

并联式球面变胞机构及其完整雅可比矩阵*

畅博彦¹ 金国光² 王 艳¹

(1. 天津工业大学机械工程学院, 天津 300387; 2. 天津市现代机电装备技术重点实验室, 天津 300387)

摘要: 提出了一种球面变胞机构。该机构采用并联连接方式,由动平台、静平台、3个环形支链和1个中间变胞支链组成,通过变胞支链提供不同约束,机构可演变为正常构态和变胞构态两种机构形式。正常构态时,动平台相对静平台具有3个转动自由度,等效于3自由度球面机构;变胞构态时,动平台具有一个额外的径向移动自由度。以螺旋理论为基础,首先分析机构的自由度数目和性质;其次,构建机构的运动子矩阵和约束子矩阵,并将约束子矩阵和运动子矩阵联立,建立完整的6×6雅可比矩阵;最后,分析雅可比矩阵的秩,得到机构产生奇异位形的条件,研究奇异位形的类型,提出避免发生奇异的方法,为机构设计提供理论依据。

关键词: 球面变胞机构 螺旋理论 雅可比矩阵 奇异位形

中图分类号: TH112.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)10-0260-06

Parallel Spherical Metamorphic Mechanism and Its Complete Jacobian Matrix

Chang Boyan¹ Jin Guoguang² Wang Yan¹

(1. School of Mechanical Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China

2. Tianjin Key Laboratory of Advanced Mechatronics Equipment Technology, Tianjin 300387, China)

Abstract: A spherical metamorphic mechanism with parallel structure was proposed. It consisted of a moving platform, a base plate and four connecting legs between moving platform and base plate. Three of these legs had the same structure named circle legs and the other one named middle leg. Spherical metamorphic mechanism could transform to normal configuration and metamorphic configuration respectively with the change of constraint applied by middle leg. The moving platform was in possession of three revolute degrees of freedom which equivalent to spherical joint and extra translational freedom in the direction of radius. Based on screw theory, the mobility of this mechanism was analyzed firstly. Secondly, the constraint sub-matrix and actuation sub-matrix were obtained and the complete Jacobian matrix was established by integrating these two sub-matrices. In the end, the singular conditions of spherical metamorphic mechanism were analyzed by investigating the ranks of the complete Jacobian matrix and methods used to avoid the occurrence of singularities were given which were propitious to mechanical design.

Key words: Spherical metamorphic mechanism Screw theory Jacobian matrix Singularity

引言

基于生物学中细胞分裂和融合现象,戴建生等

通过研究花样折纸等工艺品^[1~2],提出了变胞机构^[3]和变胞原理的概念^[4],用以描述和研究可根据环境和工况的变化,从一种机构形式(构态)转变为

收稿日期: 2013-04-01 修回日期: 2013-05-08

* 国家自然科学基金资助项目(50675154,51275352)和天津市应用基础及前沿技术研究计划资助项目(09JCYBJC04600)

作者简介: 畅博彦,博士生,主要从事机构学与机械动力学研究,E-mail: boyanchang@sina.com

通讯作者: 金国光,教授,博士生导师,主要从事机器人机构学、系统动力学与控制研究,E-mail: jinguoguang@tjpu.edu.cn

另一种机构形式的变拓扑机械系统。变胞机构的多构态与多功能特性使其具有传统机构无法比拟的适应能力。

并联式 3 自由度球面机构是少自由度并联机构的重要研究对象^[5-7], 可实现空间 3 个转动自由度, 广泛用于卫星随动装置、灵巧眼^[8-9]、数控回转台^[10]、隧道管片安装机器人^[11]、微调机器人^[12]等工程实际中, 还可应用于仿生球面关节的设计, 如肩关节、髋关节和踝关节^[13-14]等。目前所研究的并联式球面机构均属于传统机构范畴, 具有确定的自由度, 且当机构中各个构件的几何参数与物理参数确定后, 机构的各项性能指标也随之确定^[15-16]。然而, 在某些特殊工况或极端条件下, 执行机构需对其某些性能指标甚至自由度进行调整和变更, 以适应环境和任务的要求。

