doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.08.051

切削加工机器人刚度模型研究*

张永贵 刘文洲 高金刚

(兰州理工大学机电工程学院,兰州 730050)

摘要:通过对机器人臂杆的分析研究,把机器人臂杆当作一个柔性杆进行处理,分别求出其拉伸、扭转和弯曲的挠度,运用误差参数建立运动学模型,从而求得臂杆末端挠度的映射模型,并结合机器人各关节传动误差在机器人操 作末端上的挠度误差映射,最终在机器人操作末端叠加关节挠度和臂杆挠度,通过刚度的定义求解出机器人总的 操作空间刚度。建立的机器人刚度模型可为机器人切削加工过程中刀具的误差补偿提供依据。

关键词:机器人 关节刚度 切削加工 臂杆刚度 末端挠度

中图分类号: TP24 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2014)08-0321-07

引言

6 自由度关节机器人在切削加工过程中系统刚 度远远低于 CNC 系统的刚度。典型的 6 自由度关 节工业机器人的刚度通常都低于1N/μm,然而标准 的 CNC 加工中心的刚度通常都高于 50 N/μm^[1]。 机器人刚度是描述机器人在外力作用下抵抗变形的 能力^[2],当机器人手臂末端受到外力的作用时会产 生变形,变形量与机器人系统刚度和作用力大小有 关。机器人的刚度有机械刚度和伺服刚度,其中机 械刚度又分为连杆刚度和关节刚度^[3]。其中关节 变形主要来自传动谐波齿轮的热变形、编码器的分 辩、齿轮箱的变形和电机传动误差[4-7]:机器人臂杆 并非绝对的刚性体,受力产生的变形会对机器人末 端位姿产生误差, 臂杆变形主要来源于臂杆的弯曲 变形、扭转变形和拉伸变形。关于机器人关节刚度 不足而造成机器人末端位姿误差的研究国内外已有 学者做了大量的工作,然而将机器人臂杆变形考虑 在内的机器人机械系统刚度模型的研究目前尚未有 此类文献。本文通过对机器人各臂杆分析简化,建 立机器人臂杆刚度模型并结合机器人关节刚度模 型,最终建立起机器人在其操作空间中的机械刚度 模型。

1 机器人运动学模型

针对 ER50 - C20 机器人进行研究,根据机器人的结构参数,运用 D-H 法建立机器人各连杆的附体坐标系如图1所示。相邻两连杆之间的位置和姿态关系用一个4×4的齐次变换矩阵来描述,相邻坐

标系的 D-H 变换矩阵为

 $^{i-1}A_i = \operatorname{Rot}(z, \theta_i) \operatorname{Trans}(z, d_i) \operatorname{Trans}(x, a_i) \operatorname{Rot}(x, \alpha_i)$



Fig. 1 D – H coordinates of robot

通过表1可知机器人各臂杆的参数,则操作臂 末端坐标系在基坐标系中的位姿⁰T₆就是各坐标系 变化矩阵ⁱ⁻¹A_i的连乘,即

 ${}^{0}\boldsymbol{T}_{6} = {}^{0}\boldsymbol{A}_{1}{}^{1}\boldsymbol{A}_{2}{}^{2}\boldsymbol{A}_{3}{}^{3}\boldsymbol{A}_{4}{}^{4}\boldsymbol{A}_{5}{}^{5}\boldsymbol{A}_{6}$

操作末端附体坐标系在基坐标系中的位姿矩 阵[°]**T**₆可以表示为

$${}^{0}\boldsymbol{T}_{6} = \begin{bmatrix} n_{x} & o_{x} & a_{x} & p_{x} \\ n_{y} & o_{y} & a_{y} & p_{y} \\ n_{z} & o_{z} & a_{z} & p_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1)

*国家自然科学基金资助项目(51065017)和甘肃省自然科学基金资助项目(09RJZ001)

作者简介:张永贵,高级工程师,博士,主要从事工业机器人及其应用技术、珩磨加工工艺及其专家系统技术研究,E-mail: zhyglut@126.com

收稿日期: 2013-08-18 修回日期: 2014-01-10

$$\boldsymbol{J}(q) = \begin{bmatrix} z_1 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^1 p_6 & z_2 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^2 p_6 & z_3 \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^3 p_6 & z_4 \times \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^4 p_6 & z_5 \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^5 p_6 & z_6 \times \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^6 p_6 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 & z_6 \end{bmatrix}$$
(2)

