doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.03.048

并联光电跟踪平台建模与工作空间闭环控制*

李珂翔 张 合

(南京理工大学智能弹药技术国防重点学科实验室,南京 210094)

摘要:针对某小型浮式并联光电跟踪平台体积小、负载惯量大的特点,提出了一种以少自由度并联机构为基础的改进型并联机构。推导了平台的系统雅可比矩阵,基于拉格朗日方法得到了平台的动力学模型。针对并联平台的内部耦合、参数不确定和干扰的问题,基于工作空间提出了一种带有干扰观测器的复合滑模控制策略。利用干扰观测器观测系统干扰,减小干扰上界,基于反步法设计了滑模控制器跟踪目标轨迹并进一步抑制未观测出的干扰。仿真和实验结果表明,提出的数学模型和控制策略使平台跟踪误差减小到±0.08°,为PID控制误差的14.5%,特别适用于并联平台等内部耦合及干扰较显著的场合。

关键词:并联机构 动力学建模 干扰观测器 滑模控制 工作空间

中图分类号:TH112;TP273 **文献标识码**:A **文章编号**:1000-1298(2014)03-0293-06

引言

工作于水面的小型浮式并联跟踪平台,搭载有光电探测设备,因其体积较小、运输方便等优点,在海洋观测等方面具有重要的应用价值。作为负载的探测设备较重,而平台尺寸有限制,这就要求平台的结构形式必须具有刚度大、承载能力强、动态性能好等特性[1]。并联机构具有上述优点,因而在运动平台领域得到了广泛应用。通常并联机构的设计不考虑支链的空间占用,故多采用电动缸,但电动缸驱动能力有限、空间占用大,并且会带来额外负载,因此不适用于本文的并联跟踪平台[2-4]。本文提出一种新型并联跟踪平台,将滚珠丝杆和大功率电动机固定,采用支撑杆连接动平台,具有空间利用率高和负载能力强等优点。

并联机构相对串联机构而言控制难度较大,传动链间存在耦合,表现为多变量耦合的机械系统。并联机构的运动控制主要分为关节空间和工作空间控制,其中前者有较多的研究应用。滑模控制由于具有独特的滑动模态特点,使其对系统参数摄动和外界扰动具有较强的鲁棒性,为复杂系统的控制应用提供了一种可行的途径[5-9];而干扰观测器则可有效补偿外界干扰和未建模动态,目前在一些实际系统中已得到应用[10-13]。基于关节空间的控制器容易实现并已获得较多应用,但将平台内部耦合当作未知扰动,影响了控制性能。

本文基于并联光电跟踪平台的工作空间进行设计,利用干扰观测器对系统耦合、不确定性和干扰进行补偿;设计反步滑模控制器实现对轨迹跟踪。

1 平台结构

1.1 结构与自由度

图1所示为设计的并联跟踪平台的结构原理图,主要由动平台、三自由度球铰链、支撑杆、二自由度虎克铰、丝杆螺帽和滚珠丝杆、基座等部件构成。动平台依靠支点A_1、A_2、O分别与基座和传动支链相连,并构成等腰直角三角形A_1A_2O。传动支链由滚珠丝杆、虎克铰链、支撑杆和球铰链构成。其中,滚珠丝杆固定于基座。动平台受O点虎克铰链的限

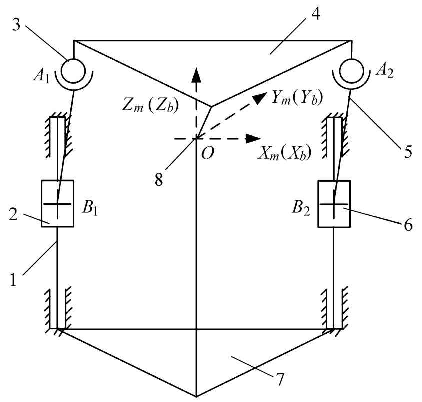

图1 并联跟踪平台原理图

Fig.1 Schematic diagram of the platform

1.滚珠丝杆 2.丝杆螺帽 3.球铰链 4.动平台 5.支撑杆 6、8.虎克铰 7.基座

收稿日期:2013-11-12 修回日期:2013-12-15

*国家自然科学基金资助项目(60908037)

