

工程车辆油气悬架分数阶建模与特性分析*

金纯¹ 孙会来¹ 张文明¹ 李昊¹ 田海勇²

(1. 北京科技大学机械工程学院, 北京 100083; 2. 中国北车股份有限公司, 北京 100078)

摘要: 建立了某型工程车辆油气悬架的运动微分方程, 基于油气悬架的多相介质力学特点, 引入了分数阶微积分理论, 建立其分数阶 Bagley - Torvik 方程。通过 Oustaloup 算法设计低通滤波器进行数值运算, 求得非线性分数阶微分方程数值解, 探讨分数阶模型下悬架的振动特性。通过搭建等比例试验台和建立仿真模型, 将分数阶、整数阶仿真和试验数据进行对比。结果表明当分数阶次取 0.9 时能更好地反映油气悬架运动特性, 系统的分数阶模型与实测数据能够更好地吻合, 验证了分数阶模型在油气悬架系统模型上的有效性。

关键词: 工程车辆 油气悬架 分数阶 数学模型

中图分类号: U463.33⁺4.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)05-0016-06

引言

油气悬架具有良好的非线性弹性特性和阻尼特性, 在矿用自卸车上广泛使用, 其特性对车辆行驶平顺性和操纵稳定性有重要影响。国内外学者针对油气悬架建模及特性做了大量研究, Michele 和 Gao 等对重型车辆主动油气悬架进行了建模及仿真, 孙涛等建立了油气悬架长通孔紊流阻尼模型, 对其刚度阻尼特性进行仿真分析, 王汉平等基于传热学理论进行了建模研究^[1-4]。上述研究建立的油气悬架数学模型考虑了气体及密封件的非线性特性。在考虑油液可压缩特性时, 多认为油液含气以后体积弹性模量发生变化, 因此做了多项假设^[5-9], 如气体质量保持不变、无泄漏、无形变等。而黄夏旭等^[10]研究又表明气体溶解效应和油液可压缩性在油气悬架设计研究过程中不可忽略。

实际悬架系统的工作要复杂得多, 不仅与其本身参数有关, 同时受到其零部件的相对运动位移、零件磨损情况、油液粘度及油液在油气悬架内流动及可压缩特性的影响。可见以上诸多研究中假设过多, 总是侧重于某几项参数变化及对悬架系统的影响, 或是通过增加计算项来保证计算精度, 难以总体上实现准确快速描述。

传统整数阶导数模型需要通过引入多个导数项和材料参数, 本文提出根据油气悬架多相介质的力学特点, 引入分数阶微积分理论对阻尼损耗项建模, 分析油气悬架的等效粘弹性, 建立某型工程车辆油

气悬架的振动模型, 利用分数阶方程进行数值求解, 探讨在该模型下悬架的振动特性。

1 油气悬架结构与工作原理

单气室油气悬架主要由缸筒以及活塞杆和活塞组件组成, 气室(蓄能器)放置在活塞杆内腔中, 整个悬架缸内形成工作腔和环形腔, 活塞杆壁上设有阻尼孔和单向阀。图 1 是根据上述原理简化后得到

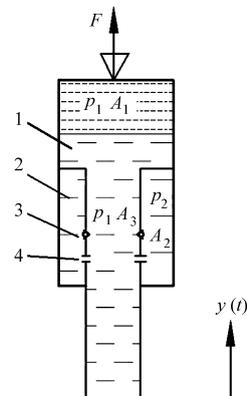


图 1 单气室油气悬架原理图

Fig. 1 Schematic diagram of single-chamber hydro-pneumatic suspension

1. 工作腔 2. 环形腔 3. 阻尼孔 4. 单向阀

的油气悬架物理模型。当活塞杆向上运动, 处在压缩行程时, 工作腔氮气体积减小, 压力升高, 单向阀和阻尼孔会同时连通工作腔与环形腔, 产生的油液阻尼力比较小, 主要由蓄能器内的气体产生弹性作用来抑制活塞杆的向上运动。活塞杆向下运动, 处

