doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.10.045

两圆柱体结合面法向刚度分形预估模型及其仿真分析*

李小彭 赵光辉 梁亚敏 孟晓辰 闻邦椿 (东北大学机械工程与自动化学院,沈阳110819)

摘要:对M-B分形模型进行了修正,分析了微凸体弹性、弹塑性、塑性各阶段的变形性质。从宏观和微观相结合的角度,建立了考虑摩擦因素的两圆柱体结合面法向刚度分形预估模型,该模型具有几何特性和尺度独立性,在一定程度上完善了结合面动力学参数的分形模型。通过仿真分析揭示了实际接触面积、法向载荷和摩擦因数对圆柱体结合面法向刚度随着实际接触面积的增大而增大,且在较大分形维数时增大速率较快;随着法向载荷的增大而增大;随着摩擦因数的增大而持续减小,当摩擦因数小于0.3 时,法向刚度随摩擦因数的增大呈线性衰减,当摩擦因数大于0.3时,法向刚度随摩擦因数的增大呈指数衰减规律。

关键词:圆柱体结合面 摩擦因素 法向刚度 分形模型 中图分类号:TH113.1 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2013)10-0277-05

Fractal Model and Simulation of Normal Contact Stiffness between Two Cylinders' Joint Surfaces

Li Xiaopeng Zhao Guanghui Liang Yamin Meng Xiaochen Wen Bangchun (School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: The M - B fractal model was modified. The deformation properties of elastic stage, elasticplastic stage and plastic stage of elastomer were analyzed. In the combination of macro and micro perspective, the fractal model of normal contact stiffness between two cylinders' joint surfaces was established considering the influence of friction. And the influence of relevant parameters on the normal contact stiffness was revealed with the research of numerical simulation. The work had geometric characteristics and scale independence, which improved the fractal model of joint surfaces to a certain extent. Simulation works showed that normal contact stiffness increased with the increase of actual contact area and contact force, and decreased with the increase of normal load. And when the friction coefficient was less than 0.3, the normal contact stiffness showed linear attenuation with the increase of friction coefficient. When the friction coefficient was larger than 0.3, the normal contact stiffness showed exponential attenuation with the increase of friction coefficient.

Key words: Cylinders' joint surface Friction factor Normal contact stiffness Fractal model

引言

长期以来国内外众多学者对结合面动态特性进行了大量研究工作^[1-4]。宏观方面主要是基于

Hertz 理论,从结合面几何参数、材料参数和边界条件等宏观特性进行研究^[5],但对其微观特性(微观形貌及表面粗糙度)考虑较少。微观方面则主要以 M-B分形模型^[6]为基础,建立一系列结合面接触

收稿日期: 2013-04-23 修回日期: 2013-05-07

^{*}国家自然科学基金资助项目(51275079)、中央高校基本业务费专项科研基金资助项目(N110403009)和新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-10-0301)

作者简介: 李小彭,副教授,博士,主要从事机械动力学和振动摩擦耦合动力学研究, E-mail: xpli@ me. neu. edu. cn

通讯作者: 闻邦椿,教授,博士生导师,中国科学院院士,主要从事振动利用工程和机械设计及理论研究, E-mail: bewen1930@ vip. sina. com

刚度和接触阻尼分形模型,并仿真分析了微观参数 (分形维数、分形尺度参数、接触载荷)对分形模型 的影响规律^[7-9]。但是M-B分形模型对接触表面 的宏观特性,如接触体的几何形状及接触方式考虑 较少,而且其主要针对两平面的接触特性进行分析, 对于圆柱面等曲面接触不能正确分析。赵韩等将平 面法向接触刚度模型进行了合理扩充,建立了两圆 柱体结合面的法向接触刚度分形模型^[10],但是未充 分考虑摩擦因素的影响。而结合面之间的摩擦和间 隙具有非线性振动特性,会改变机构动力系统的拓 扑结构,致使系统的精度降低,引起振动、噪声等问 题。因此在结合面的分析中引入摩擦影响,研究考 虑摩擦影响的分形接触模型就显得迫切需要^[11]。