作者简介:李珂翔,博士生,主要从事并联平台姿态控制研究,E-mail:lkxiang86@163.com

通讯作者:张合,教授,博士生导师,主要从事智能探测与控制技术研究,E-mail:hezhangz@mail.njust.edu.cn

制，具有横摇、纵摇 2 个自由度。

1.2 坐标系建立

S 平台基座坐标系$\{C_b\}$：该坐标系固定在基座上，如图 1 所示，原点 O 位于直角三角形 A_1A_2O 的直角。当动平台水平时，OX_bY_b位于 A_1A_2O 平面内，X_b轴与 A_1A_2连线平行，Y_b轴与 A_1A_2连线垂直。下文未说明的坐标变换均基于平台基座坐标系。动平台坐标系$\{C_m\}$：该坐标系固定在动平台上，OX_mY_m始终位于 A_1A_2O 平面内，X_m轴与 A_1A_2连线平行，Y_m轴与 A_1A_2连线垂直。两坐标系的原点重合于 O 点。动平台相对$\{C_b\}$绕 X_b、Y_b两轴的转角分别为 θ、φ，记为横摇、纵摇自由度。

2 平台动力学模型

2.1 运动学分析

以其中一条支链为例，A 点和 B 点的速度在支撑杆方向上的投影相同，则有

$$\boldsymbol{V}_{Bi}\boldsymbol{L}_i=\boldsymbol{V}_{Ai}\boldsymbol{L}_i=(\boldsymbol{v}_O+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}_{Ai})\boldsymbol{L}_i \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{L}_i$——支撑杆方向矢量

$\boldsymbol{V}_{Ai}$、$\boldsymbol{V}_{Bi}$——传动支链 i 中点 A、B 的速度矢量

$\boldsymbol{\omega}$——动平台角速度

$\boldsymbol{R}_{Ai}$——动平台坐标系中 A 点到 O 点的矢径

动平台无平动，O 点的速度 $\boldsymbol{v}_O=0$；根据向量混合积的性质变换为

$$\boldsymbol{V}_{BiZ}=(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}_{Ai})\frac{\boldsymbol{L}_i}{l_{iZ}}=\boldsymbol{J}_D\boldsymbol{\omega} \tag{2}$$

有基于空间矢量 $\boldsymbol{\omega}$ 的速度雅可比矩阵

$$\boldsymbol{J}_D^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{R}_{OA1}\times\hat{\boldsymbol{L}}_1,\boldsymbol{R}_{OA2}\times\hat{\boldsymbol{L}}_2]_{3\times2} \tag{3}$$

式中，$\hat{\boldsymbol{L}}_i=\boldsymbol{L}_i/l_{iZ}$；将其用欧拉角表示并转换至平台基座坐标系，变换矩阵为

$$\boldsymbol{R}_E=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \mathrm{c}\theta & -\mathrm{s}\theta\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

$\boldsymbol{V}_{BZ}$可表示为

$$\boldsymbol{V}_{BZ}=\boldsymbol{J}_D\boldsymbol{R}_E\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{5}$$

式中，$\boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}}$为广义速度雅可比矩阵，$\boldsymbol{q}=(\theta,\varphi)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{q}$ 为广义坐标，$\dot{\boldsymbol{q}}$ 为动平台在平台基座坐标系中的广义速度。

2.2 平台的动能和势能

采用拉格朗日方程建立整个姿态跟踪平台的动力学模型。Lagrange 方程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial\boldsymbol{L}}{\partial\dot{\boldsymbol{q}}}-\frac{\partial\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{Q}\quad(i=1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{T}-\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{L}$ 为 Lagrange 函数，$\boldsymbol{T}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别表示平台的动能和势能；$\boldsymbol{Q}$ 为基于广义坐标 $\boldsymbol{q}$ 的广义力。

2.2.1 动平台的动能与势能

动平台只有转动自由度，没有平移自由度，动平台无平动动能；根据刚体的转动动能为动量矩与角速度点积的关系，转动动能为

$$\boldsymbol{T}_m=\boldsymbol{T}_{mR}=\frac{1}{2}{}^m\boldsymbol{\omega}_m\boldsymbol{G}_0=\frac{1}{2}{}^m\boldsymbol{\omega}_m^{\mathrm{T}}\,{}^m\boldsymbol{I}_m\,{}^m\boldsymbol{\omega}_m \tag{7}$$

$${}^m\boldsymbol{I}_m=\mathrm{diag}(I_{Xm},I_{Ym},I_{Zm}) \tag{8}$$

式中，${}^m\boldsymbol{\omega}_m$代表动平台基于空间角速度矢量，需转换至欧拉角空间，转换矩阵为 $\boldsymbol{R}_E$；${}^m\boldsymbol{I}_m$代表动平台在其自身坐标系中相对惯性主轴的惯量矩阵。式(8)中，矩阵的主对角元素为主转动惯量；将局部空间向量替换成广义坐标，动能方程可表示为

$$\boldsymbol{T}_{mR}=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{9}$$

其中 $$\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q})=\mathrm{diag}[I_{Xm}+m_fd_m^2,(I_{Ym}+m_fd_m^2)\mathrm{c}^2\theta] \tag{10}$$