表 1 ER50 - C20 机器人连杆参数 Tab. 1 Link parameters of ER50 - C20 robot

连杆号	杆长	连杆扭角	连杆距离	关节转角	连杆参数
i	a_{i-1}/mm	$\alpha_{i-1}/\mathrm{rad}$	d_i/mm	θ_i/rad	/mm
1	a_1	90	d_1	0	563 (d_1)
2	a_2	0	0	90	$1\;014(d_4)$
3	a_3	90	0	0	$200(d_{6})$
4	0	90	d_4	0	$220(a_1)$
5	0	90	0	0	$900(a_2)$
6	0	0	d_6	0	$160(a_3)$

机器人关节挠度映射 2

机器人操作臂末端产生变形误差的元件主要有 连杆、关节支撑和关节传动驱动装置等。机器人关 节变形主要来源于传动、减速装置和伺服驱动系统, 借用文献[7]的方法可以计算出 ER50-C20 机器人 各个关节的刚度 k_i 。

机器人操作末端受到广义力 F 时,通过机器人 动力学逆解(牛顿-欧拉方程)可计算出第 i 个关节 所受力为 τ ,如果关节的弹性变形为 d_{ai} ,由刚度的 定义式可知

$$\tau = k_{\theta i} d_{q_i} \tag{3}$$

当机器人各个关节的等效刚度已知,运用雅可 比矩阵建立关节刚度和机器人末端操作刚度的映射 关系^[8-9]。

机器人的力雅可比为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(q) \boldsymbol{F} \tag{4}$$

机器人的运动雅可比为

$$\Delta \delta_{\theta} = \boldsymbol{J}(q) \, d_{q_i} \tag{5}$$

将式(3)和(4)代入式(5)可得

 $\Delta \boldsymbol{\delta}_{\theta} = \boldsymbol{J}(q) \, \boldsymbol{d}_{q} = \boldsymbol{J}(q) \, \boldsymbol{k}_{\theta}^{-1} \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{J}(q) \, \boldsymbol{k}_{\theta}^{-1} \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(q) \, \boldsymbol{F} \quad (6)$ 将雅可比矩阵、刚度矩阵和机器人操作末端所 受广义力代入式(6),可以得到机器人关节变形在 机器人臂杆末端的挠度映射。

机器人臂杆挠度 3

杆的模型假设基于伯努利—欧拉梁的假设。材 料均匀,各向同性,本构关系满足 Hooke 定律,横截 面的面积相等,偏心矩为零,杆的变形满足小变形和 小应变假设[10]。本文把机器人臂杆当作一个柔性

在机器人运动学基础之上求解机器人雅可比矩 阵,构建雅可比矩阵的方法很多,本文采用 Whitney 提出的矢量积法,得到机器人的雅可比矩阵为

$$\begin{bmatrix} z_3 \times \begin{pmatrix} 2\\3 \mathbf{R}^3 p_6 \end{pmatrix} & z_4 \times \begin{pmatrix} 3\\4 \mathbf{R}^4 p_6 \end{pmatrix} & z_5 \times \begin{pmatrix} 4\\5 \mathbf{R}^5 p_6 \end{pmatrix} & z_6 \times \begin{pmatrix} 5\\6 \mathbf{R}^6 p_6 \end{pmatrix} \\ z_3 & z_4 & z_5 & z_6 \end{bmatrix}$$
(2)

杆进行处理,柔性杆的变形包括拉伸变形、弯曲变形 和扭矩变形。如图2所示为机器人臂杆变形,其中 图 2a 是末端受到力 F_x 时绕 γ 轴弯曲产生挠度变形 Δx ,同理当臂杆末端受到 F_x 时会产生绕 x 轴的挠度 变形 $\Delta \gamma$:如图 2b 所示为机器人末端受到拉力 F. 时 会产生沿 z 轴的拉伸变形 Δl ;如图 2c 所示为机器人 末端受到绕z轴扭矩产生的扭转角 φ 。

根据机器人末端操作器的受力(力矩)和运动 轨迹,运用机器人动力学逆解可求出各臂杆末端处 的受力(力矩),即 F_{xi} 、 F_{xi} 、 F_{xi} 、 M_{xi} 、 M_{yi} 和 T_{io}



机器人臂杆刚度是臂杆抵抗变形的能力。在弹 性范围内,刚度是臂杆末端载荷与位移呈正比的比 例系数,即

$$k = \frac{F}{\delta} \tag{7}$$

一构件的广义变形(拉伸变形、挠度变形 式中 和扭转变形)

(8)

