doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.05.042

直接驱动机器人自适应-PD复合运动控制研究*

贺红林 占晓煌 刘文光 封立耀
(南昌航空大学航空制造工程学院,南昌 330063)

摘要: 针对直接驱动机器人结构参数与摩擦参数的非确定性,提出机器人自适应-PD控制策略。首先分析了机器人的两类不确定性,推演了机器人动力学方程,给出不确定性动力学结构量的线性化表示;然后,对关节摩擦力矩矢进行了建模;为补偿动力学不确定性给机器人带来的控制误差,构建含位置与速度反馈的双闭环控制系统,引入自适应机构辨识不确定性参量,并据此规划出自适应控制律;为提高运动控制精度,在控制器中嵌入PD子控制器。仿真实验显示,系统的位置和角速度跟踪误差分别为 $-0.02°\sim0.03°$ 与 $\pm0.005\ \mathrm{rad/s}$,表明自适应-PD控制律可实现直接驱动机器人精密轨迹控制。

关键词: 直接驱动机器人 轨迹跟踪 动力学确定性 自适应-PD控制

中图分类号: TP242.2; TP273$^+$.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)05-0271-07

引言

为使机器人更好地服务于工农业生产,人们对其运动控制问题进行了广泛研究[1-4]。机器人控制的基本要求是运动精密性,而这对于直接驱动机器人(DDR)却是难点,这是因为DDR具有高度非线性、强耦合特征,且其非线性耦合及外部扰动无法利用减速机构进行一定的衰减。要实现直接驱动机器人精密运动控制,需解决两大问题:针对其非线性强耦合设计高性能控制器;推出高性能直接驱动电机,后者属于电机学领域问题。解决其非线性耦合,或者动用线性模型替代非线性模型,或用反馈法对模型进行线性化处理。前者完全忽略关节间耦合,控制精度低;后者是在关节中引入速度和加速度反馈,计算力矩法即是这样的方法[1,5]。研究表明,若能精准建立机器人动力学模型,则反馈线性化法可实现机器人精密轨迹跟踪[3-6],然而因DDR存在结构参数和非结构参数不确定性,如其臂杆惯量、负载等通常无法确知,其关节内摩擦具有随机性,且还存在不可建模外部扰动等问题,故其精确模型很难获得。高性能机器人控制主要是补偿两类不确定性[7]。目前,针对前一种不确定性的主要方法是自适应控制,对于后者则主要是提高控制器鲁棒性来容忍它。据此,人们提出多种算法[8-15],但这些算法或需加速度反馈,或执行效率低、实用性差,或精度不高。为此,本文提出一种免于角加速度反馈的自适应-PD算法,该算法既能实现机器人的精密轨迹跟踪又便于实现。

1 动力学模型

1.1 运动方程推导

包括计算力矩法在内的大多数机器人控制算法都基于机器人动力学模型[1]。本文的自适应-PD控制算法设计同样需利用机器人的模型信息,故有必要对机器人动力学模型进行研究。

对于自由度为 n 的直接驱动机器人臂杆系统,其运动方程可根据拉格朗日方程进行推演,即

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right)-\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}}=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_f\\ L=K-P\end{cases}\tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{q}$——关节转角矢量,$\boldsymbol{q}\in\mathbf{R}^n$

$\boldsymbol{\tau}$——关节驱动控制力矩矢量,$\boldsymbol{\tau}\in\mathbf{R}^n$

$\boldsymbol{\tau}_f$——作用于关节的摩擦力矩矢,$\boldsymbol{\tau}_f\in\mathbf{R}^n$

L——拉格朗日能量函数

K、P——系统动能与势能

根据式(1),并且考虑到机器关节内存在不可建模扰动,可推导出机器人运动方程[4]

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_f-\boldsymbol{\tau}_d\tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})$——机器人惯性阵,$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\in\mathbf{R}^{n\times n}$

$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$——科氏/向心阵,$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\in\mathbf{R}^{n\times n}$

$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})$——臂杆系统的重力矩矢,$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})\in\mathbf{R}^n$

$\boldsymbol{\tau}_d$——不可建模扰动量,$\boldsymbol{\tau}_d\in\mathbf{R}^n$

收稿日期: 2013-04-05 修回日期: 2013-06-02
* 国家自然科学基金资助项目(51265040)

作者简介: 贺红林,教授,博士,主要从事机器人控制、精密驱动技术及复杂结构动力学研究,E-mail: Hehonglin1967@163.com

根据文献[8]，摩擦力矩矢 $\boldsymbol{\tau}_f$ 可写成

$$\boldsymbol{\tau}_f=(\boldsymbol{p}_c+\boldsymbol{p}_s\exp^{(-\boldsymbol{\Psi}|\dot{\boldsymbol{q}}|)})\operatorname{sgn}(\dot{\boldsymbol{q}})+\operatorname{diag}(\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{p}_v \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}=\operatorname{diag}(\psi_1,\psi_2,\cdots,\psi_n)$

$$\operatorname{sgn}(\dot{\boldsymbol{q}})=\operatorname{diag}(\operatorname{sgn}(\dot{q}_1),\operatorname{sgn}(\dot{q}_2),\cdots,\operatorname{sgn}(\dot{q}_n))$$

$$\exp^{(-\boldsymbol{\Psi}|\dot{\boldsymbol{q}}|)}=\operatorname{diag}(\mathrm{e}^{(-\psi_1|\dot{q}_1|)},\mathrm{e}^{(-\psi_2|\dot{q}_2|)},\cdots,\mathrm{e}^{(-\psi_n|\dot{q}_n|)})$$

$$\operatorname{diag}(\dot{\boldsymbol{q}})=\operatorname{diag}(q_1,q_2,\cdots,q_n)$$