本文基于 Hertz 接触理论和修正后的 M - B 接 触模型,从宏观和微观相结合的角度,建立考虑摩擦 因素影响的两圆柱体结合面法向刚度分形预估模 型,通过数值仿真研究有关参数对结合面法向刚度 的影响,在一定程度上完善结合面动力学参数的分 形模型,为后续进行圆柱轴承、齿轮等曲面接触问题 分析奠定理论基础。

考虑摩擦因素的圆柱体结合面法向刚度 分形预估模型

1.1 微凸体弹性、弹塑性和塑性各阶段变形性质

根据 Wang 和 Komvopoulos 对粗糙表面接触模型的研究^[12-13],事实上微凸体的变形方式分为弹性、弹塑性和塑性 3 种,弹性变形到塑性变形的转换并不是突变的。而 M – B 模型中将微凸体的变形简化成由弹性变形突然转换成完全塑性变形,忽略了由弹性变形到塑性变形的转换变形状态即弹塑性状态,而且结合面之间的摩擦和间隙等非线性因素也应考虑。基于此,本节对此进行了修正,对考虑摩擦因素的结合面微凸体弹性、弹塑性和塑性各阶段变形性质进行了分析。



Fig. 1 Contact deformation of two elastomers

Hertz 理论中两微凸体接触示意图如图 1 所示。 由赫兹接触模型可知,基于真实结合面积中弹性变 形和塑性变形结合面积大小的研究结果,可以判定 微凸体由弹性变形转换为塑性变形的临界变形量为

$$\delta_c = \left(\frac{\pi K \sigma_y}{2E}\right)^2 R \tag{1}$$

式中 σ_{y} — 材料屈服强度

K——材料硬度 H 与屈服强度的相关系数, 满足 H = Kσ_y

E----材料等效弹性模量

R——微凸体曲率半径

变形前微凸体表面轮廓的数学模型[14]为

$$z(x) = G^{D-1} a^{1-0.5D} \cos\left(\frac{\pi x}{a^{0.5}}\right)$$

(-0.5a^{0.5} < x < 0.5a^{0.5}) (2)

式中 a——实际接触面积

D——分形维数

对式(1)在 x = 0 处求值可得微凸体顶端接触 变形量为

$$\delta = G^{D-1} a^{1-0.5D} \tag{3}$$

根据式(1)也可以求出微凸体的曲率半径为

$$R = a^{0.5D} G^{1-D} / \pi$$
 (4)

当接触面有相对滑动摩擦时,微凸体开始发生 屈服的临界平均接触压力^[15]为

$$p_{\mu} = 1.1 k_{\mu} \sigma_{y} \tag{5}$$

其中
$$k_{\mu} = \begin{cases} 1 - 0.228\mu & (0 \le \mu \le 0.3) \\ 0.932e^{-1.58(\mu - 0.3)} & (0.3 < \mu \le 0.9) \end{cases}$$

式中 *µ*——摩擦因数

k_µ——摩擦力修正因子

将式(5)代入式(1)中可得到考虑摩擦因素时 微凸体弹性临界变形量为

$$\delta_{\mu c} = \left(\frac{3\pi p_{\mu}}{4E}\right)^2 R = \left(\frac{3\cdot 3\pi k_{\mu}\sigma_{\gamma}}{4E}\right)^2 R \qquad (6)$$

将式(3)和(4)代入式(6)可得到微凸体弹性变 形临界面积为

$$a_{\mu c} = \left(\frac{3.3\pi^{0.5}k_{\mu}\sigma_{y}}{4E}\right)^{\frac{2}{1-D}}G^{2}$$
(7)