 $+\frac{F_{zi}}{k_{zi}}$

对于机器人臂杆 i 其刚度为

 $\boldsymbol{k}_{i} = \begin{bmatrix} k_{xi} & k_{yi} & k_{zi} & k_{\beta i} & k_{\gamma i} & k_{\varphi i} \end{bmatrix}$

则当机器人臂杆广义刚度和臂杆末端的广义力 已知时相应臂杆的广义变形为

$$\boldsymbol{\delta}_{i} = \begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta y_{i} & \Delta u & \Delta x_{i2} & \Delta y_{i2} & \boldsymbol{\varphi}_{i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

其中
$$\Delta x_{i1} = \frac{F_{xi}}{k_{xi}} \quad \Delta y_{i1} = \frac{F_{yi}}{k_{yi}} \quad \Delta l_i = \frac{F_{yi}}{k_{yi}}$$
$$\Delta x_{i2} = \frac{M_{xi}}{k_{\beta i}} \quad \Delta y_{i2} = \frac{M_{yi}}{k_{\gamma i}} \quad \varphi_i = \frac{T_{zi}}{k_{\varphi i}}$$

如图 2a 所示,机器人臂杆在 x-z 平面内,受到 力 F_x 和弯矩 M_x 时产生的微变量 Δx_1 和 Δx_2 ,在弹性 变形范围内,臂杆的变形也可以认为是绕 Y 轴旋转 一个角度 β 所造成。当变形为微量变形时 tan $\beta = \beta$, 则

 $\boldsymbol{\beta}_i = \frac{\boldsymbol{F}_{xi}}{\boldsymbol{h}_{xi}} + \frac{\boldsymbol{M}_{xi}}{\boldsymbol{h}_{xi}}$

同理可求出绕 x 轴的转角 y 为

$$\gamma_i = \frac{F_{yi}}{k_{yi}l_i} + \frac{M_{yi}}{k_{\gamma i}l_i}$$

臂杆挠度在操作臂末端的映射 4

通常采用 D-H 法建立机器人各关节连杆的附 体坐标系,从而来求出机器人操作末端在基座标中 的位姿,然而这种方法是以各个臂杆为刚性构件为 前提。其实机器人各臂杆并不是绝对的刚性体,当 操作末端受力时各臂杆就会产生变形,这样传统的 求解方法所求的位姿与实际位姿就会有一定的偏 差。为了解决操作末端在基座标系中实际位姿和理 论位姿之间的误差,本文在坐标系 $\Sigma(i-1)$ 与坐标 系 Σi 变化时引入扭转角 φ_i 、拉伸变形 Δl_i 、挠度 Δx_i 和挠度 $\Delta \gamma_i$,其中挠度 Δx_i 所对应的端面转角为 γ_i , $\Delta \gamma_i$ 所对应的端面转角为 $\beta_i^{[11-16]}$ 。

将机器人臂杆误差和角度变量代入式(8)可得

其中 $R_{21} = c\left(\alpha_i + \frac{F_{yi}}{k_{yi}l_i} + \frac{M_{yi}}{k_{yi}l_i}\right) s\left(\theta_i + \frac{T_i}{k_{xi}}\right) c\left(\frac{F_{xi}}{k_{yi}l_i} + \frac{T_{yi}}{k_{yi}l_i}\right)$ $\frac{M_{xi}}{k_{ai}l_{i}} + s\left(\alpha_{i} + \frac{F_{yi}}{k_{xi}l_{i}} + \frac{M_{yi}}{k_{xi}l_{i}}\right) c\left(\frac{F_{xi}}{k_{xi}l_{i}} + \frac{M_{xi}}{k_{ai}l_{i}}\right)$ $R_{22} = c \left(\alpha_i + \frac{F_{yi}}{k_{ij}l_i} + \frac{M_{yi}}{k_{ij}l_j} \right) s \left(\theta_i + \frac{T_i}{k_{ij}} \right)$ $R_{23} = c \left(\alpha_i + \frac{F_{yi}}{k \cdot l} + \frac{M_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\theta_i + \frac{T_i}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{yi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l} + \frac{T_{xi}}{k \cdot l} \right) s \left(\frac{F_{xi}}{k \cdot l}$ $\frac{M_{xi}}{k_{\alpha i}l_{i}}\right) - s\left(\alpha_{i} + \frac{F_{yi}}{k_{yi}l_{i}} + \frac{M_{yi}}{k_{yi}l_{i}}\right) c\left(\frac{F_{xi}}{k_{xi}l_{i}} + \frac{M_{xi}}{k_{\alpha i}l_{i}}\right)$ $R_{31} = s\left(\alpha_i + \frac{F_{yi}}{k_{ii}l_i} + \frac{M_{yi}}{k_{ii}l_i}\right) s\left(\theta_i + \frac{T_i}{k_{ii}}\right) c\left(\frac{F_{xi}}{k_{ii}l_i}\right)$ $\frac{M_{xi}}{k_{oi}l_{i}}\right) - c\left(\alpha_{i} + \frac{F_{yi}}{k_{vi}l_{i}} + \frac{M_{yi}}{k_{vi}l_{i}}\right) c\left(\frac{F_{xi}}{k_{vi}l_{i}} + \frac{M_{xi}}{k_{oi}l_{i}}\right)$ $R_{32} = s\left(\alpha_i + \frac{F_{yi}}{k_{yi}l_i} + \frac{M_{yi}}{k_{yi}l_i}\right) c\left(\theta_i + \frac{T_i}{k_{xi}}\right)$

