developed. In order to solve the steering performance deterioration in horizontal and longitudinal modes led by optimizing longitudinal and horizontal steering performances unilaterally and the disunion of optimization results data led by optimizing longitudinal and horizontal steering performances, the movement mathematics model of longitudinal four-wheel steering and horizontal two-wheel steering of ASM were established, respectively. The optimal mathematics model of longitudinal four-wheel steering and horizontal two-wheel steering were established. The asymmetry constraint of left and right steerings in the longitudinal four-wheel steering mode was put forward. Double objectives optimization functions aiming at approaching the Ackermann ideal steering performance were established. The Pareto-optimal solution set of ASM's double objectives optimization functions was obtained by using the improved particle swarm optimization (PSO) algorithm. Finally, taking the non-dominated solution in the case that optimization results of steering performance were improved by 32.1% and 38.9% in the longitudinal and horizontal steering modes respectively as example, the proximity of steering performance in the longitudinal and horizontal steering modes to the Ackermann ideal steering performance and the rotation error of steering wheels were analyzed. The study provides theoretical reference for the optimization design of ASM.

收稿日期: 2015-07-18 修回日期: 2015-08-15

**基金项目:** “十二五”国家科技支撑计划项目(2013BAF05B01)、江苏省自然科学基金青年基金项目(BK20150397)和宁波市科技计划项目(2013B82001)

**作者简介:** 姚鑫骅(1978—),男,副教授,主要从事智能装备研究,E-mail: lmyzju@163.com

**通信作者:** 徐月同(1968—),男,副教授,主要从事高端仓储工业车辆研究,E-mail: xyt@zju.edu.cn

**Key words:** four-way forklift truck; asymmetric steering mechanism; Ackermann ideal steering; double objectives optimization; particle swarm optimization algorithm; Pareto-optimal solution

## 引言

四向叉车同时具有平衡重式叉车、侧面叉车和前移式叉车等多种叉车功能<sup>[1]</sup>,特别适用于狭窄通道中长形物料的装卸、搬运、码垛。四向叉车的最大特点是:既可纵向行驶也可横向行驶,并且在纵向行驶和横向行驶过程中可左、右转向。因此,转向系统是实现四向叉车运动功能的关键部分。考虑到常用的单、双梯形转向机构在纵—横 $90^\circ$ 切换过程中不能规避“死点”,设计了一款适用于四向叉车的液控式非对称转向机构,该转向机构可实现纵—横 $90^\circ$ 切换,并且能有效规避纵—横向切换过程中的“死点”,还可实现纵向和横向行驶过程中的左、右转向。

然而,所有的转向机构都不能完全满足 Ackermann 转向<sup>[2]</sup>,有必要对转向机构的尺寸和定位参数进行优化,使其转向状态尽量接近 Ackermann 转向,进而减小转向过程中的行驶阻力和轮胎的磨损程度,对于非对称转向机构,还可减小横向转向油缸所受的侧偏力。目前,已有学者采用约束坐标轮换法<sup>[3]</sup>、正交法<sup>[4]</sup>、遗传算法<sup>[5]</sup>、复合形法<sup>[6]</sup>等对梯形转向机构进行优化,取得了一定成果。但是上述用于梯形转向机构的优化方法并不完全适用于非对称转向机构的优化,原因在于对梯形转向机构进行优化,所需优化目标函数往往只有一个,而四向叉车存在纵向和横向两个行驶方向的转向,若只对非对称转向机构纵向(或横向)转向性能进行优化,很可能导致横向(或纵向)转向性能急剧恶化,若同时单方面对纵向和横向转向性能进行优化,则会造成两次优化结果数据不统一。

双目标优化亦属多目标优化范畴,目前可采用粒子群算法、蚁群算法、拟退火算法等优化算法求解多目标优化问题<sup>[7]</sup>,同时由于粒子群算法具有:通用性好、适合处理多种类型目标函数和约束、易与传统优化方法结合等优点,使其在解决多目标优化问题上具有很大的优势<sup>[8-9]</sup>。结合粒子群算法的优点,再考虑到非对称转向机构优化有较多的优化参数和约束,本文通过引入 Pareto 最优解理论,提出采用改进的粒子群算法求解非对称转向机构双目标优化的 Pareto 最优解。

## 1 非对称转向机构转向运动分析

### 1.1 纵向行驶转向运动分析

非对称转向机构纵向直线行驶如图 1 所示。图 1 中,定义  $y$  轴正方向为纵向前行方向,定义  $x$  轴负方向为横向前行方向, $v$  为叉车行驶速度, $l$  为纵向轮距, $m$  为横向轮距, $n$  为横向转向油缸长度, $m_1$ 、 $m_2$  分别为左、右转向臂长度,且  $m_1 > m_2$ 。与常用的梯形转向机构相比,该转向机构的左、右转向臂不相等,因此该转向机构是一种非对称的转向机构。