由赫兹理论可知,当微凸体实际接触面积大于 临界弹性接触面积 $a > a_{\mu c}$ 时,此时微凸体发生弹性 变形。在此引入临界塑性接触面积 $a_{\mu i}$,当微凸体实 际接触面积小于临界塑性接触面积 $a_{\mu i}$ 时,微凸体将 发生完全塑性变形;当微凸体实际接触面积大于临 界塑性接触面积 $a_{\mu i}$ 而小于临界弹性接触面积 $a_{\mu c}$ 时,即 $a_{\mu c}$ 时,微凸体将处于弹塑性变形状 态。

根据 Johnson 理论^[16]及式(3)和(4)得到临界 塑性接触面积 a_{u} 为

$$a_{pt} = G^2 \left(\frac{E\beta}{\sigma_y}\right)^{\frac{2}{D-1}}$$
(8)

其中
$$\beta = \frac{\sqrt{\pi} \left(\frac{2m+1}{2m}\right)^{2(m-1)}}{(30 \times 0.2^{\frac{1}{m}})^{\frac{m}{m-1}}}$$

式中 m——应变硬化指数

 考虑摩擦因素的两圆柱体结合面法向刚度分 形预估模型

对于两曲面之间的接触,接触点的面积分布 n'(a)满足^[17]

式中 $\sum S$ ——两曲面的表面积之和

X_h——综合曲率半径

B——接触体宽度

F----曲面间法向载荷

- *Ω*(*B*,*E*) 关于 *B* 和 *E* 的函数
- C₁、C₂——与曲面几何形状有关的系数,其值 由曲面形式确定

对任一接触面积为 *a* 的接触点,两圆柱面间的 法向载荷与接触面积有如下关系^[14-15]:

(1) 若 a > a_{μe},接触点发生弹性变形,接触载荷
 为

$$P_{e} = \frac{4\sqrt{\pi}}{3} E G^{D-1} a^{\frac{3-D}{2}}$$
(10)

(2) 若 *a_µ* < *a* < *a_{µe}*,接触点发生弹塑性变形,应 用球形压痕模型可得接触载荷为

$$P_{ep} = \frac{2}{3} \sigma_s^{\frac{m-1}{m}} \left[0.2E^2 \sqrt{\pi} \left(\frac{2m+1}{2m} \right)^{2(m-1)} \right]^{\frac{1}{m}} \cdot G^{\frac{D-1}{m}} a^{\frac{2m+1-D}{m}} \left(2 + \ln \frac{\phi^{\frac{m-1}{m}}}{3 \times 0.2^{\frac{1}{m}}} \right)$$
(11)

(3)若 a < a_{pt},接触点发生塑性变形,接触载荷

$$P_{p} = k_{\mu}\sigma_{y}a \qquad (12)$$

整个真实接触面的接触载荷利用接触面积分布 函数 n'(a)与单个接触点的载荷而求得

(1)当 $a_l < a_{pt}$ 时

$$P = k_{\mu}\sigma_{y}A_{r}$$
(13)
(2) $\stackrel{\text{def}}{=} a_{z} < a_{z} < a_{z}$

$$P = k_{\mu}\sigma_{y}\int_{0}^{a_{pt}} n'(a) a da + \int_{a_{pt}}^{a_{l}} P_{e_{p}}n'(a) a da = \lambda \frac{D}{2-D}k_{\mu}\sigma_{y}k_{2}a^{\frac{2-D}{2}} + \lambda \frac{mD}{k_{1}}\xi G^{\frac{D-1}{m}}k_{2}(a^{\frac{k_{1}}{2m}}_{l} - a^{\frac{k_{1}}{2m}}_{l})$$
(14)

$$\begin{pmatrix} 2 + \ln \frac{\psi^{\frac{m-1}{m}}}{3 \times 0.2^{\frac{1}{m}}} \end{pmatrix}$$

$$(4) \stackrel{\text{M}}{=} a_{\mu c} \boxplus D = 1.5 \text{ B}^{\frac{1}{2}}$$