$$\frac{M_{xi}}{k_{\beta i}l_{i}} + c\left(\alpha_{i} + \frac{F_{yi}}{k_{yi}l_{i}} + \frac{M_{yi}}{k_{yi}l_{i}}\right) c\left(\frac{F_{xi}}{k_{xi}l_{i}} + \frac{M_{xi}}{k_{\beta i}l_{i}}\right)$$
则机器人操作末端坐标系在基坐标系中的位姿⁰ T_{6}^{*} 为各坐标系变换矩阵ⁱ⁻¹ A_{i}^{*} 的连乘^[17-20]

$${}^{0}\boldsymbol{T}_{\epsilon}^{*} = {}^{0}\boldsymbol{A}_{\epsilon}^{*1}\boldsymbol{A}_{2}^{*2}\boldsymbol{A}_{2}^{*3}\boldsymbol{A}_{\epsilon}^{*4}\boldsymbol{A}_{\epsilon}^{*5}\boldsymbol{A}_{\epsilon}^{*}$$
(9)

把各臂杆的参数和臂杆的变形量代入式(9)可 以计算出机器人关节空间与臂杆末端操作空间的映 射关系

$${}^{0}\boldsymbol{T}_{6}^{*} = \begin{bmatrix} n_{x}^{*} & o_{x}^{*} & a_{x}^{*} & p_{x}^{*} \\ n_{y}^{*} & o_{y}^{*} & a_{y}^{*} & p_{y}^{*} \\ n_{z}^{*} & o_{z}^{*} & a_{z}^{*} & p_{z}^{*} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

其中 n_x^* 、 n_x^* 、 n_z^* 、 o_x^* 、 o_x^* 、 o_z^* 、 a_x^* 、 a_z^* 、 a_z^* 分别为末

端坐标系的坐标轴在基坐标系中的方向余旋,表示 操作末端的姿态 *p*^{*}_{*}、*p*^{*}_{*}为末端坐标系的坐标原 点在基坐标系中的位置。

如图 3 所示,当不考虑机器人臂杆挠度时,机器 人操作末端的坐标系为 Σ_6 ,它在机器人基座标系中 的变换矩阵为⁰ T_6 ;然而在实际应用中,当机器人末 端受力时臂杆一定会产生相应变形,所得到的坐标 系为 Σ'_6 其在基座标系中所对应的变换矩阵为⁰ T_6^* 。 ΔT 为坐标系 Σ'_6 到坐标系 Σ_6 的微分变换,即

$${}^{\scriptscriptstyle 0}\boldsymbol{T}_{\scriptscriptstyle 6}\Delta\boldsymbol{T} = {}^{\scriptscriptstyle 0}\boldsymbol{T}_{\scriptscriptstyle 6}^* \tag{11}$$

等式(11)两边同乘以°
$$T_6^{-1}$$
可得

$$\Delta T = {}^{0}T_{6} {}^{-10}T_{6}^{*}$$
(12)

将式(2)和式(11)代入式(12)可得

$$\Delta T = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -pn \\ o_x & o_y & o_z & -po \\ a_x & a_y & a_z & -pa \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x^* & o_x^* & a_x^* & p_x^* \\ n_y^* & o_y^* & a_y^* & p_y^* \\ n_z^* & o_z^* & a_z^* & p_z^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta n_{lx} & \Delta o_{lx} & \Delta a_{lx} & \Delta p_{lx} \\ \Delta n_{ly} & \Delta o_{ly} & \Delta a_{ly} & \Delta p_{ly} \\ \Delta n_{lz} & \Delta o_{lz} & \Delta a_{lz} & \Delta p_{lz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(13)