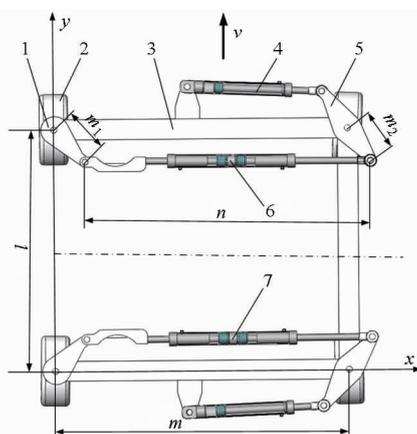


图 1 非对称转向机构纵向直线行驶示意图

Fig. 1 Longitudinal driving diagram of asymmetric steering mechanism

1. 左转向臂 2. 车轮 3. 机架 4. 纵向转向油缸 5. 右转向臂
6. 上横向转向油缸 7. 下横向转向油缸

图 1 中,四向叉车处于纵向直线行驶状态,两横向转向油缸活塞杆全部缩回并锁死,当作连杆使用,若此时两纵向转向油缸活塞杆继续伸出,则可实现纵向四轮右转向,若缩回则可实现纵向四轮左转向。

根据以上非对称转向机构纵向四轮左、右转向特性,建立如图 2 所示纵向行驶转向示意图,因转向时前后转向机构具有相同的转向状态,故取两后轮右转向时的状态为研究对象。

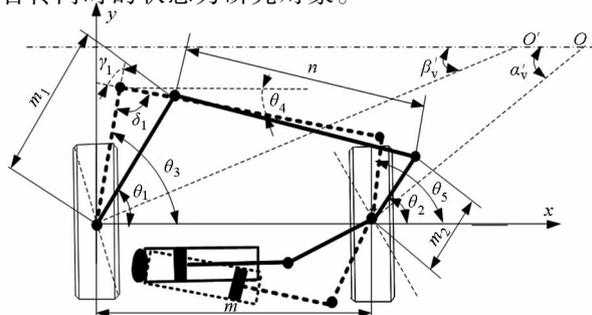


图 2 纵向行驶右转向示意图

Fig. 2 Turn right diagram of longitudinal driving

图2中,实线表示初始纵向直线行驶状态,此时车轮轴线与 $x$ 轴重合, $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 为左、右转向臂的初始安装角;虚线表示纵向某一右转向状态,此时内外转向轮轴线分别交于纵向轮距中线上 $O$ 、 $O'$ , $\alpha_v$ 、 $\beta'_v$ 分别为内外转向轮转过的角度, $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 分别为左转向臂、横向转向油缸、右转向臂与水平方向夹角, $\delta_1$ 、 $\gamma_1$ 分别为 $m_1$ 和 $n$ 的夹角和传动角。

整个纵向转向过程中,四杆机构始终组成一个封闭的矢量多边形,由图2可知

$$m_1 + n = m + m_2 \quad (1)$$

由于 $m$ 固定于机架,所以 $m$ 与水平方向夹角始终为零; $m_2$ 、 $m_1$ 分别与内外转向轮固定,所以 $m_2$ 、 $m_1$ 转过的角度与内外转向轮转过的角度 $\alpha_v$ 、 $\beta'_v$ 相等。当转向到图中虚线所示位置时,结合图2的几何关系,由式(1)可得

$$\begin{cases} m_1 \cos(\theta_1 + \beta'_v) + n \cos \theta_4 - m - m_2 \cos(\theta_2 + \alpha_v) = 0 \\ m_1 \sin(\theta_1 + \beta'_v) + n \sin \theta_4 - m_2 \sin(\theta_2 + \alpha_v) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

在 $m$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $n$ 、 $l$ 、 $\alpha_v$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 确定时,式(2)可解出 $\beta'_v$ 、 $\theta_4$ 。

## 1.2 横向行驶转向运动分析

非对称转向机构横向行驶如图3所示。在图1所示的纵向直线行驶状态下,将纵向转向油缸活塞杆全部推出并锁死,车轮 $90^\circ$ 转向,便可实现纵向行驶切换到横向行驶,切换过程中叉车处于停止状态。

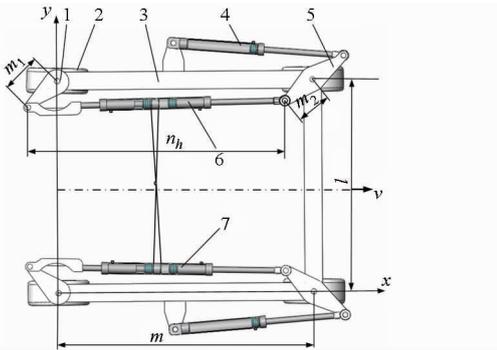


图3 非对称转向机构横向行驶示意图

Fig. 3 Horizontal steering diagram of asymmetric steering mechanism

1. 左转向臂 2. 车轮 3. 机架 4. 纵向转向油缸 5. 右转向臂
6. 上横向转向油缸 7. 下横向转向油缸

图3中,四向叉车处于横向直线行驶状态,此时两横向转向油缸右活塞杆全部伸出,左活塞杆全部缩回,且上横向转向油缸左、右无杆腔分别与下横向转向油缸右、左无杆腔串联;在图3所示横向直线行驶状态下,若上横向转向油缸左活塞杆继续伸出,与此同时下横向转向油缸右活塞杆缩回,则可实现横向行驶两后轮左转向;相反,若下横向转向油缸左活塞杆继续伸出,与此同时上横向转向油缸右活塞杆缩回,则可实现横向行驶两后轮右转向。