于伸张行程时,此时单向阀关闭,产生的阻尼力较大,有较强衰减振动的作用。一般车辆油气悬架安装方式如图2所示,油气弹簧悬架与轮胎组合起到衰减振动、缓冲冲击的作用。

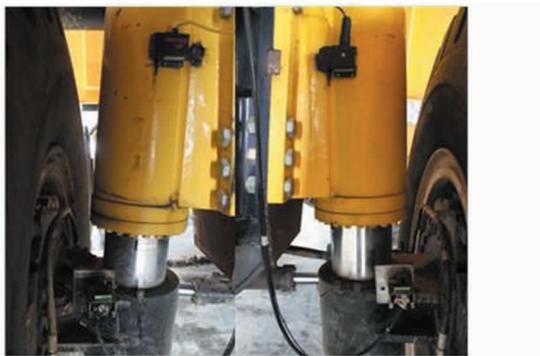


图2 悬架实车测试图

Fig.2 Suspension test of real vehicle

经过如上分析及在试验中发现,气体在油液中的溶解率随温度和压力而变化,油液粘度及油液在油气悬架缸内流动等都影响到了油气悬架特性。油气悬架阻尼特性等同于纯粘性体的计算精度有待提高。而油气悬架特性不仅和外力大小有关,还和温度的改变、力的作用时间及加载历史都有关系,这些十分符合粘弹性物质的特点。

粘弹性材料的力学性质介于理想弹性体和牛顿流体之间,既表现出弹性,同时又具有粘性特性,其应力—应变响应依赖于时间和应变率,又与荷载和变形历史有关,即应力—应变变化具有记忆性。而分数阶粘弹性微积分模型仅用较少的参数便能准确地描述大量复杂粘弹性材料广泛频率范围内的动力学特性^[11],能较准确地描述粘弹性材料的动力学特性。

本文基于以上思想将油气悬架系统整体等效为粘弹性系统进行研究,引入分数阶模型描述阻尼损耗项对基本油气悬架系统进行分析。

2 油气悬架分数阶模型的建立

2.1 分数阶导数的定义

分数阶微积分的定义至今出现了很多种,采纳较多的是Riemann-Liouville(R-L)分数阶微积分,其定义为^[12]

$${}_a D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \frac{d^n}{dx^n} \int_a^t (t-\zeta)^{n-q-1} f(\zeta) d\zeta \quad (n-1 \leq q < n) \quad (1)$$

式中 D ——微分算子,右上角 q 表示阶次,左下角 a 表示积分下限,右下角 t 表示积分上限
 $\Gamma(n-q)$ ——伽马函数 n ——任意整数
 q ——分数阶阶次 ζ ——积分变量

另外,在工程中应用较多的是Caputo定义,其定义为

$${}_a^c D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \int_a^t (t-\zeta)^{n-q-1} f^{(n)}(\zeta) d\zeta \quad (n-1 \leq q < n) \quad (2)$$

(R-L)分数阶微积分定义与Caputo分数阶微积分定义都是时域内对函数 $f(x)$ 的定义。(R-L)分数导数的Laplace变换涉及到分数阶积分的初始值与(R-L)分数微积分的初始值,虽可求出含(R-L)分数导数的解,但都很难给这些解赋予合理的物理意义。而Caputo分数阶微积分定义的最大优点是其初始值与整数阶微积分一样,有明确的物理意义^[13]。

2.2 油气悬架的分数阶模型

由于影响悬架输出特性的因素繁多,在建立数学模型和对油气悬架特性进行模拟分析前,需根据具体情况做出相应假设。本文主要研究油气悬架阻尼力等效分数阶粘弹性的表现,借助筒式液力减振器的研究经验^[14],在进行油气悬架的特性研究时,对工作参数做了适当的简化和忽略,做出如下假设:活塞、活塞杆与缸筒之间不产生泄漏;不计压力变化而引起系统刚性构件的弹性变形;不计工作油液的重力势能的影响;被研究封闭区域内同一瞬时压力处处相等。