图 3 末端坐标系的挠度误差 Fig. 3 Deflection error of end coordinates

利用通用旋转变换中的等效转角可求得坐标系 Σ'₆在坐标系 Σ₆中的旋转变换量,即

$$\begin{split} \Delta \delta_{lx} &= \frac{\Delta o_{lz} - \Delta a_{ly}}{\sqrt{\left(\Delta o_{lz} - \Delta a_{ly}\right)^{2} + \left(\Delta a_{lx} - \Delta n_{lz}\right)^{2} + \left(\Delta n_{ly} - \Delta o_{lx}\right)^{2}}} \\ \Delta \delta_{ly} &= \frac{\Delta a_{lx} - \Delta n_{lz}}{\sqrt{\left(\Delta o_{lz} - \Delta a_{ly}\right)^{2} + \left(\Delta a_{lx} - \Delta n_{lz}\right)^{2} + \left(\Delta n_{ly} - \Delta o_{lx}\right)^{2}}} \\ \Delta \delta_{lz} &= \frac{\Delta n_{ly} - \Delta o_{lx}}{\sqrt{\left(\Delta a_{lx} - \Delta a_{ly}\right)^{2} + \left(\Delta a_{lx} - \Delta a_{lz}\right)^{2} + \left(\Delta a_{lx} - \Delta a_{ly}\right)^{2}}} \end{split}$$

 $\sqrt{(\Delta o_{l_{z}} - \Delta a_{l_{y}})^{2} + (\Delta a_{l_{x}} - \Delta n_{l_{z}})^{2} + (\Delta n_{l_{y}} - \Delta o_{l_{x}})^{2}}$ 因此可知,机器人臂杆变形在操作空间所产生的广义挠度为

$$\Delta \boldsymbol{\delta}_{l} = \begin{bmatrix} \Delta \delta_{lx} & \Delta \delta_{ly} & \Delta \delta_{lz} & \Delta p_{lx} & \Delta p_{ly} & \Delta p_{lz} \end{bmatrix}$$
(14)

5 机器人末端刚度

最后在机器人操作末端把操作空间中关节挠度 和臂杆挠度进行叠加得到机器人的总挠度,即

$$\Delta \delta = \Delta \delta_{\theta} + \Delta \delta_{\iota} \tag{15}$$

已知机器人操作末端的广义力为

 $F = \begin{bmatrix} F_{x} & F_{y} & F_{z} & M_{x} & M_{y} & M_{z} \end{bmatrix}$ (16) 把式(15)、(16)代人式(7)可以得到机器人总 的空间刚度

$$\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{F}}{\Delta \delta} = \begin{bmatrix} \frac{F_x}{\Delta d_x} & \frac{F_y}{\Delta d_y} & \frac{F_z}{\Delta d_z} & \frac{M_x}{\Delta \delta_x} & \frac{M_y}{\Delta \delta_y} & \frac{M_z}{\Delta \delta_z} \end{bmatrix}$$
(17)

将操作机器人末端的广义力和末端的总挠度代 入式(17),即可求出机器人操作空间的广义刚度。

在机器人切削加工过程中,根据加工参数和刀 具特性可以求解出刀具末端产生的切削力,通过刀 具在机器人末端的位姿关系可以计算出机器人末端 的广义力,运用本文所提出的刚度公式计算出机器人 末端的误差位移。从而为机器人误差补偿提供依据。

6 实例分析

通过实验测量得到机器人臂杆末端在不同位置 点处的挠度变形,各位置点在机器人坐标系中的位 姿如表2所示。在本实验中沿机器人每个位置点的 3个轴线方向都给予3组不同的力,其大小分别为 50、100和150N,同时用百分表测量各轴线方向上 的挠度变形量,并将各点挠度变形量记录在表3、4、 5的测量挠度栏中。

分别运用所建立的机器人关节刚度模型和臂杆 刚度模型计算机器人各被测量点处所受相同力时产 生的关节挠度变形和臂杆挠度变形,并将数据记录 在表 3、4、5 的关节挠度和臂杆挠度栏中。

通过对3组数据的分析比较可知,机器人操作 末端在操作空间中的挠度误差是由关节挠度误差和 臂杆挠度误差共同构成;除个别点外其余各点处沿 x、y和z轴方向上臂杆挠度变形和关节挠度变形的 变化趋势与实验所测挠度变形的变化趋势基本一 致,如点2、3、5、6、7、8和9,实验测量变形量与臂杆 和关节的计算变形量在变化趋势是一致的。由于本 实验在测量过程中存在测量误差,加之机器人某些 零部件无法准确测量,因此建立的机器人臂杆模型 和关节模型与机器人结构本身并不完全一致,从而 出现实验数据与计算数据不相等。但是通过数据分 析可知,在不同的测量点处机器人臂杆挠度和关节 挠度的变化趋势和实验所测机器人末端挠度的变化 趋势是基本一致的,也就是说在机器人系统模型与 机器人实际结构相符时,运用本文所提出的方法建 立机器人系统刚度模型可以比较全面地反映机器人 刚度状况,从而可以为机器人在切削加工过程中刀 具轨迹误差补偿提供一定的理论依据。