$$P = 3\lambda k_{\mu} \sigma_{y} \psi^{\frac{1}{4}} a_{l}^{\frac{3}{4}} a_{l}^{\frac{1}{4}} + \lambda \pi^{\frac{1}{2}} E G^{\frac{1}{2}} \psi^{\frac{1}{4}} a_{l}^{\frac{3}{4}} \ln \frac{a_{l}}{a_{\mu c}} +$$

$$\lambda \frac{3m}{m-1} \xi G^{\frac{1}{2m}} \psi^{\frac{1}{4}} a_{l}^{\frac{3}{4}} (a_{\mu c}^{\frac{m-1}{4m}} - a_{\mu l}^{\frac{m-1}{4m}})$$

$$(16)$$

根据赫兹理论单个微凸体的法向接触刚度为

$$K_{n} = \int k_{n} n'(a) \,\mathrm{d}a \qquad (17)$$

故当结合面发生弹性变形、弹塑性变形和塑性 变形时结合面的法向接触刚度为

$$K_{n} = \int_{a_{\mu c}}^{a_{l}} k_{n} n'(a) da + \int_{a_{p t}}^{a_{\mu c}} k_{n} n'(a) da = \frac{2\lambda E D \psi^{1-0.5D} a_{l}^{\frac{D}{2}}}{\sqrt{\pi}(1-D)} (a_{l}^{\frac{1-D}{2}} - a_{\mu c}^{\frac{1-D}{2}}) + \frac{2\lambda E' D \psi^{1-0.5D} a_{l}^{\frac{D}{2}}}{\sqrt{\pi}(1-D)} (a_{\mu c}^{\frac{1-D}{2}} - a_{p t}^{\frac{1-D}{2}})$$
(18)

式中 E'——弹塑性变形阶段的相当弹性模量

由 $E = \sigma/\varepsilon = Pl/(A\Delta l)$ 可知,在弹塑性变形阶段,接触面积增大,应力减小,变形量增加,因此,弹性模量减小,故取 $E' = 0.9E_{\odot}$

式(18)包含了结合面微观形貌的摩擦因数 µ、 分形维数 D、分形尺度参数 C 以及宏观几何尺寸等 参数,从而构成了考虑摩擦因素的两曲面结合面法 向接触刚度分形预估模型。

2 分形预估模型的数值仿真分析

2.1 分形模型可行性分析

无量纲实际接触面积与单点最大接触面积有关 系^[14]

$$A_{\rm r} = \frac{D}{2 - D} \psi^{\frac{2 - D}{2}} a_{\rm max}$$
(19)

取无量纲 $\sigma_x / E = 0.001$, 摩擦因数 $\mu = 0.5$, 分

形维数 D = 1.30,分形尺度参数 $G = 1.36 \times 10^{-11}$ m; 两圆柱体 $R_1 = 100$ mm, $R_2 = 50$ mm, F = 1000 N, B = 50 mm, E = 155000 MPa,代入式(10)后得 $\lambda = 0.96$, 仿真时取 1。对比分析本文所建立的考虑摩擦因 素、弹塑性变形状态曲面模型与文献[10]中既不考 虑摩擦、又不考虑弹塑性变形模型的结果如图 2 所 示。



由图 2 可知:①在相同参数下,考虑摩擦的两圆 柱体结合面法向刚度小于未考虑摩擦法向刚度,这 主要是因为由于摩擦力的存在,微凸体临界弹性接 触面积增大,与无摩擦模型相比,接触点接触面积小 于临界接触面积比例增加,即处于塑性变形的比例 增加,结合面刚度相应地减小。②既考虑摩擦、又 考虑弹塑性变形结合面法向刚度大于既不考虑摩 擦、又不考虑弹塑性变形时的法向刚度,这主要因 为除了摩擦因素的影响外,本文考虑了微凸体弹 塑性阶段变形,减小了处于塑性变形的比例,使结 合面阻尼减小刚度增大。这证明了本文所建立的 既考虑摩擦、又考虑微凸体弹塑性变形模型的合 理性。