油气弹簧主要由缸筒以及活塞杆和活塞组件组成,活塞杆壁上设有单向阀和阻尼孔,整个悬架缸内有工作腔和环形腔。油气悬架在受到外部激励时,活塞杆及活塞组件和缸筒之间要产生相对运动。从输出力出发来整体分析其振动特点。在外部激励下,活塞杆及活塞组件和缸筒之间要产生相对运动,其输出作用力主要由气体弹性力、油液阻尼力及活塞和缸筒之间的摩擦力组成。输出力公式为

$$F = F_k + F_c + F_f \quad (3)$$

式中 F ——油气悬架输出力

F_k ——气体弹性力 F_c ——油液阻尼力

F_f ——活塞和缸筒之间的摩擦力

对于弹性力、阻尼力及摩擦力的计算取基本整数阶常用计算方法^[14],其中弹性力为

$$F_k = pA_3 = \frac{MgV_0^\gamma}{(V_0 - A_3x)^\gamma} \quad (4)$$

式中 p ——工作腔气体压力

γ ——气体多变指数,快速加载时热力学过程可视为绝热过程,取1.4

A_3 ——活塞杆面积 M ——流体密度

V_0 ——静平衡位置气体体积

x ——活塞和缸筒相对位移

对于油气悬架阻尼力可以选取薄壁孔口类型的阻尼流量计算方法^[15],即

$$F_c = \frac{(A_1 - A_3)^3 \dot{x}^2 r \text{sign}(\dot{x})}{2 \sqrt{n [C_z A_z + C_d A_d (0.5 + 0.5 \text{sign}(\dot{x}))]^2}} \quad (5)$$

式中 C_z, A_z ——阻尼孔的流量系数、过流面积
 C_d, A_d ——单向阀的流量系数、过流面积
 ρ ——油液密度

$\text{sign}(\dot{x})$ ——符号函数,根据输入信号的速度方向取正负值,压缩行程为1,伸张行程-1。为了便于计算和说明,先只考虑压缩

对于油气悬架摩擦力计算,可以借助液压缸及活塞杆的密封件摩擦阻力的算法来计算

$$F_f = 2\mu\pi Dp(Db_D k_D + db_d k_d) \quad (6)$$

式中 μ ——密封圈摩擦因数

Dp ——液压缸密封圈两侧压力差

D ——液压缸缸筒内径

d ——活塞杆外径

b_D, b_d ——活塞、活塞杆密封圈宽度

k_D, k_d ——密封圈摩擦修正系数

悬架模型如图1所示,根据方程(4)~(6)可得到悬架出力整数阶方程,同时进行无量纲化处理,令 $a_1 = (A_1 - A_3)^3 r / [2n^2 (C_z A_z + C_d A_d)^2]$, $a_2 = MgV_0^2$, $a_3 = V_0$, $a_4 = A_3$,即

$$F = a_1 \dot{x}^2 + \frac{a_2}{(a_3 - a_4 x)^{1.4}} + F_f \quad (7)$$

根据图1又有基本几何关系

$$x(t) = y(t) - z(t) \quad (8)$$

$$\dot{x}(t) = \dot{y}(t) - \dot{z}(t) \quad (9)$$

式中 $z(t)$ ——悬架上端输出位移

$y(t)$ ——悬架下方输入激励位移

本文中在油气悬架的下方施加一个正弦位移激励 $y(t) = A \sin(\omega t)$ 作为输入,即 A 为激励振幅, ω 为激励频率。

根据已知整数阶方程,联立式(3)~(9),对于耗散阻尼项引入分数阶参数,同时考虑其自身重力,建立等效分数阶 Bagley - Torvik 阻尼振动方程组^[16],整理后得到油气悬架出力非线性分数阶方程

$$m \ddot{x} = a_1 (D^q x)^2 + \frac{a_2}{(a_3 - a_4 x)^{1.4}} + F_f + mg - m\omega^2 A \sin(\omega t) \quad (10)$$

方程(10)是一个分数阶的非线性常微分方程。其弹性力项中变量 x 位于分母上,是非线性项,阻尼力项是平方,这导致悬架的振动输出力是非线性的。大部分分数阶微分方程是不可能求出其解析