本文基于变胞原理, 提出一种球面变胞机构, 以该变胞机构为研究对象, 建立并联式球面变胞机构完整的雅可比矩阵^[17-18], 分析机构产生奇异^[19]的条件, 探索变胞机构构态变换对机构奇异位型的影响。

1 机构结构描述与自由度分析

1.1 机构结构描述

本文所研究的并联式球面变胞机构如图 1 所示。它由静平台、动平台、3 条结构相同的环形支链 $l_i (i=1, 2, 3)$, 以及 1 条中间变胞支链 l_0 组成。静平台是以 O 为圆心、 a 为半径的环形导轨, 动平台是以 O' 为中心、 b 为外接圆半径的三角形。

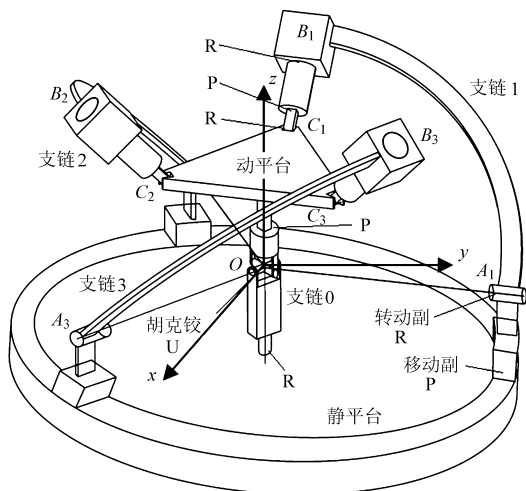


图 1 并联式球面变胞机构示意图

Fig. 1 Structure of parallel spherical metamorphic mechanism

环形支链为 $(P_{1i}R_{2i}R_{3i})_N P_{4i}R_{5i}$ 结构, 其中 R 表示转动副、 P 表示移动副, 下标 ji 表示第 i 环形支链中的第 j 运动副, 如图 2a 所示。移动副 P_{1i} 只具有绕

环形导轨中轴线的一个转动自由度, 因此可将移动副 P_{1i} 等价于转动副 R_{1i} , R_{1i} 、 R_{2i} 和 R_{3i} 轴线相交于点 O , R_{5i} 轴线与动平台所在平面重合且与 P_{4i} 轴线垂直相交于点 C_i 。以 S_{ji} 表示第 i 环形支链中第 j 个运动副的瞬时运动螺旋轴的单位矢量, 根据螺旋的互逆性与坐标系的选取无关这一原则, 以静平台几何中心 O 为原点建立静坐标系 $Oxyz$, 其中, z 轴垂直于静平台向上, x 轴任意, y 轴符合右手定则(图 1)。可知 3 条环形支链的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{1i} = (S_{1i}; 0) \\ \mathcal{S}_{2i} = (S_{2i}; 0) \\ \mathcal{S}_{3i} = (S_{3i}; 0) \\ \mathcal{S}_{4i} = (0; S_{3i}) \\ \mathcal{S}_{5i} = (S_{5i}; (a - d_{4i})S_{3i} \times S_{5i}) \end{cases} \quad (1)$$