根据以上非对称转向机构横向两轮左、右转向特性,建立如图4所示横向行驶转向示意图,横向行驶时两后轮左、右转向具有对称性,以两后轮左转向时的状态为研究对象。

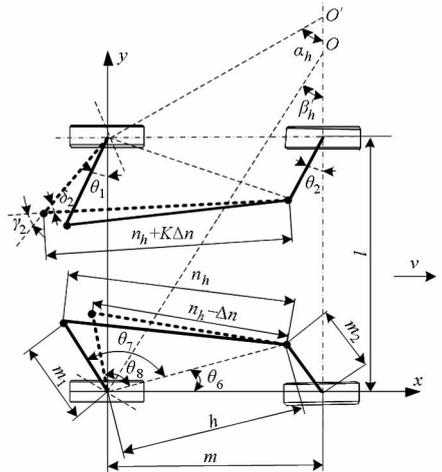


图4 横向行驶左转向示意图

Fig. 4 Turn left diagram of horizontal driving two-wheel steering

图4中,实线表示初始横向直线行驶状态,此时车轮轴线与 $y$ 轴重合, $h$ 为辅助线长度, $\theta_6$ 为一辅助角,左转向臂与辅助线 $h$ 的夹角为 $\theta_7$ ,上下两横向转向油缸长度为 $n_h$ ;虚线表示某一左转向状态,内外转向轮轴线分别交于两后轮距轴线上 $O$ 、 $O'$ ,此时左转向臂与辅助线 $h$ 的夹角为 $\theta_8$ ,设两横向转向油缸右、左无杆腔的有效作用面积之比为 $K$ ,若下横向转向油缸缩短 $\Delta n$ ,则上横向转向油缸伸长后长度为 $n + K\Delta n$ , $\alpha_h$ 、 $\beta'_h$ 分别为内外转向轮转过的角度, $\delta_2$ 、 $\gamma_2$ 分别为 $m_1$ 和 $n_h$ 的夹角和传动角。

由于左转向臂与车轮相对位置固定,因此左转向臂转过的角度等于车轮轴线转过的角度,由此可得外转向轮转角为

$$\beta'_h = \theta_7 - \theta_8 \quad (3)$$

$$\text{其中 } \theta_7 = \theta_1 + \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{h^2 + m^2 - m_2^2}{2hm} \quad (4)$$

$$h = \sqrt{m^2 + m_2^2 - 2mm_2 \cos(\pi/2 - \theta_2)} \quad (5)$$

$$\theta_8 = \arccos \frac{h^2 + m_1^2 - (n - \Delta n)^2}{2hm_1} \quad (6)$$

$$n_h = \sqrt{m_1^2 + h^2 - 2m_1 h \cos \theta_7} \quad (7)$$

同理可知,内转向轮转角 $\alpha_h$ 为

$$\alpha_h = \arccos \frac{h^2 + m_1^2 - (n + K\Delta n)^2}{2hm_1} - \theta_7 \quad (8)$$

## 2 非对称转向机构优化

### 2.1 目标函数

Ackermann转向是一种车轮作纯滚动、无侧偏

的理想转向状态, Ackermann 转向过程中, 要求各车轮的轴线始终交于一点, 如此车辆在转向过程中具有最小的行驶阻力和轮胎磨损<sup>[10]</sup>。因此, 在非对称转向机构设计过程中, 纵向行驶转向需尽量接近 Ackermann 理想四轮转向, 横向行驶转向需尽量接近 Ackermann 理想两轮转向。

Ackermann 理想四轮转向如图 5 所示, 转向过程中各车轮的轴线始终交于纵向轮距中线上某一点  $O$ 。由图 5 几何关系可得 Ackermann 理想四轮转向需满足

$$\beta_v = \operatorname{arccot} \frac{2m + l \cot \alpha_v}{l} \quad (9)$$

式中  $\beta_v$ ——四轮转向外转向轮转角

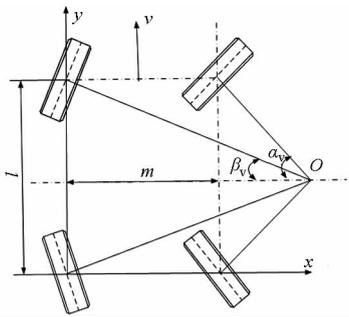


图 5 Ackermann 理想四轮转向示意图

Fig. 5 Ackermann ideal four-wheel steering principle diagram

当四轮转向内转向轮转角为  $\alpha_{vk}$  时, 取对应的非对称转向机构四轮转向外转向轮转角  $\beta'_{vk}$  与 Ackermann 理想四轮转向外轮转角  $\beta_{vk}$  之间的绝对误差加权求和作为非对称转向机构四轮转向性能优劣的评价标准。因此, 非对称转向机构纵向四轮转向优化的目标函数可表示为

$$\min(f_1(X_v)) = \min \left( \sum_{\alpha_k=1}^{\alpha_{\max}} |\beta'_{vk} - \beta_{vk}| \omega_1(\alpha_{vk}) \right) \quad (10)$$

式中  $X_v$ ——优化变量

$\omega_1(\alpha_{vk})$ ——加权函数

由式(2)、(9)可知, 影响  $\beta_v$ 、 $\beta'_v$  取值的参数为  $m$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $n$ 、 $l$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ , 但在  $m$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $n$ 、 $\theta_2$  确定的情况下,  $\theta_1$  也随之确定, 所以纵向四轮转向优化变量为

$$X_v = (m, m_1, m_2, n, l, \theta_2) \quad (11)$$

加权函数  $\omega_1(\alpha_{vk})$  体现不同转向角对转向误差的要求。在车速较高、使用较频繁的小转向角区间要求转向误差要小; 在车速较慢、较少使用的大转向角区间要求转向误差适当放宽, 即  $\omega_1(\alpha_{vk})$  应随  $\alpha_{vk}$  的增大而减小。参照文献[11]给出函数  $\omega_1(\alpha_{vk})$  的表达式

$$\omega_1(\alpha_{vk}) = \begin{cases} 1.25 & (1^\circ \leq \alpha_{vk} \leq 10^\circ) \\ 0.90 & (10^\circ < \alpha_{vk} \leq 20^\circ) \\ 0.45 & (\alpha_{vk} > 20^\circ) \end{cases} \quad (12)$$