2.2 法向刚度与实际接触面积的关系

根据式(18)和式(19),其他参数不变,取 μ = 0.5,D = 1.30、1.38、1.45、1.50,相应的 ψ = 2.1837、 2.1033、2.0411、2.0007^[14],仿真分析法向刚度与 实际接触面积的关系曲线,如图3所示。





图 3 表明, μ = 0.5 时,圆柱体结合面法向刚度 K_n随着实际接触面积 A_r的增大而增大。这主要是 因为实际接触面积越大,弹性接触变形所占比例越 大,结合面存储的弹性应变能力越强,刚度越大。指 定实际接触面积时,分形维数越大,法向刚度越大。指 结论与文献[9]一致,所以可以通过增大分形维数 来提高结合面刚度。对比图 3 可以得出,分形特征 尺度参数 G 越小,法向刚度越大。原因为分形特征 尺度参数 G 越小即结合面间粗糙度越小,弹性接触 变形所占比例越大。所以降低圆柱结合面间的粗糙 度有助于提高法向刚度。

2.3 法向刚度与法向载荷的关系

根据式(13)~(16)和式(18),其他参数不变, 取 $G = 1.36 \times 10^{-9}$ m,D = 1.30、1.38、1.45、1.50,仿 真分析法向刚度与法向载荷的关系曲线,如图 4 所 示。

图 4 表明,圆柱结合面法向刚度 K_n随着法向载





Fig. 4 Relations between normal contact stiffness and normal contact force at different fractal dimensions

荷 P 的增大而增大,这与文献[10]中结论一致。而 且 D 越大,法向刚度随法向载荷的增幅越大。主要 原因为结合面法向载荷 P 越大,结合面间的实际接 触面积 A,越大,其承受法向载荷的能力也越大。所 以,增大圆柱结合面法向载荷有利于提高其法向刚 度。

2.4 法向刚度与摩擦因数的关系

根据式(7)、式(8)和式(18),其他参数不变,取 $G = 1.36 \times 10^{-9}$ m, $A_x = 0.01$, 无量纲 $\sigma_x / E = 0.001$, D=1.30、1.38、1.45、1.50, 仿真分析法向刚度与摩 擦因数的关系曲线,如图5所示。





图 5 表明,圆柱结合面法向刚度随着结合面摩 擦因数的增大而持续减小,表现为当摩擦因数小于 0.3 时,法向刚度随摩擦因数的增大呈线性衰减,当 摩擦因数大于 0.3 时,法向刚度随摩擦因数的增大 呈指数衰减规律,并且减小速度随着分形维数 D 的 增大而迅速地减小。因此,可以在较大分形维数 D 时,通过减小两圆柱结合面间的摩擦因数来提高法 向刚度。

3 结论

(1)修正了 M-B 分形模型,分析了结合面弹 性、弹塑性和塑性各阶段的变形性质;从宏观和微观 相结合的角度,建立了考虑摩擦因素的两圆柱面结 合面法向刚度分形预估模型,在一定程度上完善了 结合面动力学参数的分形模型,为解决圆柱体、齿轮 等曲面接触问题提供了一定的理论基础。

(2)两圆柱结合面法向刚度随着实际接触面积 的增大而增大,且在较大分形维数时增大速率较快; 随着分形特征尺度参数的增大而减小:随着法向载 荷的增大而增大;随着摩擦因数的增大而持续减小, 当摩擦因数小于 0.3 时,法向刚度随摩擦因数的增 大呈线性衰减,当摩擦因数大于0.3时,法向刚度随 摩擦因数的增大呈指数衰减规律,并且减小速度随 着分形维数 D 的增大而迅速地减小。