式中，$\boldsymbol{p}_c$、$\boldsymbol{p}_v$ 为关节内的库仑摩擦和黏滞摩擦矢量；$\boldsymbol{p}_s$ 为摩擦特性参数；$\psi_i(i=1,2,\cdots,n)$是常系数。对于直接驱动机器人来说，$\boldsymbol{p}_c$、$\boldsymbol{p}_v$、$\boldsymbol{p}_s$ 的值难以实测、无法确知。

为表征机器人臂杆系统结构参数变化对机器人动力学特性影响，现将式(2)左端的各个动力学项展开成

$$\begin{cases}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{D}_0(\boldsymbol{q})+\Delta\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\\ \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\boldsymbol{H}_0(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})+\Delta\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\\ \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{q})+\Delta\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})\end{cases} \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{D}_0(\boldsymbol{q})$、$\boldsymbol{H}_0(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$、$\boldsymbol{G}_0(\boldsymbol{q})$分别表示机器人惯性矩阵、向心/科氏矩阵、重力矩矢的标称部分，其值可依据臂杆的结构参数标称值予以确定；$\Delta\boldsymbol{D}$、$\Delta\boldsymbol{H}$、$\Delta\boldsymbol{G}$ 分别表示惯性矩阵、向心/科氏矩阵、重力矩矢的变动部分，表征了机器人结构参数非确定性对机器人动力学特性的影响。

1.2　模型的特性

作为拉格朗日系统，直接驱动机器人的运动方程存在一些重要的结构特性，这些特性是下面机器人控制律规划和设计的主要依据。

特性1：$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})$是一致有界对称正定阵，即总存在常数$\mu_2>\mu_1>0$，使 $\|\mu_1\boldsymbol{I}_{n\times n}\|\leqslant\|\boldsymbol{D}\|\leqslant\|\mu_2\boldsymbol{I}_{n\times n}\|$。

特性2：适当组合机器人的一组结构参数（如臂杆质量、杆长、转动惯量），则机器人运动方程总可表示成与该组参数的线性组合，即式(2)左端可写成

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})\equiv\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\ddot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\phi}_x \tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\ddot{\boldsymbol{q}})\in\mathbf{R}^{n\times r}$为机器人自回归函数矩阵，$\boldsymbol{\phi}_x\in\mathbf{R}^r$ 是由机器人若干结构参数构成的矢量。

特性3：定义 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\dot{\boldsymbol{D}}-\boldsymbol{H}$，则 $\boldsymbol{N}$ 具有斜对称性，即$\forall\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$，必有 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{x}=0$。

在规划机器人控制律时，还将利用以下有关机器人的合理假定。

假定1：机器人惯性矩阵 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})$具一致有界性，即$\|\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\|\leqslant g_B$，其中 g_B 为适当取定正常数。

假定2：离心/哥氏矩阵项 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$一致有界，即$\|\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\|\leqslant h_B\|\dot{\boldsymbol{q}}\|$，$h_B$ 为正常数。

假定3：不可建模外部扰动 $\boldsymbol{\tau}_d$ 有界，即满足：$\|\boldsymbol{\tau}_d(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},t)\|\leqslant d_B$，其中 d_B 为常数。

假定4：机器人的目标轨迹 $\boldsymbol{q}_d$、$\dot{\boldsymbol{q}}_d$、$\ddot{\boldsymbol{q}}_d$ 有界，即$\|[\boldsymbol{q}_d\quad\dot{\boldsymbol{q}}_d\quad\ddot{\boldsymbol{q}}_d]\|\leqslant q_B$，$q_B$ 为正常数。

2　运动控制器规划

2.1　误差动力学函数

机器人运动控制器设计就是规划出其关节驱动控制力矩矢 $\boldsymbol{\tau}$ 的适当形式，使机器人在关节空间内的实际运动轨迹 $\boldsymbol{q}(t)\to\boldsymbol{q}_d(t)$，$\boldsymbol{q}_d$ 表示目标轨迹。为使控制系统免于角加速度反馈，现为机器人控制系统引入广义轨迹跟踪误差定义

$$\begin{cases}\boldsymbol{s}=\dot{\boldsymbol{e}}(t)+\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{e}(t)\\ \boldsymbol{e}=\boldsymbol{q}_d(t)-\boldsymbol{q}(t)\\ \dot{\boldsymbol{e}}=\dot{\boldsymbol{q}}_d(t)-\dot{\boldsymbol{q}}(t)\end{cases} \tag{6}$$

式中　$\boldsymbol{e}$——关节位置偏差

$\dot{\boldsymbol{e}}$——角速度偏差

$\boldsymbol{\Lambda}$——适当取定的正定对称阵，$\boldsymbol{\Lambda}\in\mathbf{R}^{n\times n}$

由式(6)可知，如果误差 $\boldsymbol{s}$ 有界，则关节误差动力学系统必稳定，且 $\boldsymbol{e}(t)$、$\dot{\boldsymbol{e}}(t)$也一致有界。特别是，若控制力矩 $\boldsymbol{\tau}(t)$能使 $\boldsymbol{s}(t)\to0$，则 $\boldsymbol{e}(t)$、$\dot{\boldsymbol{e}}(t)$均趋于0。