Ackermann 理想两轮转向如图 6 所示, 转向过程中两后轮的轴线始终交于前轮轴线上某一点  $O$ 。

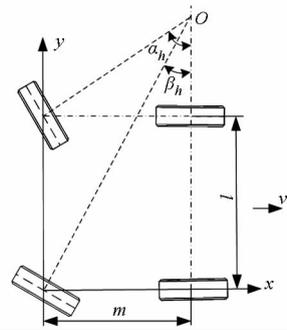


图 6 Ackermann 理想两轮转向示意图

Fig. 6 Ackermann ideal two-wheel steering principle diagram

由图 6 几何关系可得 Ackermann 理想两轮转向需满足

$$\beta_h = \operatorname{arccot} \left( \frac{l}{m} + \cot \alpha_h \right) \quad (13)$$

式中  $\beta_h$ ——两轮转向外转向轮转角

$\alpha_h$ ——两轮转向内转向轮转角

与纵向四轮转向优化类似, 非对称转向机构横向两轮转向优化的目标函数可表示为

$$\min(f_2(X_h)) = \min \left( \sum_{\alpha_k=1}^{\alpha_{\max}} |\beta'_{hk} - \beta_{hk}| \omega_2(\alpha_{hk}) \right) \quad (14)$$

式中, 加权函数  $\omega_2(\alpha_{hk})$  的取值与式(12)相同, 由式(3)~(8)以及式(13)可知, 影响  $\beta_h$ 、 $\beta'_h$  取值的参数为  $m$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $n$ 、 $l$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $K$ , 所以横向两轮转向优化变量为

$$X_h = (m, m_1, m_2, n, l, \theta_2, K) \quad (15)$$

## 2.2 约束条件

考虑到纵向左、右转向的非对称性、连杆传动效率、实际装配空间限制因素, 变量需满足以下 3 个约束条件:

(1) 由于非对称转向机构左右转向臂长度不相等, 因而会导致纵向行驶左、右转向性能不对称, 这种不对称对操作人员来说是不利的, 因此需要加以限制。

由式(3)可知, 在  $m$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $n$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $l$  一定的情况下, 纵向行驶外轮转向角  $\beta'_v$  是关于内轮转向角  $\alpha_v$  的函数, 在此记为  $\beta'_v = f_3(\alpha_v)$ , 并且定义  $\alpha_v < 0$  时四向叉车处于纵向左转向状态,  $\alpha_v > 0$  时处于纵向右转向状态, 由于纵向行驶左、右转向的最大角度应相等, 故  $\alpha_v$  的取值可限定在某区间  $[-A, A]$  内,  $A > 0$ 。

在纵向行驶中, 当左、右转向内轮转过的角度相等时, 取相应外轮转过角度的绝对值之差的绝对值作为非对称性的评价指标。因此, 非对称转向机构

的纵向行驶左、右转向非对称性约束可以表示为

$$\min(f_4(\beta'_{vk})) = \min(|f_3(\alpha_{vk})| - |f_3(|\alpha_{vk}|)|) \leq \max A \quad (16)$$

式中,  $\alpha_{vk} \in [-A, 0]$ ,  $\max A$  表示纵向行驶左、右转向非对称性的最大值,  $\max A$  的具体取值根据企业标准而定。

(2) 由机械原理可知, 为了避免出现“死点”现象, 连杆传动的传动角不宜过小, 纵向和横向转向时, 应保证传动角  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  大于  $40^\circ$ 。

纵向行驶转向时, 由图 2 分析可得

$$2\pi/9 < \delta_1 < 7\pi/9 \quad (17)$$

由图 2 几何关系可知

$$\theta_3 + \delta_1 + \theta_4 = \pi \quad (18)$$

结合式(17)、(18)可得纵向行驶转向约束

$$\frac{2\pi}{9} - \theta_1 \leq \beta'_v + \theta_4 \leq \frac{7\pi}{9} - \theta_1 \quad (19)$$

横向行驶转向时, 由图 4 分析可得

$$2\pi/9 < \delta_2 < 7\pi/9 \quad (20)$$

由图 4 几何关系结合余弦定理, 可得横向行驶转向约束

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{9} < \arccos \frac{m_1^2 + (n_h + K\Delta n)^2 - h^2}{2m_1(n_h + K\Delta n)} \\ \frac{7\pi}{9} > \arccos \frac{m_1^2 + (n_h - \Delta n)^2 - h^2}{2m_1(n_h - \Delta n)} \end{cases} \quad (21)$$

(3) 受实际装配空间的限制, 变量的取值需要限定在一定范围之内, 若设计优化变量为

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_v \cup \mathbf{X}_h = (m, m_1, m_2, n, l, \theta_2, K) \quad (22)$$