位多	冬点	A/rad	B/rad	C/rad	x/mm	y∕mm	z/mm
1	1	- 117. 82	- 134. 80	- 17. 34	- 1 072. 56	1 344.96	808.10
2	2	- 117.84	- 134. 77	- 17. 27	-1 237.97	1 527.90	805.89
3	3	- 117. 85	- 134. 76	- 17. 24	-1 061.96	1 527.95	804.84
4	ł	- 117. 85	- 134. 75	- 17. 23	- 607. 50	1 105.44	804.69
5	5	- 117.86	- 134. 75	- 17. 23	- 709. 56	1 105.40	804.53
6	5	- 117.86	- 134. 75	- 17. 22	- 823. 15	1 079.80	804.35
7	1	- 117.86	- 134. 75	- 17. 21	- 865. 83	1 079. 77	804.17
8	3	- 117.86	- 134. 24	- 17. 21	- 865. 84	1 184.49	803.97
9)	- 117.87	- 134. 74	- 17. 21	- 865. 85	1 322. 50	803.97
10	0	- 117. 88	- 134. 73	- 17. 18	- 763. 83	1 366. 26	803.12

表 3 50 N 作用力下的挠度变形

Tab. 3 Deflection under 50 N force

冶次 上	臂杆挠度/mm			关节挠度/mm			测量挠度/mm		
世安息	x	у	z	x	у	z	x	у	z
1	0.69	0.26	0.20	0.12	0.10	0.01	0.42	0.15	0.28
2	0.68	0.49	0.24	0.09	0.12	0.01	0.36	0.46	0.36
3	0.74	0.30	0.14	0.22	0.12	0.02	0.46	0.28	0.18
4	0.72	0.28	0.15	0.15	0.11	0.01	0.40	0.14	0.18
5	0.80	0.32	0.22	0.16	0.11	0.01	0.52	0.31	0.23
6	0.83	0.33	0.30	0.13	0.09	0.02	0.56	0.31	0.38
7	0.65	0.28	0.23	0.11	0.12	0.02	0.38	0.26	0.25
8	0.77	0.41	0.26	0.17	0.11	0.01	0.44	0.20	0.25
9	0.73	0.35	0.20	0.16	0.12	0.01	0.41	0.22	0.21
10	1.00	0.40	0.30	0.08	0.11	0.01	0.46	0.16	0.33

表 4 100 N 作用力下的挠度变形

Tab. 4	Deflection	under	100	Ν	force
--------	------------	-------	-----	---	-------

台次 上	臂杆挠度/mm			关节挠度/mm			测量挠度/mm		
世安点	x	у	z	x	у	z	x	у	z
1	0. 98	0.65	0.35	0.54	0.14	0.05	0.70	0.30	0.45
2	1.08	0.76	0.45	0.53	0.33	0.05	0.75	0.71	0.52
3	1.13	0.50	0.35	0.79	0.12	0.05	0.94	0.39	0.39
4	1.07	0.63	0.26	0.50	0.21	0.04	0.72	0.25	0.39
5	1.10	0.57	0.37	0.65	0.20	0.05	0.83	0.44	0.43
6	1.02	0.54	0.42	0.53	0.18	0.04	0.79	0.42	0.49
7	0.71	0.54	0.53	0.42	0.17	0.05	0.59	0.41	0.62
8	0.98	0.49	0.40	0.48	0.17	0.06	0.68	0.42	0.46
9	1.05	0.45	0.44	0.51	0.12	0.05	0.72	0.38	0.51
10	1.23	0.40	0.43	0.61	0.21	0.05	0.88	0.27	0.40