式(6)对时间求导并代入式(2)，可得关节系统误差动力学方程另一种形式

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{s}}=&-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{s}+\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{x})+\\&\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\tau}_d-\boldsymbol{\tau}\end{aligned} \tag{7}$$

式中，$\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{x})\in\mathbf{R}^n$ 为函数矢量，形式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})(\ddot{\boldsymbol{q}}_d+\boldsymbol{\Lambda}\dot{\boldsymbol{e}})+\\ \qquad\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})(\dot{\boldsymbol{q}}_d+\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{e})+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})\\ \boldsymbol{x}\triangleq[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\quad\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\quad\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{q}_d^{\mathrm{T}}\quad\dot{\boldsymbol{q}}_d^{\mathrm{T}}\quad\ddot{\boldsymbol{q}}_d^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{8}$$

式中，$\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{x})$封装了除 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{s}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}})$之外，其它不确定性量对系统的影响。在进行机器人轨迹跟踪控制时，虽无法获得 $\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{x})$真值，但可对 $\boldsymbol{F}_s$ 进行估值。

2.2　控制系统结构

对于式(7)给定的动力学系统，若能对 $\boldsymbol{F}_s$、$\boldsymbol{\tau}_f$ 进行准确估值，并令机器人关节控制力矩为

$$\boldsymbol{\tau}=\hat{\boldsymbol{F}}_s+\hat{\boldsymbol{\tau}}_f+\boldsymbol{K}_L\boldsymbol{s} \tag{9}$$

则必能使 $\boldsymbol{s}\to0$ 或足够小。

式中，$\hat{\boldsymbol{F}}_s$ 是系统为 $\boldsymbol{F}_s$ 作出的估值；$\hat{\boldsymbol{\tau}}_f$ 为 $\boldsymbol{\tau}_f$ 的估值；$\boldsymbol{K}_L$ 是适当取定正定阵；$\boldsymbol{K}_L\boldsymbol{s}=(\boldsymbol{K}_L\boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{e}+\boldsymbol{K}_L\dot{\boldsymbol{e}}$ 为反馈控制量，构成系统比例微分校正器，其主要作用是：补偿动力学量 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{s}$ 的非确定性所引起的控制误差。

为实现式(9)的控制作用，组建图1所示关节控制系统。该系统的控制建立在自适应机构对 $\boldsymbol{F}_s$、$\boldsymbol{\tau}_f$ 进行动态辨识的基础上。将式(9)代入式(7)，可

得

$$\begin{cases}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{s}} = -(\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{K}_L)\boldsymbol{s} + \widetilde{\boldsymbol{F}}_s + \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_f + \boldsymbol{\tau}_d \\ \widetilde{\boldsymbol{F}}_s \triangleq \boldsymbol{F}_s - \hat{\boldsymbol{F}}_s \\ \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_f \triangleq \boldsymbol{\tau}_f - \hat{\boldsymbol{\tau}}_f \end{cases} \tag{10}$$

式中，$\widetilde{\boldsymbol{F}}_s$、$\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_f$ 分别表示 $\boldsymbol{F}_s$、$\boldsymbol{\tau}_f$ 的估值误差，其值直接决定系统控制精度。

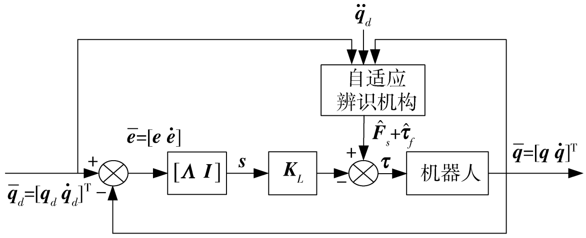

图 1　臂杆系统运动控制结构图

Fig. 1　Control system for robot's manipulator

2.3　自适应辨识机构

在图 1 中，估值 $\hat{\boldsymbol{F}}_s$、$\hat{\boldsymbol{F}}_f$ 均由自适应辨识机构确定。为设计该机构，可比照机器人模型特性线性化式，将式(8)写成

$$\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\phi}_x \tag{11}$$

式中，$\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})$ 为自适应回归矩阵，其值与臂杆系统的角位移和角速度有关；$\boldsymbol{\phi}_x$ 是由不确定性结构参数构成的矢量。机器人结构不同，其 $\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})$、$\boldsymbol{\phi}_x$ 的形式必然不同，即使同一构型机器人，若不确定性结构参数不同，其 $\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})$、$\boldsymbol{\phi}_x$ 的形式也不同。由于 $\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})$ 仅是关于机器人运动参数和确定性结构参数的函数矢，故其值具有确定性并可在线计算。由此可见，一旦将 $\boldsymbol{F}_s$ 写成线性化形式，其估值问题就转化为 $\boldsymbol{\phi}_x$ 的估值问题，即只需设计自适应机构对 $\boldsymbol{\phi}_x$ 进行辨识，就可计算出 $\hat{\boldsymbol{F}}_s$ 值。

若用 $\hat{\boldsymbol{\phi}}_x$ 表示 $\boldsymbol{\phi}_x$ 的估值，则 $\hat{\boldsymbol{F}}_s$ 可写成

$$\hat{\boldsymbol{F}}_s = \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\hat{\boldsymbol{\phi}}_x \tag{12}$$

根据式(3)关节摩擦力矩矢物理模型，并比照式(5)的参数线性化方法，同样可将 $\boldsymbol{\tau}_f$ 写成线性化形式，即

$$\begin{cases}\boldsymbol{\tau}_f = \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\phi}_f \\ \boldsymbol{\phi}_f = [\boldsymbol{p}_c^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{p}_v^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{p}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}}) = [\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{q}}) \quad \mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{q}})\mathrm{e}^{-\boldsymbol{\Psi}|\dot{\boldsymbol{q}}|} \quad \mathrm{diag}(\dot{\boldsymbol{q}})]^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{13}$$