则  $\mathbf{X}$  需满足

$$\mathbf{X}_{j,\min} \leq \mathbf{X}_j \leq \mathbf{X}_{j,\max} \quad (j \in D) \quad (23)$$

式中  $\mathbf{X}_{j,\max}$  —— 变量上限值

$\mathbf{X}_{j,\min}$  —— 变量下限值

$D$  —— 变量维数

### 2.3 Pareto 最优解

非对称转向机构双目标优化问题可描述为

$$\begin{cases} \min F(\mathbf{X}) = (f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X})) \\ \text{s. t. 同时满足式(16)、(19)、(21)、(23)} \end{cases} \quad (24)$$

式中  $F(\mathbf{X})$  —— 目标函数

对于式(24)所示的非对称转向机构双目标优化问题, 通常并不存在唯一全局最优解, 使得纵向行驶转向和横向行驶转向优化目标函数同时取得最优值。为求解式(24), 本文采用 Pareto 最优解理论<sup>[12-13]</sup>:

定义 1: 当  $\forall x_1 \in \mathbf{X}$  和  $\forall x_2 \in \mathbf{X}$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 则满足以下 2 个条件, 则可以称变量  $x_1$  支配变量  $x_2$ 。

(1)  $f_1(x_1)$ 、 $f_2(x_1)$  关于  $x_1$  的优化结果都不比所

有关于  $x_2$  的优化结果差。

(2)  $f_1(x_1)$ 、 $f_2(x_1)$  优化结果中至少有一个要优于  $f_1(x_2)$ 、 $f_2(x_2)$ 。

定义 2: 当  $x_1 \in \mathbf{X}$ , 如果解空间  $\mathbf{X}$  中其他任意一个解都不支配  $x_1$ , 则称  $x_1$  为双目标优化问题的非支配解, 即 Pareto 非支配解。

非对称转向机构双目标优化就是要求解一组由非支配解构成的集合, 即 Pareto 最优解。

### 2.4 双目标粒子群算法

粒子群优化算法 (PSO) 是源于对鸟群觅食过程的模拟, 通过个体间合作与竞争产生的群体智能优化算法, 最先由 Kennedy 等提出, 其鲁棒性强, 在处理数值优化问题上有比较优越的性能<sup>[14-15]</sup>。

在一个粒子规模为  $M$ , 维数为  $D$  的粒子群算法中, 经过  $t$  次迭代后, 第  $i$  粒子更新自己的速度和位置<sup>[16-17]</sup>, 即

$$V_{i,j}^{t+1} = \omega V_{i,j}^t + c_1 r_1 (P_{i,j}^t - X_{i,j}^t) + c_2 r_2 (P_{g,j}^t - X_{i,j}^t) \quad (25)$$

$$X_{i,j}^{t+1} = X_{i,j}^t + V_{i,j}^{t+1} \quad (i \in M, j \in D) \quad (26)$$

式中  $\omega$  —— 惯性因子

$c_1, c_2$  —— 学习因子

$r_1, r_2$  ——  $[0, 1]$  中均匀分布的随机数

$P_{i,j}^t$  —— 粒子自身经历的个体极值

$P_{g,j}^t$  —— 整个粒子群经历的全局极值

由于双目标优化问题的解一般是一组或几组连续解的集合, 即双目标优化中的  $P_{i,j}^t$ 、 $P_{g,j}^t$  皆为 Pareto 最优解集, 与单目标优化问题中  $P_{i,j}^t$ 、 $P_{g,j}^t$  为单个解或一组连续解的情况不同, 所以传统的粒子群算法不能直接求解双目标优化问题。因此, 采用粒子群算法求解双目标优化模型需要做一些改进<sup>[18]</sup>: 首先, 在算法迭代过程中, 分别从  $P_{i,j}^t$  和  $P_{g,j}^t$  2 个 Pareto 最优解集中随机选取出一个非支配解代入式(25)。其次, 设置  $P_{i,j}^t$  和  $P_{g,j}^t$  2 个 Pareto 最优解集包含的非支配个数为有限值, 迭代过程中若获得的非支配解个数大于所设置的极限值, 则需要计算非支配解的拥挤距离, 然后将拥挤距离较小的非支配解排除<sup>[21]</sup>。

双目标粒子群算法的具体实现主要流程如图 7 所示。

### 3 优化结果及分析

采用粒子群法对非对称转向机构进行双目标优化, 算法及变量各参数初值如表 1 所示。其中, 变量  $\mathbf{X}$  优化前的初始值是通过作图法试凑得出, 由于作图法并不易确定两横向转向油缸右、左无杆腔的有效作用面积之比  $K$ , 故取值为 1。

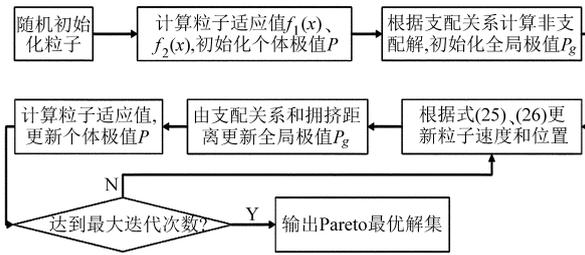


图 7 粒子群算法优化非对称转向机构流程图

Fig. 7 PSO optimization flowchart of asymmetric steering mechanism

表 1 各参数初始值

Tab. 1 Initial values of parameters

参数	初始值
$X$	[1 450, 222, 1 408, 198, 1 880, 54, 1]
$X_{max}$	[1 475, 232, 1 434, 205, 1 905, 58, 1.3]
$X_{min}$	[1 427, 213, 1 384, 192, 1 855, 50, 0.7]
迭代次数	100
$M$	20
$maxA/(^\circ)$	3