文 献

- 1 兰国生,张学良,丁红钦,等. 基于分形理论的结合面改进接触模型[J]. 农业机械学报,2011,42(10):217~223. Lan Guosheng, Zhang Xueliang, Ding Hongqin, et al. Modified contact model of joint interfaces based on fractal theory [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(10): 217 ~ 223. (in Chinese)
- 2 兰国生,张学良,丁红钦,等. 基于分形理论的结合面静摩擦因数改进模型[J]. 农业机械学报,2012,43(1):213~218. Lan Guosheng, Zhang Xueliang, Ding Hongqin, et al. Modified model of static friction coefficient of joint interfaces based on fractal theory [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(1); 213~218. (in Chinese)
- Fu W P, Huang Y M, Zhang X L. Experimental investigation of dynamic normal characteristics of machined joint surfaces [J]. 3 ASME Journal of Vibration and Acoustics, 2000, 122(4): 393 ~ 398.
- Ahmadian H, Jalali H. Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures [J]. Mechanical Systems and Signal 4 Processing, 2007, 21 (2): 1041 ~ 1050.
- 5 方子帆,舒刚,何孔德,等.齿轮传动多体接触动力学模型[J]. 机械传动,2009,33(1):15~18. Fang Zifan, Shu Gang, He Kongde, et al. Multi-body contact dynamic modeling of gear transmission [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2009, 33(1): 15 ~ 18. (in Chinese)
- Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1):1~11.
- 温淑花,张宗阳,张学良,等. 固定结合面刚度分形模型[J]. 农业机械学报,2013,44(2):255~260. 7 Wen Shuhua, Zhang Zongyang, Zhang Xueliang, et al. Stiffness fractal model for fixed joint interfaces [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(2): 255 ~ 260. (in Chinese)
- 8 张学良,黄玉美,傅卫平,等. 粗糙表面法向接触刚度的分形模型[J]. 应用力学学报,2000,17(2):31~35. Zhang Xueliang, Huang Yumei, Fu Weiping, et al. Fractal model of normal contact stiffness between rough surfaces [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2000, 17(2): 31 ~ 35. (in Chinese)
- 9 温淑花,张学良,武美先,等.结合面法向接触刚度分形模型建立与仿真[J].农业机械学报,2009,40(11):197~202. Wen Shuhua, Zhang Xueliang, Wu Meixian, et al. Fractal model and simulation of normal contact stiffness of joint interfaces and its simulation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11): 197~202. (in Chinese)
- 赵韩,陈奇,黄康.两圆柱体结合面的法向接触刚度分形模型[J].机械工程学报,2011,47(7):53~58. 10 Zhao Han, Chen Qi, Huang Kang. Fractal model of normal contact stiffness between two cylinders' joint interfaces [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(7): 53 ~ 58. (in Chinese)

(下转第293页)

281

Guo Jianying, Sun Yongquan, Wang Mingyi, et al. System reliability synthesis of wind turbine based on computer simulation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012,48(2):2~8. (in Chinese)

- 30 于海生,张建武,张彤,等. 电磁功率分流混合动力汽车传动控制模式研究[J]. 农业机械学报,2012,43(6):1~7. Yu Haisheng, Zhang Jianwu, Zhang Tong, et al. Transmission control mode of electromagnetic power-split hybrid electric vehicle [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012,43(6):1~7. (in Chinese)
- 31 田红亮,赵春华,方子帆,等. 基于各向异性分形理论的结合面切向刚度改进模型[J]. 农业机械学报,2013,44(3):257~266. Tian Hongliang, Zhao Chunhua, Fang Zifan, et al. Improved model of tangential stiffness for joint interface using anisotropic fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(3):257~266. (in Chinese)
- 32 田红亮,朱大林,方子帆,等. 赫兹接触 129 年[J]. 三峡大学学报:自然科学版,2011,33(6):61~71. Tian Hongliang,Zhu Dalin, Fang Zifan, et al. 129 years of Hertz contact[J]. Journal of China Three Gorges University: Natural Sciences, 2011,33(6):61~71. (in Chinese)
- 33 田红亮,朱大林,秦红玲,等.结合部法向载荷解析解修正与定量实验验证[J]. 农业机械学报,2011,42(9):213~218. Tian Hongliang, Zhu Dalin, Qin Hongling, et al. Modification of normal load's analytic solutions for joint interface and quantitative experimental verification[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011,42(9):213~ 218. (in Chinese)
- 34 曹衍龙,徐朋,金鹭,等. 基于图形处理器的三维表面质量快速评定技术[J]. 农业机械学报,2012,43(3):219~222,229. Cao Yanlong, Xu Peng, Jin Lu, et al. 3-D surface quality evaluation based on graphics processing unit[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012,43(3):219~222,229. (in Chinese)