解,此类分数阶微分方程的解析解也只能由比较特殊的函数来表示,一般求取此类方程的数值解。

对未知信号,基于 Oustaloup 算法^[17]设计连续滤波器对信号实现分数阶微积分是求解其数值解的常用方法。Oustaloup 算法就是在频率段内,用泰勒展开并取一阶近似得到传递函数。同时,考虑到该滤波器分子和分母阶次一致,可能导致在仿真过程中出现代数环,在后面再接一个低通滤波器。这样可以编写滤波器零极点及增益函数,在 Simulink 中建立起如图3所示的分数阶微分器模块。进而可以搭建整个微分方程,求得其数值解。

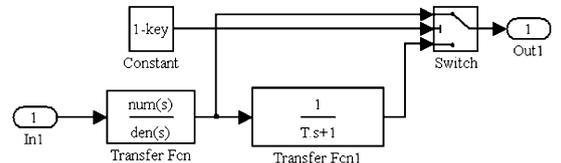


图3 分数阶微分滤波器

Fig.3 Fractional differential filter

3 悬架分数阶特性的数值求解和试验

自行设计的等比例试验台如图4所示,参照1/4车的振动模型模拟车辆实际运行过程中油气悬架工作状态,安装有位移、加速度、拉压力等多项传感器,旨在测试油气悬架受到外部激励和载荷时的输出特性。



图4 油气悬架试验台

Fig.4 Test stand of hydro-pneumatic suspension

整个台架动力由下端变频调速三相异步电动机发出,经过减速器后作用到与支架接触的偏心轮上。偏心轮与传动梁保持接触,传动梁通过关节轴承与悬架缸活塞杆铰接,铰接点位于传动梁中间部位。偏心轮随电动机匀速旋转时,会驱动传动梁上下摆动,摆动传递至悬架缸活塞杆与传动梁铰接处即为竖直方向的正弦激励。本设计优点是:通过传动梁可以有效减小电动机的负载;激励的频率可通过调节电动机频率来随时改变;激励的幅值可通过调节偏心轮的偏心距来改变;悬架簧上载荷可改变质量块数量来调整其大小。

为验证分数阶理论的准确性与整数阶对比,完整描述试验过程及结果,本文根据试验台结构设计建立整个台架三维模型如图 5 所示,将模型导入 ADAMS/View 中,通过设置各零部件的材料属性,添加零部件约束及力关系,与 LMS amesim 液压软件联合得到试验台多刚体整数阶仿真模型及结果,与所建立分数阶模型进行对比。

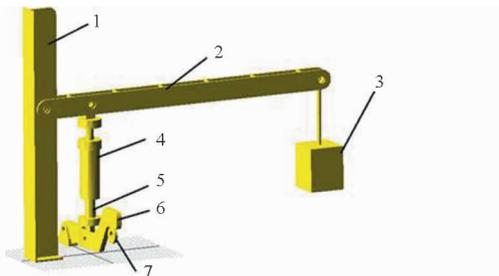


图 5 试验台架软件仿真图

Fig. 5 Software simulation of test stand

- 1. 支座 2. 横梁 3. 质量块 4. 缸筒 5. 活塞杆 6. 传动梁
- 7. 凸轮

试验用悬挂缸基本参数:缸筒内直径 155 mm,活塞杆外径 105 mm,阻尼孔直径 6 mm,单向阀当量直径 5.6 mm,行程 260 mm。研究主要对比相同工况下悬挂缸的输出特性,即簧上载荷的振动加速度、悬挂缸输出力的幅值和频率、悬挂缸的动行程等。

本文针对偏心轮偏心距为 10 mm,转动频率为 1 Hz 时正弦激励情况分析,这也是工程车辆常见频率。本文选用试错法,分别取 0.8、0.9、1.1、1.2 等多个不同分数阶次于振动稳态后进行对比分析。结果发现 0.9 阶最接近实测结果,波形和频率最为一致,幅值误差范围很小,下面以 0.9 阶分数阶结果、整数阶次仿真结果、实测数据对比进行分析。