注： $X$  前 5 项分别表示横向轮距  $m$ 、左转向臂  $m_1$ 、横向转向油缸  $n$ 、右转向臂  $m_2$ 、纵向轮距  $l$  的初始值，单位都为 mm，第 6 项为左转向臂角  $\theta_2$  的初始值，单位为  $(^\circ)$ 。

当纵向四轮转向优化目标函数式 (10) 中  $k$  的取值为 30,  $\alpha_{vk}$  分度值为  $1^\circ$ ,  $\alpha_v \in A = [-15^\circ, 15^\circ]$ ,

横向两轮转向优化目标函数式 (16) 中  $k$  的取值为 90,  $\alpha_{hk}$  分度值为  $0.5^\circ$  时, 将表 1 中变量  $X = [1\ 450, 222, 1\ 408, 198, 1\ 880, 54, 1]$  分别代入式 (10)、(14), 可解得  $f_1(X) = 137.3^\circ$ ,  $f_2(X) = 70.5^\circ$ 。

当式 (10) 中  $k, \alpha_{vk}$ , 式 (14) 中  $k, \alpha_{hk}$  与上面取相同值时, 用改进的粒子群求解非对称转向机构双目标优化的 Pareto 最优解, 可得到如图 8 所示的优化结果。

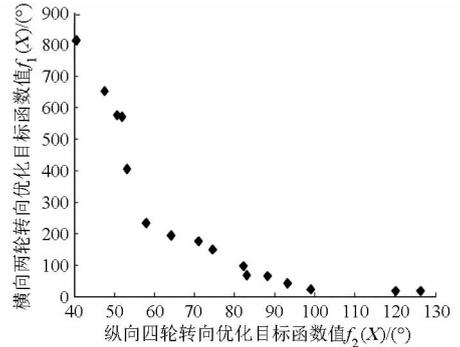


图 8 非对称转向机构双目标优化结果

Fig. 8 Results of asymmetric steering mechanism double objectives optimization

当  $F(X) = (f_1(X), f_2(X))$  取如图 8 所示的值时, 相应优化变量  $X$  的非支配解, 以及纵向、横向转向性能提高百分比如表 2 所示。

表 2 Pareto 最优解

Tab. 2 Pareto optimal solution

序号	目标函数 $F(X)$ ( $f_1(X), f_2(X)$ )	优化变量 $X$ 的非支配解 ( $m, m_1, m_2, n, l, \theta_2, K$ )	转向性能提高 (纵向, 横向) / %
1	(40.6, 812.6)	(1 425.0, 230.1, 1 427.5, 188.8, 1 898.7, 58.0, 0.83)	(70.4, -1 052.6)
2	(47.5, 652.5)	(1 438.1, 229.7, 1 430.5, 188.7, 1 856.0, 57.2, 0.90)	(65.4, -825.5)
3	(50.7, 576.3)	(1 441.3, 230.5, 1 430.4, 191.8, 1 889.2, 57.2, 1.25)	(63.1, -717.5)
4	(51.9, 570.0)	(1 434.7, 230.9, 1 426.6, 190.0, 1 860.4, 56.3, 1.22)	(62.2, -708.5)
5	(53.3, 403.8)	(1 440.9, 232.0, 1 421.1, 193.4, 1 888.8, 57.5, 1.13)	(61.2, -472.8)
6	(57.9, 232.9)	(1 458.6, 230.4, 1 420.5, 188.4, 1 897.2, 57.6, 1.08)	(57.8, -230.4)
7	(64.2, 193.4)	(1 435.3, 230.4, 1 395.9, 189.8, 1 887.7, 57.0, 1.07)	(53.2, -173.3)
8	(70.9, 175.3)	(1 473.6, 230.5, 1 432.4, 193.9, 1 888.8, 57.6, 0.97)	(48.4, -148.7)
9	(74.4, 148.4)	(1 438.7, 229.7, 1 397.0, 191.6, 1 861.0, 56.6, 1.05)	(45.8, -110.5)
10	(82.3, 97.0)	(1 431.1, 227.9, 1 388.3, 189.6, 1 865.5, 55.7, 0.99)	(40.1, -37.6)
11	(82.9, 67.8)	(1 436.7, 229.1, 1 398.6, 194.5, 1 885.5, 57.6, 0.98)	(39.6, 3.8)
12	(88.2, 65.0)	(1 456.2, 230.5, 1 392.5, 189.0, 1 894.9, 57.2, 1.00)	(35.8, 7.8)
13	(93.2, 43.1)	(1 450.2, 231.2, 1 395.6, 193.9, 1 858.4, 57.5, 0.95)	(32.1, 38.9)
14	(98.9, 22.8)	(1 452.6, 223.6, 1 390.9, 189.7, 1 862.0, 57.8, 0.95)	(30.0, 67.7)
15	(120.0, 17.7)	(1 438.5, 227.5, 1 384.7, 194.1, 1 897.7, 56.6, 0.93)	(12.6, 74.9)
16	(126.4, 16.4)	(1 469.7, 230.0, 1 410.8, 193.7, 1 860.6, 54.6, 0.93)	(7.9, 76.7)