式中 m_f——负载设备的质量

d_m——负载设备质心至基座坐标系原点 O 的距离

2.2.2 支撑杆及丝杆螺帽的动能与势能

传动支链的动能包括丝杆螺帽、支撑杆(包括 A_i处的球铰链底座)的平动动能；势能包括两者在平台基座坐标系 Z 轴方向的势能。为计算简便，把支撑杆简化为直杆，以上两部件质量分别为 m_2、m_1，为计算简便，假设支撑杆质心位于中点处。有

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}_A=\boldsymbol{J}_{VA}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{J}_{VB}\dot{\boldsymbol{q}}\end{cases} \tag{11}$$

其中 $$\boldsymbol{J}_{VA}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_Y\boldsymbol{S}_X\boldsymbol{R}_X\boldsymbol{R}_{A1} & \boldsymbol{S}_Y\boldsymbol{R}_Y\boldsymbol{R}_X\boldsymbol{R}_{A1}\\ \boldsymbol{R}_Y\boldsymbol{S}_X\boldsymbol{R}_X\boldsymbol{R}_{A2} & \boldsymbol{S}_Y\boldsymbol{R}_Y\boldsymbol{R}_X\boldsymbol{R}_{A2}\end{bmatrix}_{6\times2} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{S}_X=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{S}_Y=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{J}_{VB}=\boldsymbol{J}_B\boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{J}_B=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

支撑杆质心速度为 $\boldsymbol{v}_1=(\boldsymbol{v}_A+\boldsymbol{v}_B)/2$，则支撑杆的动能为

$$\boldsymbol{T}_{1T}=\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_1(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}_1=\frac{1}{8}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_1(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{15}$$

其中 $$\boldsymbol{M}_1(\boldsymbol{q})=[\boldsymbol{J}_{VA}+\boldsymbol{J}_{VB}]^{\mathrm{T}}(m_1\boldsymbol{I}_{6\times6})[\boldsymbol{J}_{VA}+\boldsymbol{J}_{VB}] \tag{16}$$

式中 $\boldsymbol{I}_{6\times6}$——六阶单位阵

设${}^b\boldsymbol{P}_{1i}=({}^b_m\boldsymbol{R}\,{}^m\boldsymbol{P}_{Ai}+{}^b\boldsymbol{P}_{Bi})/2$ 为对应支撑杆质心在基座坐标系的坐标，${}^bP_{1iZ}$为 Z 轴分量，则支撑杆势能为

$$\boldsymbol{V}_1=m_1g({}^bP_{11Z}+{}^bP_{12Z}) \tag{17}$$

丝杆螺帽的动能为

$$\boldsymbol{T}_2=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_2(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{18}$$

其中 $$\boldsymbol{M}_2(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}}^{\mathrm{T}}(m_2\boldsymbol{I}_{2\times2})\boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}} \tag{19}$$

丝杆螺帽的势能为

$$V_2 = m_2 g({}^bP_{B1Z} + {}^bP_{B2Z}) \tag{20}$$

式中　${}^bP_{BiZ}$——丝杆螺帽为基座坐标系的 Z 轴坐标

2.2.3　传动支链中其他部件的动能与势能

其他部件主要包括驱动电动机转子、齿轮(轴)、滚动轴承、滚珠丝杆及联轴器，这些部件在本系统中只考虑转动动能，其转动动能为

$$\boldsymbol{T}_{GR} = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_G(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{21}$$

其中

$$\boldsymbol{M}_G(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}}^{\mathrm{T}}(m_G\boldsymbol{I}_{2\times 2})\boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}} \tag{22}$$

$$m_G = 4\pi^2(I_m + I_o)/d_S^2 \tag{23}$$

式中　m_G——电动机转子和丝杆等其他回转部件转动惯量的等效质量

d_S——丝杆导程

2.3　动力学方程

广义力 $\boldsymbol{Q}$ 由驱动支链驱动力和环境干扰力构成，即

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{drv}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{env}} \tag{24}$$

式中　$\boldsymbol{F}_{\mathrm{drv}}$——传动支链驱动力

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{env}}$——负载设备的广义干扰力

丝杆需要施加于螺帽的力为

$$F_{\mathrm{drv}} = F_u - F_f \tag{25}$$

其中

$$F_u = \frac{2\pi\eta}{d_S}T_u$$

式中　F_{drv}——螺帽端等效驱动力

T_u——电动机输出力矩

F_f——传动支链中的未知摩擦力

η——丝杆副的正运动机械效率

由于平台运动频率远低于电动机带宽，伺服电动机可看作比例环节，则有

$$T_u = K_e u \tag{26}$$

式中　K_e——力矩控制电压比例系数

u——控制电压

定义 $\boldsymbol{J}_F = \boldsymbol{J}_{\mathrm{Inv}}^{-\mathrm{T}}$ 为力雅可比矩阵，则有

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{J}_F\boldsymbol{F}_{\mathrm{drv}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{env}} \tag{27}$$