图 6 所示为悬挂缸缸筒相对位移对比,在振幅结果中 0.9 阶次更加贴适于实际情况,整数阶振幅比试验数据振幅要更大,最大振幅要超过实际值 2 mm。原理上,对于运动与阻尼项阶数的关系,随着阶次 q 的增大振动越来越激烈,振动位移的幅度越大,前面已经发生的运动状态对下一时刻影响力在减弱。反之越小于 1,则增加了这种相互关系,使得阻尼力变大,振幅减小。实测数据是悬架稳定振动后测得,相位与仿真数据有差异,但明显分数阶建模在幅值方面更为精确,尤其是在位移下止点位置。

图 7 为悬挂缸缸筒加速度曲线,与图 6 相似频率和幅值都很接近,明显仿真结果的曲线比试验结果平滑,这是因为在仿真模型里把试验台构建当作刚体处理,没有考虑传动梁等构件自身的高频振动,总体差别对结果影响不大。

图 8 为悬挂缸输出力曲线,当模型达到动平衡

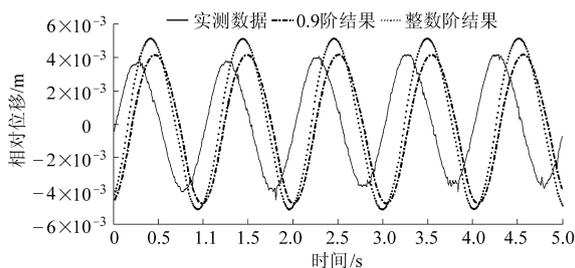


图 6 缸筒相对位移

Fig. 6 Data of displacement curves comparison diagram

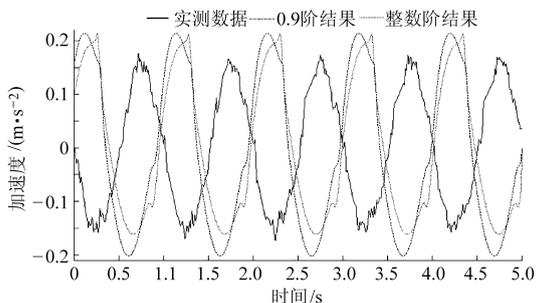


图 7 缸筒加速度

Fig. 7 Accelerated speed of cylinders comparison

后油气悬挂的输出力呈周期性变化,幅值变化频率与试验结果相近。油气悬架本身的高度耦合多复杂工况使得有粘弹性特性出现且趋向稳态。在压缩行程分数阶模型优势并不明显,而在伸张行程分数阶结果远比整数阶要贴近实测数据,这是因为在压缩行程弹性力起主要作用,而在伸张行程主要是阻尼力在起作用,分数阶模型的引入是针对阻尼力进行了调整,其优势在伸张行程体现明显,阻尼力的调整同样使得输出力比整数阶有延迟,其输出力最大值出现时间要晚。

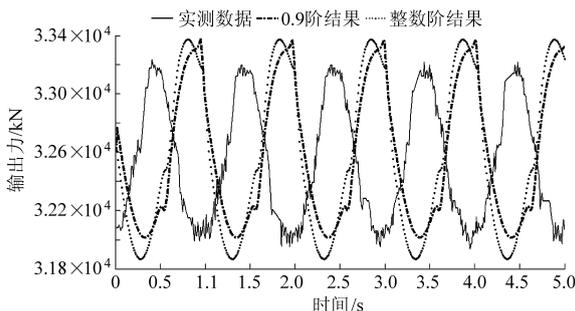


图 8 悬挂缸输出力曲线

Fig. 8 Output force of suspension cylinders comparison

图 9 为缸筒位移-输出力曲线,图 10 为缸筒速度-输出力曲线,对比发现,受阻尼力影响,活塞压缩和伸张行程是一个不重合过程。尤其在伸张行程,在阻尼的作用下使得其伸张行程要更小,分数阶的引入正是强调了这一点,分数阶模型结果在伸张后半程和压缩前半程的优势更为明显,最大值、最小值的时间与实测结果更为相近,改变趋势更为吻合。