非对称转向机构设计过程中, 企业可参考表 2 中纵向、横向转向性能提高的百分比, 选取相应非支配解作为非对称转向机构的设计尺寸。从表 2 中前 10 个非支配解可以得出, 随着纵向转向性能的缓慢提高, 横向转向性能急剧恶化, 因此表 2 中前 10 个

非支配解一般不作为优先选择对象。

选取非支配解作为非对称转向机构的设计尺寸时, 除了参考纵向、横向转向性能提高的百分比之外, 还需要分析非支配解是否与加权函数式 (12) 对转向误差的要求保持一致。以表 2 中第 13 个非支

配解分析为列,非对称转向机构优化前后纵向四轮转向内外转向轮转角关系曲线如图9所示。

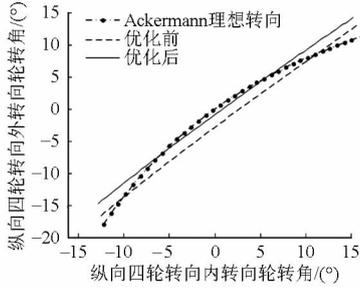


图9 优化前后纵向四轮转向内外转向轮转角关系曲线

Fig. 9 Angle relation curves between inside and outside steering wheels of longitudinal driving before and after optimization

由图9可知,经优化后纵向四轮转向内外转向轮转角关系曲线在使用较频繁的小角范围内比优化前更接近 Ackermann 理想转向。

纵向行驶左、右转向外转向轮转角误差 ( $|\beta'_v - \beta_v|$ ) 与  $\alpha_v$  的关系曲线如图10所示。

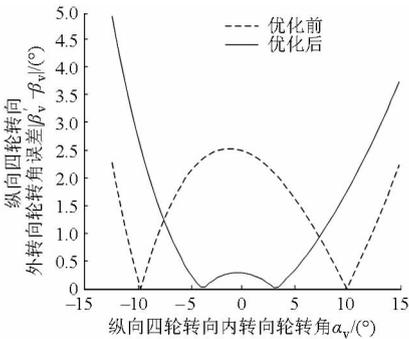


图10 纵向行驶优化前后  $|\beta'_v - \beta_v|$  与  $\alpha_v$  的关系曲线

Fig. 10 Relation curves between  $|\beta'_v - \beta_v|$  and  $\alpha_v$  before and after optimization of longitudinal driving

由图10可知,经优化后纵向四轮转向外转向轮  $0^\circ$  转角误差点 ( $|\beta'_v - \beta_v| = 0^\circ$ , 该处满足 Ackermann 理想四轮转向) 从  $|\alpha_v|$  为  $10^\circ$  优化到  $4^\circ$  左右,在转向过程中较多使用的  $|\alpha_v|$  小转向角范围内,外转向轮转角误差  $|\beta'_v - \beta_v|$  有明显减小,虽然优化后在  $|\alpha_v|$  大转角区域转角误差  $|\beta'_v - \beta_v|$  有所增加,但依然小于  $5^\circ$  外转向轮转角误差 ( $|\beta'_v - \beta_v| = 5^\circ$ ) 工业设计标准<sup>[19-20]</sup>。

当取表2中倒数第13个非支配解时,优化前后横向两轮转向内外转向轮转角关系曲线如图11所示。

由图11可知,经优化后横向两轮转向内外转向轮转角关系曲线整体上比优化前更接近 Ackermann 理想转向。

横向行驶优化前后外转向轮转角误差 ( $|\beta'_h - \beta_h|$ ) 与  $\alpha_h$  的关系曲线如图12所示。由图可知,横向两

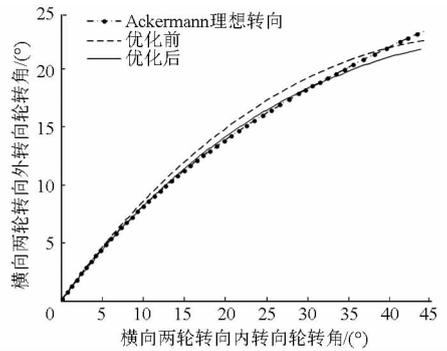


图11 优化前后横向两轮转向内外转向轮转角关系曲线

Fig. 11 Angle relation curves between inside and outside steering wheels of horizontal driving before and after optimization

轮转向外转向轮  $0^\circ$  转角误差点 ( $|\beta'_h - \beta_h| = 0^\circ$ , 该处满足 Ackermann 理想转向) 优化前为2点,优化后变为3点,表明经优化后又车在转向过程中更有可能接近 Ackermann 理想转向,优化后外转向轮转角误差 ( $|\beta'_h - \beta_h|$ ) 整体上有所减小,尽管优化后内转向轮转角  $\alpha_h$  在  $[35^\circ, 45^\circ]$  区间内对应的外转向轮转角误差 ( $|\beta'_h - \beta_h|$ ) 大于优化前,但由式(12)权值函数可知,叉车转向过程中使用该角度区间概率较小。

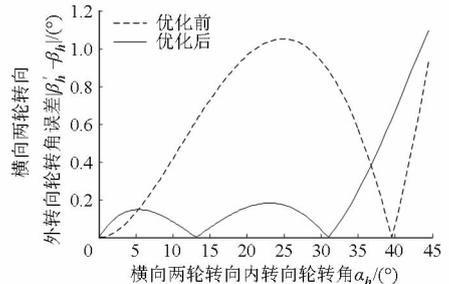


图12 横向行驶优化前后  $|\beta'_h - \beta_h|$  与  $\alpha_h$  的关系曲线

Fig. 12 Relation curves between  $|\beta'_h - \beta_h|$  and  $\alpha_h$  before and after optimization of horizontal driving