同理，用 $\hat{\boldsymbol{\tau}}_f$ 表示 $\boldsymbol{\tau}_f$ 估值，则由式(13)可得

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_f = \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\hat{\boldsymbol{\phi}}_f \tag{14}$$

将式(12)、(14)代入式(9)，便得到关节控制输出的最终形式

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\hat{\boldsymbol{\phi}}_x + \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\hat{\boldsymbol{\phi}}_f + \boldsymbol{K}_L\boldsymbol{s} \tag{15}$$

2.4　自适应律设计

由式(15)可知，关节驱动控制力矩值主要取决于自适应机构对 $\boldsymbol{\phi}_x$、$\boldsymbol{\phi}_f$ 做出的估值，而这完全依赖于系统的参数调整律。为规划出该调整律，根据式(11)和(12)将 $\widetilde{\boldsymbol{F}}_s$ 改写成

$$\widetilde{\boldsymbol{F}}_s = \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x \tag{16}$$

式中，$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x = \boldsymbol{\phi}_x - \hat{\boldsymbol{\phi}}_x$，为 $\boldsymbol{\phi}_x$ 的估值误差。

同样，根据式(13)、(14)，将 $\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_f$ 改写成

$$\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_f = \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f \tag{17}$$

其中，$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f = \boldsymbol{\phi}_f - \hat{\boldsymbol{\phi}}_f$，$\hat{\boldsymbol{\phi}}_f$ 为 $\boldsymbol{\phi}_f$ 的估值。

将式(16)、(17)代入式(15)，则有

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{s}} = -(\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{K}_L)\boldsymbol{s} + \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x + \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f \tag{18}$$

为规划自适应调整律，构建 Lyapunov 能量函数

$$L = \frac{1}{2}[\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{s} + \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}^{-1}\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x + \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f] \tag{19}$$

式中，$\boldsymbol{\Theta}$、$\boldsymbol{\Omega} \in \mathbf{R}^{n\times n}$ 为适当取定的对称正定阵。

将式(19)对时间进行求导，得到

$$\dot{L} = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{D}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{s} + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{s}} + \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}^{-1}\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_x + \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_f \tag{20}$$

将式(18)代入式(20)，并考虑机器人斜对称动力学特性 3，可得到

$$\dot{L} = -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_L\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\tau}_d + \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\Theta}^{-1}\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_x + \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\boldsymbol{s}] + \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\Omega}^{-1}\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_f + \boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{s}] \tag{21}$$

在式(21)中，如果分别令

$$\begin{cases}\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_s = -\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\boldsymbol{s} - \vartheta\|\boldsymbol{s}\|\hat{\boldsymbol{\phi}}_x) \\ \dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_f = -\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{s} \end{cases} \tag{22}$$

式中，ϑ 是适当取定足够小正数。这样，就可将式(21)改写成

$$\begin{aligned}\dot{L} &= -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_L\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\tau}_d + \vartheta\|\boldsymbol{s}\|\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\phi}_x - \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x) \leqslant \\ &-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}K_{L\_\min}\boldsymbol{s} + d_B + \vartheta\|\boldsymbol{s}\|\cdot\|\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x\|(\phi_{x\_B} - \|\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x\|) = \\ &-\|\boldsymbol{s}\|[\vartheta(\|\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x\| - \phi_{x\_B}/2)^2 - \vartheta\phi_{x\_B}^2/4 + K_{L\_\min}\|\boldsymbol{s}\| - d_B]\end{aligned} \tag{23}$$

式中，$K_{L\_\min}$ 表示 $\boldsymbol{K}_L$ 的最小元素，ϕ_{x_B} 表示 $\boldsymbol{\phi}_x$ 的上界。因 $\boldsymbol{F}_s$、$\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})$ 是有界的，故 $\boldsymbol{\phi}_x$ 也有界。式(23)表明，一旦轨迹跟踪误差越限，即

$$\|\boldsymbol{s}\| > (\phi_{x\_B}\vartheta/4 + d_B)/K_{L\_\min} \equiv B_s \tag{24}$$

或估值偏差 $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x$ 越界，即

$$\|\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_s\| > \phi_{x\_B}/2 + \sqrt{\phi_{x\_B}^2\vartheta/4 + d_B/\vartheta} \equiv B_{\tilde{\phi}_x} \tag{25}$$

即若 $\boldsymbol{s}$ 脱离列紧集 $S_b=\{\boldsymbol{s}\mid\|\boldsymbol{s}\|\leqslant B_s\}$ 或 $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x$ 脱离列紧集 $S_{\tilde{\phi}_x}=\{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x\mid\|\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x\|\leqslant B_{\tilde{\phi}_x}\}$，$\dot{L}$ 即变为负值。这表明系统在 $\boldsymbol{s}$、$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_x$、$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_f$ 张成的空间中取值时，一定能保证 L 的正定性且 $\dot{L}$ 的负定性，它意味着式（18）给定的误差动力学系统具有稳定性。特别地，由于 $\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_x=-\dot{\hat{\boldsymbol{\phi}}}_x$，$\dot{\widetilde{\boldsymbol{\phi}}}_f=\dot{\boldsymbol{\phi}}_f-\dot{\hat{\boldsymbol{\phi}}}_f=-\dot{\hat{\boldsymbol{\phi}}}_f$，则由式（22），可得自适应机构的参数调整律