综合以上各式，则有平台的动力学方程

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{Q} \tag{28}$$

式中　$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$——广义惯性矩阵

$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$——广义科氏力和离心力矩阵

$\boldsymbol{G}(q)$——广义重力

3　复合控制器设计

电动机转矩转换为关节驱动力的公式为

$$F_u = \frac{2\pi\eta}{d_S}K_e u = k_u u \tag{29}$$

利用式(29)可将式(28)中的各参数矩阵变换为：$\boldsymbol{M}_u = \boldsymbol{M}/k_u$，$\boldsymbol{C}_u = \boldsymbol{C}/k_u$，$\boldsymbol{G}_u = \boldsymbol{G}/k_u$，$\boldsymbol{F}_{envu} = \boldsymbol{F}_{env}/k_u$，$\boldsymbol{F}_{fu} = \boldsymbol{F}_f/k_u$。

将系统模型分解为名义模型和误差模型两部分，则可将式(28)中的名义模型和误差模型分离为

$$\hat{\boldsymbol{M}}_u\ddot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{C}}_u\dot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{G}}_u + \boldsymbol{d} = \boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_F \tag{30}$$

干扰 $\boldsymbol{d}$ 表示为

$$\boldsymbol{d} = \widetilde{\boldsymbol{M}}_u\ddot{\boldsymbol{q}} + \widetilde{\boldsymbol{C}}_u\dot{\boldsymbol{q}} + \widetilde{\boldsymbol{G}}_u + \boldsymbol{J}_F\boldsymbol{F}_{fu} - \boldsymbol{F}_{envu} \tag{31}$$

选取 $\boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{x}_2 = \dot{\boldsymbol{x}}_1$ 作为状态变量，$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}_1$ 为输出变量，可将以上动力学方程转化为非线性状态空间形式

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2 \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 = \boldsymbol{M}_u^{-1}(\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_F - \boldsymbol{C}_u\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{G}_u)\end{cases} \tag{32}$$

根据式(30)，可将式(32)表达为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_2 = \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_F - \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2 - \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u + \boldsymbol{d} \tag{33}$$

图 2 所示为系统的控制框图。

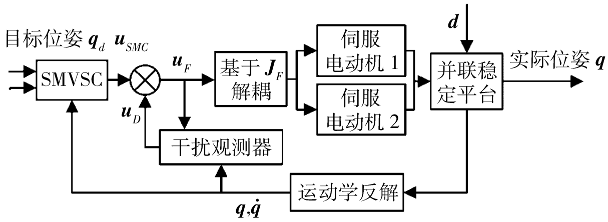

图 2　并联跟踪平台控制框图

Fig. 2　Control block diagram of optoelectronics observation platform

3.1　干扰观测器设计

采用的干扰观测器[14]形式为

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{d}} = \varepsilon + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) \\ \dot{\varepsilon} = -\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\varepsilon + \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)[\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2 + \\ \qquad \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u - \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) - \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_F]\end{cases} \tag{34}$$

式中，$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$ 为待设计的非线性函数，$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$ 为干扰观测器增益，两者满足关系

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\hat{\boldsymbol{M}}_u\ddot{\boldsymbol{q}} \tag{35}$$

结合以上公式，可得误差动态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\boldsymbol{d}}} &= \dot{\boldsymbol{d}} - \dot{\hat{\boldsymbol{d}}} = \dot{\boldsymbol{d}} - \dot{\varepsilon} - \dot{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) = \\ &\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)[\varepsilon + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)] - \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\times \\ &(\dot{\boldsymbol{x}}_2 - \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_F + \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2 + \hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u) = \\ &\dot{\boldsymbol{d}} - \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\tilde{\boldsymbol{d}}\end{aligned} \tag{36}$$

在实际工程应用中无法获得关于干扰 $\boldsymbol{d}$ 的微分先验信息，假设观测器的响应足够快，则实际系统中的干扰可认为是缓慢变化的，即 $\dot{\boldsymbol{d}} = 0$；观察可知，适当选择观测器增益可使观测误差按指数收敛。

根据文献[15]设计非线性函数和增益为

$$\begin{cases}\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) = \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{x}_2 \\ \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) = \boldsymbol{\Lambda}\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\end{cases} \tag{37}$$