## 4 结论

(1) 本文所述的非对称转向机构,可实现四向叉车纵向-横向行驶  $90^\circ$  切换,以及纵向和横向行驶过程中的左、右转向。同时,本文提出非对称转向机构纵向行驶左、右转向非对称性的评价标准,为企业制定相应标准提供了理论依据。

(2) 针对四向叉车需进行纵向行驶转向和横向行驶转向的情况,引入 Pareto 最优解相关理论,提出采用改进粒子群算法对非对称转向机构进行双目标优化,显著减小了非对称转向机构纵向和横向实际转向运动轨迹与 Ackermann 理想转向运动轨迹之间的偏差,从而提高非对称转向机构的转向性能,可作为非对称转向机构优化设计的理论参考。

## 参 考 文 献

- 1 张占仓. 4 t 四向静压叉车设计与研究[D]. 西安:长安大学, 2012.
- 2 Economou J T, Colyer R E. Fuzzy-hybrid modelling of an Ackerman steered electric vehicle [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2006, 41(3):343-368.
- 3 Venkatachalam R, Padma Rao A. Development of a new steering mechanism for automobiles [J]. *Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I*, 2012:209-219.
- 4 徐睿良, 曹青梅. 车辆转向梯形机构的参数优化[J]. *拖拉机与农用运输车*, 2006, 35(1):38-40.
- 5 Mir Mohammad Etefagh, Morteza Saeidi Javash. Optimal synthesis of four-bar steering mechanism using AIS and genetic algorithms[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2014, 28(6):2351-2362.
- 6 姚明龙, 王福林. 车辆转向梯形机构优化设计及其求解方法的研究[J]. *机械设计与制造*, 2007, 20(5):24-26.  
Yao Minglong, Wang Fulin. The optimal design of steering trapezoidal mechanism of vehicles and the research of solution method [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2007, 20(5):24-26. (in Chinese)
- 7 肖晓伟, 肖迪, 林锦国, 等. 多目标优化问题的研究概述[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(3):805-808  
Xiao Xiaowei, Xiao Di, Lin Jinguo, et al. Over-view on multi-objective optimization problem research [J]. *Application Research of Computer*, 2011, 28(3):805-808. (in Chinese)
- 8 张利彪. 基于粒子群优化算法的研究[D]. 长春:吉林大学, 2004.
- 9 严天一, 闫海敬, 侯兆萌, 等. 车辆半主动悬架粒子群模糊混合控制策略[J]. *农业机械学报*, 2013, 44(8):1-7.  
Yan Tianyi, Yan Haijing, Hou Zhaomeng, et al. PSO-fuzzy-hybrid control strategy of semi-active suspension[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(8):1-7. (in Chinese)
- 10 De-Juan A, Sancibrian R, Viadero F. Optimal synthesis of function generation in steering linkages[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2012, 13(7):1033-1046.
- 11 王望予. 汽车设计[M]. 北京:机械工业出版社, 2004.
- 12 梁兴, 刘梅清, 燕浩, 等. 基于 Pareto 最优解的梯级泵站双目标优化调度[J]. *武汉大学学报:工学版*, 2015, 48(2):156-159.  
Liang Xing, Liu Meiqing, Yan Hao, et al. The double objectives optimal scheduling of multistage pumping stations based on Pareto-optimal method [J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2015, 48(2):156-159. (in Chinese)
- 13 王涛. 汽车悬架参数的多目标多决策优化[J]. *农业机械学报*, 2009, 40(4):27-32.  
Wang Tao. Multi-objective and multi-criteria decision optimization of automobile suspension parameters [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2009, 40(4):27-32. (in Chinese)
- 14 李建勇. 粒子群优化算法研究[D]. 杭州:浙江大学, 2004.
- 15 Saul I Gass, Michael C Fu. Particle swarm optimization[M] // *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. New York: Springer, 2013:1113.
- 16 孙光永, 李光耀, 陈涛, 等. 多目标粒子群优化算法在薄板冲压成形中的应用[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(5):153-159.  
Sun Guangyong, Li Guangyao, Chen Tao, et al. Application of multi-objective particle swarm optimization in sheet metal forming [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(5):153-159. (in Chinese)
- 17 王云, 冯毅雄, 谭建荣, 等. 基于多目标粒子群算法的柔性作业车间调度优化方法[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(2):190-196.  
Wang Yun, Feng Yixiong, Tan Jianrong, et al. Optimization method of flexible job-shop scheduling based on multi objective particle swarm optimization algorithm [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(2):190-196. (in Chinese)
- 18 尹正杰, 黄薇, 陈进. 长江流域大型水库实施生态调度方法框架研究[J]. *人民长江*, 2011, 42(4):60-63.
- 19 张德跃, 韩继峰. 叉车转角误差的图解法[J]. *建筑机械*, 2008(7):85-86.
- 20 汪小莹. 伸缩臂叉车转向系统的设计[J]. *起重运输机械*, 2010(11):24-27.
- 21 周刘喜. 基于多目标粒子群优化算法的输电网规划研究[D]. 南京:南京工业大学, 2008.