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{\phi}}}_x=\boldsymbol{\Theta}[\boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{x})\boldsymbol{s}-\vartheta\|\boldsymbol{s}\|\hat{\boldsymbol{\phi}}_x]\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\phi}}}_f=\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{Y}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{s}\end{cases}\tag{26}$$

上述分析表明，只要控制系统的自适应机构按式（26）的参数调整律对臂杆系统结构参数和摩擦特性进行动态辨识，并按式（15）确定关节的驱动控制力矩的值，则必使控制系统稳定性，且可使关节运动控制误差足够小。

3 仿真分析

3.1 仿真对象

为检验机器人自适应-PD控制算法性能，选定图2所示两自由度机器人臂杆系统为对象进行运动

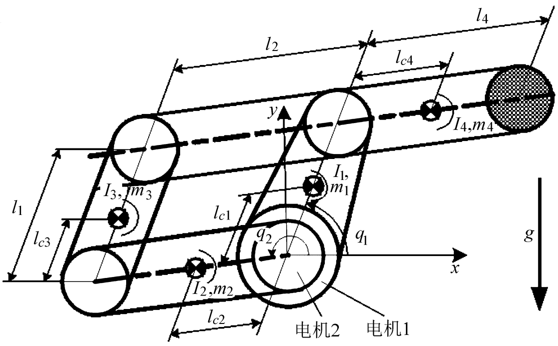

图2 两关节直接驱动机器人

Fig. 2 Robot manipulator for control simulation

控制仿真。该机器人的运动方程为

$$\begin{bmatrix}d_{11}&d_{12}\\d_{21}&d_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{q}_1\\\ddot{q}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}h_{11}&h_{12}\\h_{21}&h_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_1\\\dot{q}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g_1\\g_2\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\tau_1\\\tau_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\tau_{f1}\\\tau_{f2}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\tau_{d1}\\\tau_{d2}\end{bmatrix}\tag{27}$$

式中 $d_{11}=m_1l_{c1}^2+m_3l_{c3}^2+m_4l_1^2+I_1+I_3\triangleq\phi_{x1}$

$d_{12}=d_{21}=(m_3l_2l_{c3}-m_4l_1l_{c4})\cos(q_2-q_1)\triangleq\phi_{x2}\cos(q_2-q_1)$

$d_{22}=m_2l_{c2}^2+m_3l_2^2+m_4l_{c4}^2+I_2+I_4\triangleq\phi_{x3}$

$h_{11}=h_{22}=0$

$h_{12}=-\phi_{x2}\dot{q}_2\sin(q_2-q_1)$

$h_{21}=-\phi_{x2}\dot{q}_1\sin(q_2-q_1)$

$g_1=(m_1l_{c1}+m_3l_{c3}+m_4l_1)g\cos q_1\triangleq\phi_{x4}\cos q_1$

$g_2=(m_1l_{c2}+m_3l_2-m_4l_{c4})g\cos q_2\triangleq\phi_{x5}\cos q_2$

τ_{f1}、τ_{f2} 分别表示作用于两关节的摩擦力矩；τ_{d1}、τ_{d2} 表示作用于两关节的不可建模扰动。为进行控制仿真，构建不确定性结构特性参数矢量，以及不确定性摩擦特性参数矢量

$$\boldsymbol{\phi}_x=[\phi_{x1}\quad\phi_{x2}\quad\phi_{x3}\quad\phi_{x4}\quad\phi_{x5}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\phi}_f=[p_{c1}\quad p_{c2}\quad p_{v1}\quad p_{v2}\quad p_{s1}\quad p_{s2}]^{\mathrm{T}}$$

为便于分析和比较，仿真中假定 $\boldsymbol{\phi}_x$ 和 $\boldsymbol{\phi}_f$ 真值为

$$\boldsymbol{\phi}_x=[4.2\quad 0.2\quad 1.6\quad 25\quad 0.8]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\phi}_f=[6.5\quad 3.6\quad 2\quad 4\quad 2\quad 1.2]^{\mathrm{T}}$$

根据仿真对象的各动力学项结构，可写出该机器人线性回归阵 $Y_s(\boldsymbol{x})$ 中各元素的形式

$Y_{11}=\ddot{q}_{d1}+\lambda_1\dot{e}_1$

$Y_{12}=(\ddot{q}_{d2}+\lambda_2\dot{e}_2)\cos(q_2-q_1)-\dot{q}_2^2\sin(q_2-q_1)$

$Y_{13}=Y_{15}=Y_{21}=Y_{24}=0\quad Y_{14}=\cos(q_1)$

$Y_{22}=(\ddot{q}_{d1}+\lambda_1\dot{e}_1)\cos(q_2-q_1)+\dot{q}_2^2\sin(q_2-q_1)$

$Y_{23}=(\ddot{q}_{d1}+\lambda_1\dot{e}_1)\quad Y_{25}=\cos(q_2)$

仿真过程中设定目标轨迹和关节扰动为

$$\boldsymbol{q}_d(t)=[0.5\pi\sin(t)\quad 0.5\pi\cos(t)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\tau}_d=[\tau_{d1}\quad\tau_{d2}]^{\mathrm{T}}=$$

$$[4.3\sin(13.37t)\quad 3.7\cos(20.31t)]^{\mathrm{T}}$$

仿真时，控制器的相关控制参数设定如下：$\boldsymbol{\Lambda}=\mathrm{diag}(15,15)$，$\boldsymbol{K}_L=\mathrm{diag}(200,100)$，$\boldsymbol{\Theta}=\mathrm{diag}(40,40)$，$\boldsymbol{\Omega}=\mathrm{diag}(80,80)$，$\vartheta=0.1$。