式中，$\boldsymbol{\Lambda} = \lambda\boldsymbol{I}$，$\lambda$ 为正常数。干扰观测器将观测到的

干扰转化为对应输入通道的控制量，由系统状态空间方程可知

$$\dot{\boldsymbol{x}}_2=\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F(\boldsymbol{u}_F+\boldsymbol{J}_F^{-1}\hat{\boldsymbol{M}}_u\boldsymbol{d})-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u \tag{38}$$

则增益为 $\boldsymbol{J}_F^{-1}\hat{\boldsymbol{M}}$，可得

$$\boldsymbol{u}_D=\boldsymbol{J}_F^{-1}\hat{\boldsymbol{M}}_u\cdot\boldsymbol{d} \tag{39}$$

3.2　滑模控制器设计

基于反步法设计滑模控制器（SMVSC），假设未知干扰 $\boldsymbol{d}$ 是有界的，其上界为 $|\boldsymbol{d}|<\bar{\boldsymbol{d}}$，当系统采用干扰观测器后，公式（33）转换为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_2&=\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F(\boldsymbol{u}_{SMC}-\boldsymbol{u}_D)-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u+\boldsymbol{d}=\\&\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_{SMC}-\hat{\boldsymbol{d}}-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u+\boldsymbol{d}=\\&\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_{SMC}-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2-\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\hat{\boldsymbol{G}}_u+\tilde{\boldsymbol{d}}\end{aligned} \tag{40}$$

定义位姿跟踪误差为

$$\boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{z}_d \tag{41}$$

式中，$\boldsymbol{z}_d$ 为目标轨迹，则

$$\dot{\boldsymbol{z}}_1=\dot{\boldsymbol{x}}_1-\dot{\boldsymbol{z}}_d=\boldsymbol{x}_2-\dot{\boldsymbol{z}}_d \tag{42}$$

定义虚拟控制量

$$\boldsymbol{\alpha}_1=-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1+\dot{\boldsymbol{z}}_d \tag{43}$$

定义

$$\boldsymbol{z}_2=\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{\alpha}_1 \tag{44}$$

定义 Lyapunov 函数

$$\boldsymbol{V}_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{z}_1^2 \tag{45}$$

求导得到

$$\dot{\boldsymbol{V}}_1=\boldsymbol{z}_1\dot{\boldsymbol{z}}_1=-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2+\boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_2 \tag{46}$$

为使 $\dot{\boldsymbol{V}}_1\leqslant 0$，需要进一步设计。

$$\boldsymbol{V}_2=\boldsymbol{V}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{s}^2 \tag{47}$$

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{z}_1+\boldsymbol{z}_2 \tag{48}$$

其中 $\boldsymbol{s}$ 为滑模面函数，对 $\boldsymbol{s}$ 求导可得

$$\dot{\boldsymbol{s}}=-\boldsymbol{k}_1(\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1-\boldsymbol{z}_2)+\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}(\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_F-\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2-\hat{\boldsymbol{G}}_u)+\tilde{\boldsymbol{d}} \tag{49}$$

对 $\boldsymbol{V}_2$ 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}_2=\dot{\boldsymbol{V}}_1+\boldsymbol{s}\dot{\boldsymbol{s}}=-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2+\boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_2+\boldsymbol{s}\times[\boldsymbol{k}_1(\boldsymbol{z}_2-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1)+\\\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}(\boldsymbol{J}_F\boldsymbol{u}_{SMC}-\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2-\hat{\boldsymbol{G}}_u)+\tilde{\boldsymbol{d}}-\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1]\end{aligned} \tag{50}$$

综合以上各式，设计滑模控制器为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{SMC}=\hat{\boldsymbol{M}}_u\boldsymbol{J}_F^{-1}\boldsymbol{k}_1[\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1-\boldsymbol{z}_2+\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}(\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2+\hat{\boldsymbol{G}}_u)+\\\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1-\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{z}_d-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}-\bar{\boldsymbol{d}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})]\end{aligned} \tag{51}$$

式中，$\boldsymbol{\tau}=\mathrm{diag}(\tau_1,\tau_2)$，将式（51）代入式（50）中，可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}_2&=-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2+\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{d}}-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{d}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})\leqslant\\&-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2-|\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}|(\bar{\boldsymbol{d}}-|\boldsymbol{d}|)\leqslant 0\end{aligned} \tag{52}$$

为避免固定干扰上界带来抖振等问题，采用自适应算法进一步设计：定义 $\delta=\bar{\boldsymbol{d}}$，$\hat{\delta}$ 为 δ 的估计值，估计误差为 $\tilde{\delta}=\delta-\hat{\delta}$。设计自适应律为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}=\boldsymbol{\gamma}|\boldsymbol{s}| \tag{53}$$