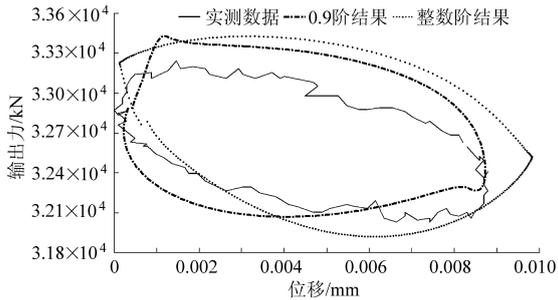


图9 缸筒位移-输出力

Fig. 9 Displacement-output force of cylinder comparison

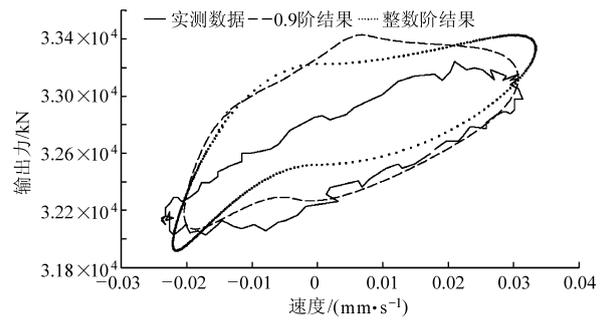


图10 缸筒速度-输出力曲线

Fig. 10 Speed-output force of cylinder comparison

4 结论

(1) 根据油气悬架工作原理,突出油气悬架的多相介质特点,采用等效粘弹性阻尼的分析方法,引入分数阶导数进行描述,建立了油气悬架的 Bagley - Torvik 方程。

(2) 根据分数阶模型定义,利用 Oustaloup 算法对分数阶非线性微分方程进行数值求解,从本构方

程描述其力学性能,得到油气悬架分数阶输出力、位移、速度等多项数值结果。

(3) 将分数阶、整数阶仿真与试验结果进行对比,验证了分数阶模型的正确性。结果表明取分数阶次 0.9 时与试验结果最为相近,该简洁模型能较精确地描述油气悬架的特性,这对改进设计与精确控制有重要意义。

参 考 文 献

- Michele Ieluzzi, Patrizio Turco, Mauro Montiglio. Development of a heavy truck semi-active suspension control [J]. Control Engineering Practice, 2006, 14(3): 302 - 312.
- Gao B, Darling J, Tilley D, et al. Control of a hydro pneumatic active suspension based on a non-linear quarter-car model [J]. Journal of Systems & Control Engineering, 2006, 220(1): 15 - 31.
- 孙涛,喻凡,张振东.重载车辆油气悬架不确定分析及 H_∞ 控制器设计 [J]. 振动与冲击, 2007, 26(9): 51 - 54.
Sun Tao, Yu Fan, Zhang Zhendong. Uncertainty analysis for a hydro-pneumatic suspension system of heavy duty vehicles and H_∞ controller design [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(9): 51 - 54. (in Chinese)
- 王汉平,张聘义,邵自然.混合连通式油气悬挂重型车辆振动性能研究 [J]. 导弹与航天运载技术, 2003(4): 7 - 11.
Wang Hanping, Zhang Pinyi, Shao Ziran. The vibration characteristics of the heavy vehicle with composite interconnecting oil-air suspension [J]. Missiles and Space Vehicles, 2003(4): 7 - 11. (in Chinese)
- 田晋跃,狄勇,向华荣.油气分离式单气室悬架刚度与阻尼性能研究 [J]. 农业机械学报, 2007, 38(2): 35 - 38.
Tian Jinyue, Di Yong, Xiang Huarong. Study on rigid property and damping capacity of HPS with isolated single-chamber [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(2): 35 - 38. (in Chinese)
- 杨杰,陈思忠,吴志成.油气悬架可控刚度阻尼设计与试验 [J]. 农业机械学报, 2008, 39(10): 20 - 24.
Yang Jie, Chen Sizhong, Wu Zhicheng. Design and testing on the hydro-pneumatic suspensions with controllable stiffness and damping [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(10): 20 - 24. (in Chinese)
- 马国清,檀润华,吴仁智.油气悬挂系统非线性数学模型的建立及其计算机仿真 [J]. 机械工程学报, 2002, 38(5): 95 - 98.
Ma Guoqing, Tan Runhua, Wu Renzhi. Non-linear mathematic model of hydro-pneumatic suspension crane vehicles and its simulation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(5): 95 - 98. (in Chinese)
- 李占芳,全军令,李威.单气室油气弹簧的优化设计研究 [J]. 振动与冲击, 2011, 30(4): 166 - 171.
Li Zhanfang, Tong Junling, Li Wei. Optimal design of a single chamber hydro-pneumatic spring [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(4): 166 - 171. (in Chinese)
- 甄龙信,张文明.单气室油气悬架的仿真与试验研究 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 290 - 294.
Zhen Longxin, Zhang Wenming. Research on simulation and experiment of hydro-pneumatic suspension with single gas cell [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 290 - 294. (in Chinese)
- 黄夏旭,杨珏,申焱华,等.基于气体溶解与油液可压缩性的油气悬架性能研究 [J]. 农业机械学报, 2013, 44(6): 14 - 18.
Hang Xiaxu, Yang Jue, Shen Yanhua, et al. Characteristics analysis of hydro pneumatic suspension based on gas dissolution and oil compressibility [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(6): 14 - 18. (in Chinese)
- Adolfsson K, Enelund M, Olsson P. On the fractional order model of viscoelasticity [J]. Mechanics of Time-Dependent Materials, 2005, 9(1): 15 - 34.
- Friedrich C. Relaxation and retardation function of the Maxwell model with fractional derivatives [J]. Rheologica Acta, 1991, 30(2): 151 - 159.