3.2 结果分析

图3是假定控制系统不存在摩擦条件下，采用自适应-PD复合控制时的轨迹跟踪结果。不难看出，尽管结构参数矢 $\boldsymbol{\phi}_x$ 未知，但系统控制精度却较高，关节1的位置和角速度误差为 $-0.012°\sim0.012°$ 和 $-0.04\sim0.05$ rad/s，关节2的误差则为 $-0.005°\sim0.001°$ 和 $-0.003\sim0.003$ rad/s。控制精度高的原因主要是由于本文的自适应机构能对不确定性结构参数 $\boldsymbol{\phi}_x$ 进行较准确估值。系统依据该估值确定出适当的驱动控制力矩，能保证轨迹跟踪的精密性。图3d给出了自适应控制机构与PD控制器控制输出，可见系统刚启动时，两控制器输出的控制作用相当，但随着系统跟踪误差减少及系统逐渐进入稳态后，自适应控制器逐渐主导控制过程，此时PD控制器仅是对稳态误差作微量补偿。PD控制作用出现“前强后弱”的主要原因是：系统刚启动之时，自适应机构还来不及辨识机器人结构参数，故需PD参与确定控制量，但一旦自适应机构对机器人参数做出准确估值后，系统能根据估值精确地计算控制量，从而使关节较好地跟踪目标轨迹，同时由

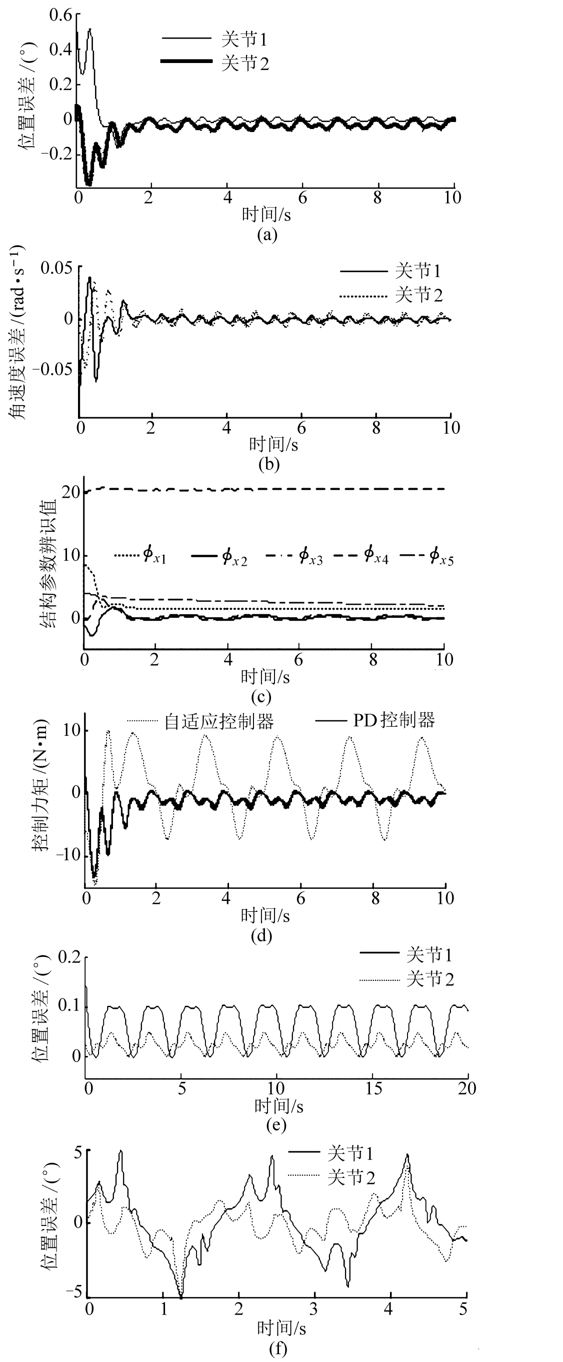

图 3　假定控制系统不存在摩擦时的系统控制结果

Fig. 3　Simulation on condition of no friction disturbance

(a) 位置误差　(b) 角速度误差　(c) 参数估值　(d) 关节 2 控制力矩构成　(e) 仅采用 PD 控制时的跟踪误差　(f) 仅采用自适应控制器的跟踪误差

于此时跟踪误差小，故 PD 的作用相应弱化。图 3e 是系统单独采用 PD 控制器的控制结果，此时系统控制精度较自适应-PD 复合控制的结果要差，这是由于在控制仿真时，假定系统结构未知，因而无法利用机器人精确模型来整定出适当的 PD 控制器参数，从而也就难以获得理想的 PD 控制效果；图 3f 给出了仅采用自适应控制机构进行控制的结果，可看出此时系统的工作不太稳定，控制精度较低，造成此现象的原因可从式(11)看出。式(11)表明，若系统中不引入 PD 控制器，式(18) Lyapunov 函数的导数不能保证严格负定，从而也就无法保证控制系统的稳定性。