式中，$\boldsymbol{\gamma}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2)$ 为正定对角矩阵。

$$\boldsymbol{V}_3=\boldsymbol{V}_2+\frac{1}{2}\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\delta}} \tag{54}$$

对时间求导可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}_3=&-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2+\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{d}}-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\delta}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})-\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}\leqslant\\&-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2-\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}}-|\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}|(\hat{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{\delta})=\\&-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2-\tilde{\boldsymbol{\delta}}^{\mathrm{T}}|\boldsymbol{s}|+|\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}|\tilde{\boldsymbol{\delta}}=\\&-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2\leqslant 0\end{aligned} \tag{55}$$

为证明复合控制策略收敛性，考虑干扰观测器环节，设计 Lyapunov 函数

$$\boldsymbol{V}_4=\boldsymbol{V}_3+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{d}} \tag{56}$$

结合式（36），式（56）对时间求导得

$$\dot{\boldsymbol{V}}_4=\dot{\boldsymbol{V}}_3+\tilde{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{d}}}=-\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1^2-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}^2-\boldsymbol{\Lambda}\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}\tilde{\boldsymbol{d}}^2\leqslant 0 \tag{57}$$

综上，滑模控制律设计为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{SMC}=\hat{\boldsymbol{M}}_u\boldsymbol{J}_F^{-1}[\boldsymbol{k}_1(\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{z}_1-\boldsymbol{z}_2)+\hat{\boldsymbol{M}}_u^{-1}(\hat{\boldsymbol{C}}_u\boldsymbol{x}_2+\hat{\boldsymbol{G}}_u)+\\\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1-\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{z}_d-\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{s}-\hat{\delta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})]\end{aligned} \tag{58}$$

4　仿真结果与分析

并联跟踪平台主要参数为：$l_{AiO}=300$ mm，$l_{AiBi}=350$ mm，$I_{Xm}=I_{Ym}=0.478\ \mathrm{kg\cdot m^2}$，$m_1=10$ kg，$m_2=8.2$ kg，$m_f=32.2$ kg，$d_m=600$ mm。伺服电动机转子及丝杆等部件的等效惯量为 $0.032\ \mathrm{kg\cdot m^2}$，$K_e=20$。控制器参数设计为，$\boldsymbol{c}_1=\mathrm{diag}(25,25)$，$\boldsymbol{k}_1=\mathrm{diag}(4,4)$，$\boldsymbol{\tau}=\mathrm{diag}(5,5)$，$\boldsymbol{\gamma}=\mathrm{diag}(10,10)$，$\lambda=18$。作为对比的 PID 控制器的参数取为 $\boldsymbol{k}_p=(5,5)$，$\boldsymbol{k}_i=(0.006,0.006)$，$\boldsymbol{k}_d=(0.28,0.28)$。系统初值取为 $\boldsymbol{q}=(0,0)$，$\dot{\boldsymbol{q}}=(0,0)$。给定平台两轴跟踪信号分别为 $\theta=(\pi/12)\sin(\pi t+\pi/2)$，$\varphi=(\pi/12)\sin(\pi t)$。假设平台受到在动平台坐标系中绕 X_m 轴的干扰力矩 $d=80\sin(2\pi t)$。图 3 为采用 PID 方法和本文提出的控制策略的跟踪误差仿真曲线。图 4 为干扰观测器的观测曲线。

从仿真结果可知，在达到平稳跟踪状态后，PID 控制的两个自由度的跟踪误差分别为 ±0.3°和 ±0.18°；采用本文设计的控制策略的跟踪误差分别为 ±0.05°和 ±0.04°。干扰加载到动平台的 X_m 轴方向，并联机构内部存在耦合，Y 轴也会受到一定程度的耦合干扰，从图 3 可看出，PID 两轴的跟踪误差差别较大，反观可知本文提出的控制策略相对 PID 控制对干扰的抑制能力更强。综合图 4 可知，本方法可较好地观测出实际干扰，具有较强的鲁棒性和较高的跟踪精度。