- 13 Song D Y, Jiang Tiqian. Study on the constitutive equation with fractional derivative for viscoelastic fluids-modified Jeffreys models and its application [J]. *Rheologica Acta*, 1998,37(5):512 – 517.
- 14 陈勇,韩忠浩. 汽车液力减振器阻力特性的研究评述[J]. *辽宁工学院学报*,2001,21(1):8 – 11.
Chen Yong, Han Zhonghao. Study and review on the resistance specificity of automobile hydraulic damper [J]. *Journal of Liaoning Institute of Technology*, 2001, 21(1):8 – 11. (in Chinese)
- 15 雷天觉. 新编液压工程手册下册[M]. 北京:北京理工大学出版社,1998:1389.
- 16 沈淑君,刘发旺. 解分数阶 Bagley – Torvik 方程的一种计算有效的数值方法[J]. *厦门大学学报:自然科学版*,2004,43(3):306 – 311.
Shen Shujun, Liu Fawang. A computational efficient numerical method of solving fractional Bagley – Torvik equation[J]. *Journal of Xiamen University:Natural Science*, 2004,43(3):306 – 311. (in Chinese)
- 17 薛定宇. 高等应用数学问题的 MATLAB 求解[M]. 北京:清华大学出版社,2008:398 – 399.

Fractional Modeling and Characteristic Analysis of Hydro-pneumatic Suspension for Construction Vehicles

Jin Chun¹ Sun Huilai¹ Zhang Wenming¹ Li Hao¹ Tian Haiyong²

(1. *School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China*

2. *China CNRCo., Ltd., Beijing 100078, China*)

Abstract: Motion differential equation of hydro-pneumatic suspension is established to describe the vibration characteristics for a certain type of construction vehicles. The output force was deduced from the suspension parameters. Based on the suspension characteristics of multi-phase medium, fractional calculus theory was introduced, and its fractional Bagley – Torvik equation was set up. The numerical computation by low-pass filter of Oustaloup algorithm was performed. The numerical solution of nonlinear fractional equation was obtained to investigate the vibration characteristics of the suspension fractional system. By the build of equal-ratio test platform and simulation model, the fractional, integer-order model simulation and experimental data were compared. When the fractional-order is 0.9, it better describes the motion characteristics of suspension system. The experiments show that the experimental data can fit the fractional-order system model well, thereby prove the model on hydro-pneumatic suspension system.

Key words: Construction vehicles Hydro-pneumatic suspension Fractional order Mathematical model