图 4 给出了关节虽存在摩擦但系统未对摩擦扰动进行补偿的控制结果，此时系统的关节位置跟踪误差为 $-0.4° \sim 0.4°$，角速度误差为 ± 0.05 rad/s。控制精度比系统没有摩擦时低得多。这既表明关节非确定性摩擦对系统控制性能有较大影响；同时也说明在进行机器人控制器设计时，若仅针对系统的结构参数不确定性进行补偿，而忽视对关节摩擦特性参数进行补偿，这种控制对于实际工作的机器人来说很难获得理想控制精度。

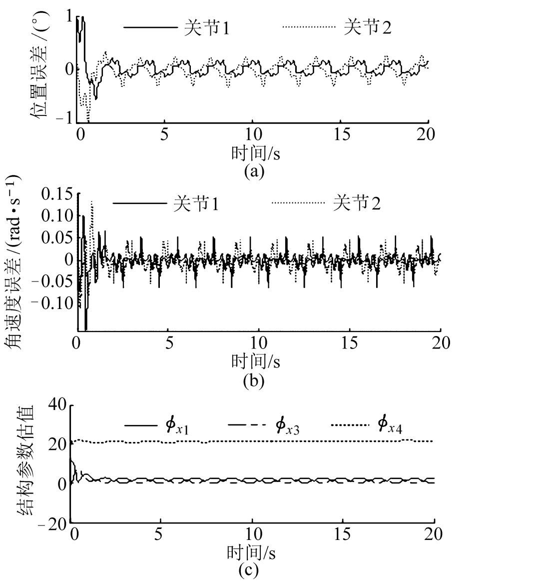

图 4　关节存在摩擦扰动但未进行摩擦补偿时的控制结果

Fig. 4　Simulation on condition of no friction compensated

(a) 位置误差　(b) 角速度误差　(c) 参数辨识

图 5 给出了同时对机器人结构参数及关节摩擦量做出自适应补偿后的控制结果。此时位置跟踪误差为 $-0.02° \sim 0.03°$，速度误差为 ± 0.045 rad/s，控制精度比未进行摩擦补偿时要高，这是由于此时系统不仅较准确地辨识出臂杆系统结构参数，而且对摩擦特性参数也做出了较准确的估计。有了这两类参数的正确估值后，系统再借助计算力矩控制结构算式就能较准确地确定控制力矩，从而实现高质量的关节运动控制。图 5c 给出了摩擦特性参数的估值，其值与预设真值较接近，表明本文摩擦参数辨识机构是有效的。图 5d、图 5e 给出了控制关节控制输出构成，可见摩擦自适应机构的输出较关节总控制作用小得多，说明摩擦自适应机构在系统控制架构中处于从属位置。图 5f 给出了机构存在非建模扰动时的结果，此时控制精度很低，位置误差为 $-0.25° \sim 0.2°$，这主要是因为自适应机构无法辨识