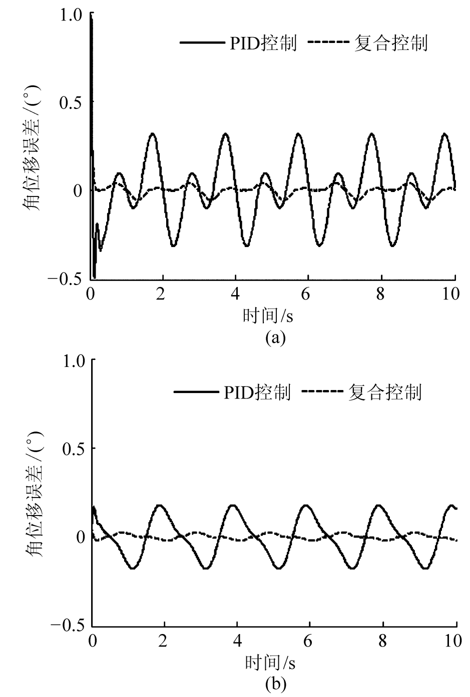

图 3　跟踪误差仿真曲线

Fig. 3　Simulation of tracking error using PID control and proposed control

（a）X 轴误差　（b）Y 轴误差

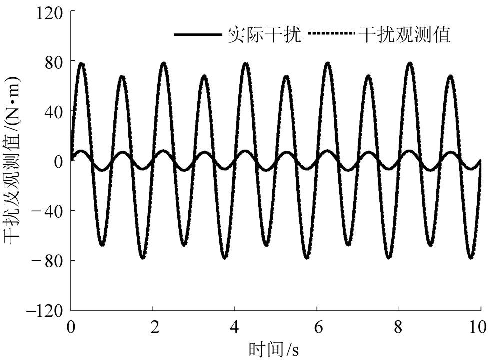

图 4　实际干扰与观测值

Fig. 4　Actual disturbances and observed values

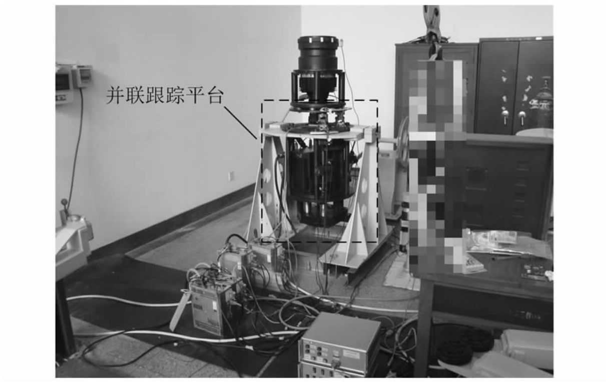

图 5　并联跟踪平台原理样机及实验平台

Fig. 5　Prototype and experimental platform

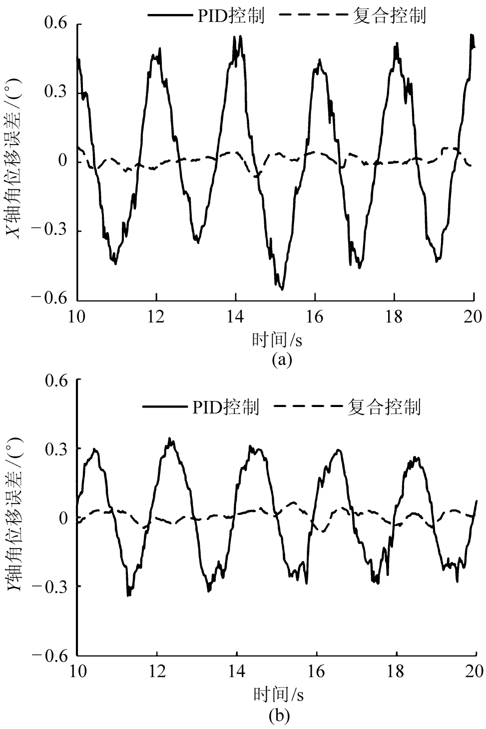

图 6　跟踪误差实验结果

Fig. 6　Experimental results of tracking error

（a）X 轴误差曲线　（b）Y 轴误差曲线

5　实验

图 5 所示为本文针对研究对象制作的原理样机及实验平台。采用 PC 机运行控制算法，模拟量输出采用研华 PCL－726，位置反馈采用光电编码盘。实验室采用七维航测科技公司的 3DM－S10B 姿态参考模块进行实验验证。

实验过程通过观测设备内部的周期运动对并联跟踪平台施加干扰，实验目的是使用本文的控制策略使负载设备按照前述仿真曲线的规律运动。经过 3 次以上实验对比，结果如图 6 所示，采用 PID 控制的 X、Y 轴跟踪误差分别约为 ±0.55°和 ±0.3°；而采用本文提出的控制策略的跟踪误差均为 ±0.08°。这是由于使用了观测器对干扰力进行了精确的观测和补偿。考虑到测量器件的噪声等问题，实验中跟踪误差相对仿真结果有所增大，不过仍可看出本文提出的控制策略能够有效补偿干扰并保持精确跟踪。