表 5 150 N 作用力下的挠度变形 Tab. 5 Deflection under 150 N force

合 次 占	臂杆挠度/mm			关节挠度/mm			测量挠度/mm		
世安点	x	у	z	x	у	z	x	у	z
1	1.12	1.05	0.69	0.94	0.17	0.08	1.05	0.60	0.64
2	1.22	1.21	0.75	1.10	0.34	0.09	1.16	0.91	0.73
3	1.35	0.78	0.55	1.21	0.20	0.09	1.30	0.56	0.59
4	0.93	0.84	0.55	0.90	0.19	0.10	1.01	0.46	0.53
5	1.13	0.83	0.58	0.99	0.23	0.08	1.00	0.56	0.56
6	1.07	0.86	0.64	0.94	0.24	0.08	0.90	0.58	0.65
7	0.97	0.79	1.02	0.75	0.18	0.10	0.82	0.50	0.98
8	1.01	0.81	0.67	0.86	0.22	0.09	0.95	0.56	0.62
9	1.20	0.78	0.65	1.21	0.20	0.09	1.15	0.54	0.62
10	1.24	0.70	0.70	1.11	0.31	0.09	1.22	0.40	0.64

7 结论

(1)通过对机器人各臂杆在外力作用时产生的 挠度计算,借助于机器人运动学方程,可以求解出各 臂杆挠度在机器人操作末端的映射,并结合机器人 关节传动误差运用雅可比矩阵求解出关节挠度在机 器人操作空间中的映射关系。

(2)通过对机器人臂杆和关节产生变形在机器 人操作空间的映射分析,可以建立机器人空间刚度 模型。该模型应用的前提是对具体机器人的各个关 节传动系统和各个臂杆进行刚度参数测量或辨识。

(3)通过实验测量数据和刚度模型计算数据对 比可知,机器人末端实验测量挠度变形量和计算挠 度变形量的变化趋势基本一致,如果机器人的臂杆 和关节简化模型和机器人结构本身一致,则采用该 方法所建立的刚度模型可以反映出机器人的真实刚 度状况。

参考文献

- 陈玉山.6R型工业机器人关节刚度辨识与实验研究[D].武汉:华中科技大学,2011.
 Chen Yushan. Joint stiffness identification of 6R industrial robot and experimental verification[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology,2011. (in Chinese)
- 2 Pashkevich A, Chablat D, Wenger P. Stiffness analysis of over constrained parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009,44(5): 966-982.
- 3 张玄辉.工业机器人刚度的辨识方法与性能分析[D].武汉:华中科技大学,2009. Zhang Xuanhui. Stiffness identification and analysis of industrial robot[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology,2009. (in Chinese)
- 4 Olabi A, Damak M, Bearee R, et al. Improving the accuracy of industrial robots by offline compensation of joints errors [J]. 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology, 2012:492 - 497.
- 5 熊有伦.机器人技术基础[M].武汉:华中科技大学出版社,1995:34-35.
- 6 卢菊洪,潘芳伟,贺利乐.新型6自由度并联机器人误差补偿[J].机械设计,2010,27(1):44-47.
 Lu Juhong, Pan Fangwei, He Lile, et al. The new 6-DOF parallel robot error compensation [J]. Journal of Machine Desing, 2010, 27(1):44-47. (in Chinese)
- 7 林义忠,廖小平,曾剑. 6R 喷涂机器人操作臂末端刚度的分析[J]. 广西大学学报,2011,36(2):234-240. Lin Yizhong,Liao Xiaoping,Zeng Jian. Analysis of arm end stiffness for a 6R-spraying robot[J]. Journal of Guangxi University, 2011,36(2):234-240. (in Chinese)
- 8 Qiang Yanhui, Jing Fengshui, Zeng Junfang. Dynamic modeling and vibration mode analysis for an industrial robot with rigid links and flexible joints [C] // 2012 24th Chinese Control and Decision Conference, 2012;3317 3321.
- 9 宗光华,张慧慧. 机器人终端挠度的算法[J].北京工业大学学报,1990,15(4):48-57.
 Zong Guanghua, Zhang Huihui. The algorithm of robot terminal deflection[J]. Journal of Beijng Polytechnic University, 1990, 15(4):48-57. (in Chinese)
- 10 刘俊.柔性杆柔性铰机器人刚柔耦合动力学[D].南京:南京理工大学,2006.
 Liu Jun. Robots rigid flexible rod flexible hinge coupling dynamics[D]. Nanjing :Nanjing University of Science and Technology, 2006. (in Chinese)
- 11 Zhang Hui, Wang Jianjun, Zhang George, et al. Machining with flexible manipulator: toward improving robotic machining performance[C] // Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2005: 1127-1132.
- 12 Chintien Huang, Weiheng Hung, Imin Kao. New conservative stiffness mapping for the stewart-gough platform [C] // Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics Automation 2002, 1:823 828.
- 13 田海波,马宏伟,魏娟. 串联机器人机械臂工作空间与结构参数研究[J]. 农业机械学报,2013,44(4):196-201. Tian Haibo, Ma Hongwei, Wei Juan. Workspace and structural parameters analysis for manipulator of serial robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2013,44(4):196-201.(in Chinese)
- 14 张永贵.喷漆机器人若干关键技术研究[D].西安:西安理工大学,2008. Zhang Yonggui. Study on some key techniques for spray painting robot[D]. Xi'an: Xian University of Technology, 2008. (in Chinese)
- 15 杜兆才,余跃庆,刘善增. 含弹性杆件的并联机器人刚度分析[J]. 机械设计,2007,24(9):32-34.
 Du Zhaocai, Yu Yueqing, Liu Shanzeng. Stiffness analysis on parallel robot containing elastic links [J]. Journal of Machine Design, 2007,24(9):32-34. (in Chinese)
- 16 Haifa Mehdi, Olfa Boubaker. Stiffness and impedance control using lyapunov theory for robot-aided rehabilitation [J]. International Journal of Social Robotics, 2012, 4(Supp.):107-119.
- 17 吴挺,吴国魁,吴海彬.6R 工业机器人运动学算法的改进[J].机电工程,2013,30(7):882-887.
 Wu Ting,Wu Guokui, Wu Haibin. Improvement of kinematics algorithm of 6R industrial robot[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering,2013,30(7):882-887. (in Chinese)