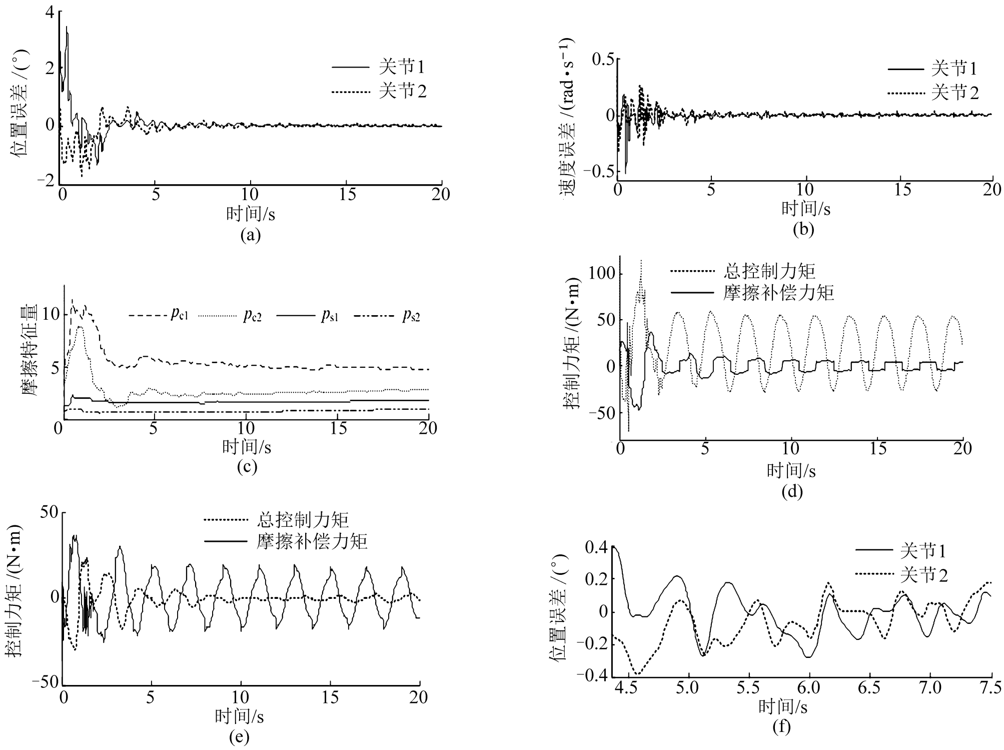

图5 同时考虑结构参数和摩擦特性参数辨识的控制结果

Fig. 5 Tracking results with friction being compensated

(a)位置误差 (b)角速度误差 (c)摩擦特性量估值 (d)关节1控制力矩构成

(e)关节2控制力矩构成 (f)系统存在非建模扰动时的跟踪误差

非建模扰动,系统也就无法补偿该扰动引入的运动误差。

4 结束语

针对直接驱动机器人高度非线性及其存在的结构参数与摩擦参数不确定性问题,引入自适应-PD复合控制器对其臂杆运动进行控制。为了规划出自适应控制律,首先推导了机器人臂杆系统动力学方程并对其关节中的摩擦矩矢进行了建模,然后构建了以位置反馈和速度反馈为特征的双闭环控制系统;为了补偿两类非确定性量给机器人运动带来的控制误差,引入自适应调整机构对机器人的非确定性动力学量进行估值;旨在提高控制精度而在关节控制系统引入PD校正器。文中确定了关节控制输出形式,给出了自适应机构的辨识律,并从理论上证明了控制系统的稳定性及控制误差的趋零性。对系统进行了仿真,结果显示该系统位置与角速度误差分别为 $-0.02° \sim 0.03°$ 与 ± 0.005 rad/s,且该系统对系统结构参数、摩擦特性参数及外部扰动具有较强自适应性和鲁棒性。研究表明,自适应-PD复合控制算法既能实现精密轨迹跟踪又便于工程实施,具有广阔应用前景。

参 考 文 献

1 王洪斌. 不确定性机器人轨迹跟踪鲁棒控制方法研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2006.
Wang Hongbin. Research on robust control of robot manipulators tracking under uncertainties[D]. Qinghuangdao: Yanshan University, 2006. (in Chinese)

2 Hsu S H, Fu L C. A fully adaptive decentralized control of robot manipulators[J]. Automatica, 2006, 42(10): 1761-1767.

3 贺红林, 何文丛, 刘文光, 等. 神经网络与计算力矩复合的机器人运动轨迹跟踪控制[J]. 农业机械学报, 2013, 44(5): 270-275.
He Honglin, He Wencong, Liu Wenguang, et al. Tracking control of the robot using hybrid controller based on neural network and computed torque[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(5): 270-275. (in Chinese)

4 Colbaugh R, Glass K, Seraji H. Adaptive tracking controlling control of manipulators: theory and experiments[J]. Robotics & Computer-Integrated Manufacturing, 1996, 12(3): 209-216.

5 Alonge F, D'Ippolito F, Raimondi F M. An adaptive control law for robotic manipulator without velocity feedback[C]// Proceedings of 14th IFAC Triennial World Congress, 1999: 239-244.

6 Yang Z J, Fukushima Y, Qin P. Decentralized adaptive robust control of robot manipulators using disturbance observers[J].

Control Systems Technology, 2012, 20(5): 1357 - 1365.
7 Ge S S. Adaptive control of robots having both dynamical parameter uncertainties and unknown input scaling[J]. Mechatronics, 1996, 6(5): 557 - 569.
8 Arisariwong S, Cahroenseang S. Reducing steady-state errors of a direct drive robot using neuro-fuzzy control[C]// Proceedings of Second Asian Symposium on Industrial Automation and Robotics, 2001: 302 - 305.
9 Rankovic V, Nikolic I. Control of industrial robot using neural network compensator[J]. Theoretical and Applied Mechanics, 2005, 32(2): 147 - 163.
10 Canudas de Wit C. Robust control for servo-mechanism under inexact friction compensation[J]. Automatics, 1992, 29(3): 757 - 761.
11 陈勇，郑加强，郭伟斌. 除草机器人机械臂运动分析与控制[J]. 农业机械学报，2007, 38(8): 105 - 108.
Cheng Yong, Zheng Jiaqiang, Guo Weibin. Kinematics analysis and motion control for a weeding robotic arm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Mechinery, 2007, 38(8): 105 - 108. (in Chinese)
12 Patino H D, Liu Derong. Neural network-based model reference adaptive control system[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2000, 30(1): 198 - 204.
13 Patino H D, Carelli R, Kuchen B R. Neural networks for advanced control of robot manipulators[J]. Neural Networks, IEEE Transactions on, 2002, 13(2): 343 - 354.
14 Barambones O, Etxebarria V. Robust neural control for robotic manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(2): 235 - 242.
15 Cheah C C, Liu C, Slotine J J E. Adaptive Jacobian tracking control of robots with uncertainties in kinematic, dynamic and actuator models[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(6): 1024 - 1029.

Robot Control Using a Hybrid Controller Composed of an Adaptive Controller and a PD Controller

He Honglin Zhan Xiaohuang Liu Wenguang Feng Liyao
(*School of Aeronautical Manufacturing Engineering*, *Nanchang Hangkong University*, *Nanchang* 330063, *China*)

Abstract: In order to improve the direct drive robot (DDR)'s trajectory tracking accuracy, a hybrid controller consisting of an adaptive sub-controller and a PD sub-controller was proposed. Firstly, the dynamical uncertainty of the robot was investigated while the uncertainty friction in the robot joints was modeled and the kinematics equation of the robot manipulator was derived. Then, a two close loops control system with position and speed feedback was built for the robot, and an adaptive controller being capable of identifying the uncertainties of the robot's manipulator was employed so as to compensate the control error brought from the robot's dynamic uncertainty. Moreover, a PD controller was embedded in the hybrid controller so as to improve the robot's tracking accuracy. With the aim to guarantee the stability of the system, an adaptive law was presented. Finally, simulations have been accomplished to validate the feasibility of the controller. The results show that the position error and speed tracking error of the robot are limited to $-0.02° \sim 0.03°$ and ± 0.005 rad/s, which means that hybrid controller can make the robots track the desired trajectory with higher precision, and it exists widely application prospect.

Key words: Direct drive robot Trajectory tracking control Dynamic uncertainty Adaptive - PD control