35 方子帆,贺青松,向兵飞,等. 低张力缆索有限元模型及其应用[J]. 工程力学,2013,30(3):445~450. Fang Zifan, He Qingsong, Xiang Bingfei, et al. Research and applications of FE model on cables in low-tension[J]. Engineering Mechanics, 2013,30(3):445~450. (in Chinese)

(上接第 281 页)

11 李小彭,王伟,赵米鹊,等.考虑摩擦因素影响的结合面切向接触阻尼分形预估模型及其仿真[J].机械工程学报,2012, 48(23):46~50.

Li Xiaopeng, Wang Wei, Zhao Mique, et al. Fractal prediction model for tangential contact damping of joint surface considering friction factors and its simulation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(23): 46 ~ 50. (in Chinese)

- 12 Wang S, Komvopoulos K. A fractal theory of the interfacial temperature distribution in the slow sliding regime: part I —elastic contact and heat transfer analysis[J]. ASME Journal of Tribology, 1994, 116(4): 812~822.
- 13 Wang S, Komvopoulos K. A fractal theory of the interfacial temperature distribution in the slow sliding regime: part II—multiple domains, elastoplastic contacts and applications[J]. ASME Journal of Tribology, 1994, 116(4): 824~832.
- 14 葛世荣,朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- 15 朱育权,马保吉,姜凌彦. 粗糙表面接触的弹性、弹塑性、塑性分形模型[J]. 西安工业学院学报,2001,21(2):150~157. Zhu Yuquan, Ma Baoji, Jiang Lingyan. The elastic elastoplastic and plastic fractal contact models for rough surface[J]. Journal of Xi' an Institute of Technology, 2001, 21(2): 150~157. (in Chinese)
- 16 Johnson K L. Contact mechanics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- 17 黄康,赵韩,陈奇.两圆柱体表面接触承载能力的分形模型研究[J].摩擦学学报,2008,28(6):529~533.
 Huang Kang, Zhao Han, Chen Qi. Research of fractal contact model on contact carrying capacity of two cylinders' surface[J].
 Tribology, 2008, 28(6): 529~533. (in Chinese)

(上接第 298 页)

- 12 Chen Y, Zhang M M, Liu Z Q. Study on sintering process of magnetic abrasive particles [J]. Advanced Materials Research, 2011,337:163 ~ 167.
- 13 芦亚萍,张军强,马季,等. 超声磁粒复合研磨加工工艺参数控制系统设计[J]. 农业机械学报,2007,38(8):168~172. Lu Yaping, Zhang Junqiang, Ma Ji, et al. Study on the control of ultrasonic magnetic abrasive finishing[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2007,38(8):168~172. (in Chinese)
- 14 Shinmura T. Magnetic abrasive finishing of rollers [J]. Annals of CIRP, 1994, 43(1):181 ~184.
- 15 芦亚萍,马季,蔡军伟,等. 模具自由曲面磁力超精研磨控制系统[J]. 农业机械学报,2006,37(7):163~166.
- Lu Yaping, Ma Ji, Cai Junwei, et al. Study of intelligent control system in magnetic abrasive finishing on molds free surface process[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2006,37(7):163~166. (in Chinese)
- 16 Ferreira N G, Abramof E, Corat E J, et al. Residual stresses and crystalline quality of heavily boron-doped diamond films analysed by micro-Raman spectroscopy and X-ray diffraction [J]. Carbon, 2003, 41(6): 1 301 ~ 1 308.