327

- 18 叶伯生,郭显金,熊烁. 计及关节属性的 6 轴工业机器人反解算法[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2013,41(3):68-71. Ye Bosheng, Guo Xianjin, Xiong Shuo. 6-axis industrial robot inverse kinematic solutionalgorithm based on joint attribute[J]. Journal Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition,2013,41(3):68-71. (in Chinese)
 19 胡俊峰 张宪尼 朱大昌 圣性并联机器人动力学建模[J] 农业机械学报 2011 42(11):208-213
- 19 胡俊峰,张宪民,朱大昌.柔性并联机器人动力学建模[J].农业机械学报,2011,42(11):208-213.
 Hu Junfeng,Zhang Xianmin,Zhu Dachang. Dynamic modeling of flexible parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2011,42(11):208-213. (in Chinese)
- 20 车林仙.6-CPS 正交并联机器人位置正解分[J].农业机械学报,2009,40(11):212-218. Che Linxian. Positional analysis of 6 - CPS orthogonal parallel manipulators [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2009,40(11):212-218. (in Chinese)

Stiffness Model of a Machining Robot

Zhang Yonggui Liu Wenzhou Gao Jin'gang

(School of Mechanical and Electronical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Taking robot arm as research objective, this paper analyzes and researches the stiffness model of a machining robot. First, the size of the equivalent stiffness is calculated according to the robot transmission components, which are come down to elastic components and reduced to the corresponding joints. After obtaining the stiffness of each robot joint, the joint deflection performance in robot end is mapped out by using Jacobian matrix. In addition, the robot arm is regarded as a flexible rod, and the deflection deformation models of stretch, torsion and curve are built, respectively. And then the robot kinematics model is established, in which the staging parameters are contained. From calculating the operation end mapping, each arm rod deflection has micro variable. Finally, the joint deflection and arm rod deflection are stacked in the robot operation end, and then the robot general operating space stiffness is solved through stiffness definition.

Key words: Robot arm Joint stiffness Machining Arm stiffness Deflection at the end of robot arm

(上接第 298 页)

Architecture and Implementation of NIR Analysis System Based on Cloud Computing

Huang Hua Zhu Shiping Liu Bizhen

(College of Engineering and Technology, Southwest University, Chongqing 400716, China)

Abstract: Traditional NIR systems are stand-alone and difficult to model. In order to share resource of existed NIR model, a NIR analysis system based on cloud computing is proposed. The NIR software analysis system is designed on a high performance server instead of the host of stand-alone version, and the architecture and design procedures of the NIR cloud analysis system are described in detail. The system has the functions of preprocessing of near infrared spectral data, quantitative analysis, qualitative analysis, spectral model search and spectral model transfer. The identification results of waste edible oil between NIR cloud analysis system and stand-alone version are compared. The overall rate of correct identification is 86. 21% for the 50 samples of waste edible oil by the NIR cloud analysis system. This result is fully consistent with the analysis results in stand-alone. The experimental results show that the cloud NIR analysis system is low cost, easy modeling, access to flexible, enabling resource sharing and remote access, etc.

Key words: Near infrared spectroscopy Cloud computing Spectral modeling