6　结束语

提出了一种改进的二自由度并联机构，用于对空间体积有要求的并联跟踪平台；推导并得到了系统雅可比矩阵和动力学模型。

基于并联机构的工作空间设计了一种带有干扰观测器的滑模复合控制器。该控制器首先使用干扰观测器对系统的不确定性和负载设备的干扰进行观测和补偿，减小了干扰上界，滑模控制器抑制未观测出的干扰并对目标轨迹实施跟踪。仿真和实验结果显示，该方法从并联机构工作空间进行控制，能有效补偿系统不确定性和干扰，以及并联机构特有的耦合作用，从而提高跟踪精度。

参 考 文 献

1 武光华，龚烈航，卢颖，等. 6－UPU 电动平台动力学完整模型与简化模型仿真分析[J]. 农业机械学报，2011，42(4)：195－200.
Wu Guanghua, Gong Liehang, Lu Ying, et al. Integrated and simplified dynamics modeling simulation analysis of 6－UPU electric platform[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4): 195－200. (in Chinese)

2 Zhang Y B, Liu H Z, Wu X. Kinematics analysis of a novel parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009(44): 1648－1657.

3 黄鹏，王立平，关立文，等. 新型 3 自由度并联机构运动性能及精度分析[J]. 机械工程学报，2008，46(15)：1－6.
Huang Peng, Wang Liping, Guan Liwen, et al. Kinematic performance and accuracy analysis of new type 3－DOF parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 46(15): 1－6. (in Chinese)

4 唐锐，王少江，侯力，等. 并联机床伺服系统双自适应模糊滑模控制[J]. 农业机械学报，2012，43(10)：229－234.
Tang Rui, Wang Shaojiang, Hou Li, et al. Double adaptive fuzzy sliding mode control for hydraulic servo system of parallel machine[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(10): 229－234. (in Chinese)

5 Su Y X, Duan B Y, Zheng C H, et al. Disturbance rejection high-precision motion control of a stewart platform[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(3): 364－374.

6 高名旺，张宪民. 平面宏动并联机器人动态模拟[J]. 农业机械学报，2012，43(8)：205－209.
Gao Mingwang, Zhang Xianmin. Dynamic modeling of planar macro-driven parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(8): 205－209. (in Chinese)

7 Roopaei M, Sahraei B R, Lin T C. Adaptive sliding mode control in a novel class of chaotic systems[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(12): 4158－4170.

8 Kim D H, Kang J Y, Lee K I. Robust tracking control design for a 6 DOF parallel manipulator[J]. Journal of Robotic Systems, 2000, 17(20): 527－547.

9 Guan C, Pan S X. Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters[J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(11): 1275－1284.

10 张元涛，石为人，邱明伯. 基于非线性干扰观测器的减摇鳍滑模反演控制[J]. 控制与决策，2010，25(8)：1256－1260.

11 Jia Q W. Disturbance rejection through disturbance observer with adaptive frequency estimation[J]. IEEE Transactions on Mechatronics, 2009, 45(6): 2675－2678.

12 Nikoobin A, Haqhiqhi R. Lyapunov-based nonlinear disturbance observer for serial *n*-link robot manipulators[J]. Journal of Intelligent and Robotic System Theory and Application, 2009, 55(2): 135－153.

13 Zarikian G, Serrani A. External model based disturbance rejection in tracking control of Euler-Lagrange systems[C]// Proceedings of the American Control Conference, Portland, 2005: 3562－3567.

14 Chen W H. A nonlinear disturbance observe for robotic manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(4): 932－938.

15 Mohammadi A, Tavakoli M, Marquez H J, et al. Nonlinear disturbance observer design for robotic manipulators[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21: 253－267.

Modeling and Closed-loop Control in Workspace of Parallel Optoelectronic Tracking Platform

Li Kexiang　Zhang He

(*Ministerial Key Laboratory of ZNDY, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094, *China*)

Abstract: In order to meet the optoelectronic tracking requirements for a small size floating stabilized platform with small volume and high load inertia, an improved parallel mechanism based on deficient DOF parallel mechanism has been designed. The Jacobian matrix is derived, and the dynamic model has been established by using Lagrange method. Considering the internal coupling, uncertainties and disturbances of the system, a workspace based composite control with disturbance observer is proposed. The disturbance observer is used to observe the disturbance of the system and reduces the upper bound of the disturbance. Based on backstepping method, the sliding mode controller is designed for tracking and residual disturbance suppression. The simulation and experiment results show that the proposed model and method have made tracking error reduced to $\pm 0.08°$ which is 14.5% of PID, and is suitable for parallel mechanism.

Key words: Parallel mechanism　Dynamic modeling　Disturbance observer　Sliding mode control　Workspace