式中 d_{4i} ——线段 B_iC_i 的长度

根据几何约束条件, 环形支链的约束反螺旋系为

$$\mathcal{S}_{il}^r = (S_{5i}; 0) \quad (2)$$

中间变胞支链可通过改变自身结构, 为动平台提供 2 种不同约束, 实现正常构态与变胞构态的切换。机构在变胞构态下(设为构态 1), 中间变胞支链为 $(R_{10}R_{20}R_{30})_N P_{40}$ 结构, 其中 R_{10} 轴线过点 O 且与环形导轨中轴线重合, R_{10} 、 R_{20} 和 R_{30} 轴线相交于点 O , P_{40} 分别与转动副 R_{30} 和动平台 $C_1C_2C_3$ 垂直相交于点 O 和点 O' , 如图 2b 所示。故构态 1 时中间变胞支链的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{10} = (S_{10}; 0) \\ \mathcal{S}_{20} = (S_{20}; 0) \\ \mathcal{S}_{30} = (S_{30}; 0) \\ \mathcal{S}_{40} = (0; S_{40}) \end{cases} \quad (3)$$

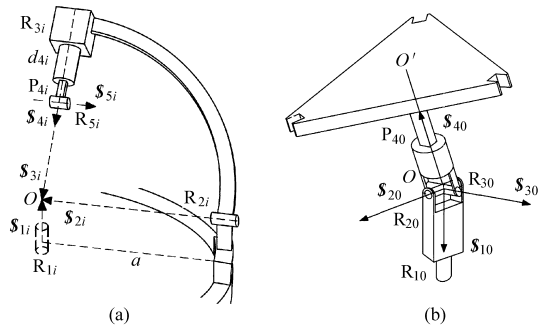


图 2 环形支链与中间支链结构示意图

Fig. 2 Structure of circle leg and middle leg

(a) 环形支链 (b) 中间支链

约束反螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{01}^r = (S_{30}; 0) \\ \mathcal{S}_{02}^r = (S_{30} \times S_{40}; 0) \end{cases} \quad (4)$$

机构在正常构态(设为构态 2)下, 中间变胞支

链为 $(R_{10}R_{20}R_{30})_N$ 结构,即在构态 1 机构的基础上,根据限动/使动运动副法,通过一定变胞方式^[20]限制 P_{40} 移动,如图 3 所示。

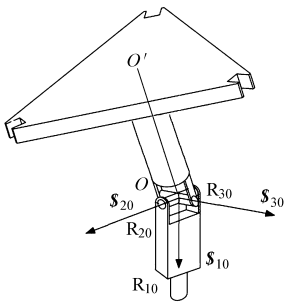


图 3 中间支链变结结构示意图
Fig. 3 Structure change of middle leg

故构态 2 时中间变胞支链的运动螺旋系为

$$\begin{cases} {}^2\mathcal{S}_{10} = (\mathcal{S}_{10}; 0) \\ {}^2\mathcal{S}_{20} = (\mathcal{S}_{20}; 0) \\ {}^2\mathcal{S}_{30} = (\mathcal{S}_{30}; 0) \end{cases} \quad (5)$$

约束反螺旋系为

$$\begin{cases} {}^2\mathcal{S}_{01}^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^2\mathcal{S}_{02}^r = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^2\mathcal{S}_{03}^r = (0, 0, 1; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (6)$$

1.2 机构自由度分析

根据式(2)和式(4),构态 1 时全部 4 个支链共产生 5 个约束力以约束动平台的运动,由于各个支链产生的约束力不共轴,不构成公共约束;产生的 5 个约束力共面汇交于点 O 且平行于动平台所在平面,所以它们彼此线性相关,最大线性无关组为 2,限制了动平台沿其所在平面的 2 个移动自由度,故存在 3 个冗余约束;此外,机构中不存在虚约束。根据修正的 Kutzbach-Grubler 自由度计算公式为^[21]

$$F = c(e - g - 1) + \sum_{k=1}^g f_k + v - \xi \quad (7)$$

式中 F ——机构自由度

e ——包括机架的构件数目

g ——运动副数目

f_k ——第 k 个运动副的自由度

c ——机构的阶或公共约束因子

v ——机构的冗余约束数目

ξ ——虚约束数目

构态 1 机构的自由度为

$$\begin{aligned} {}^1F &= c(e - g - 1) + \sum_{k=1}^g f_k + v - \xi = \\ &6(17 - 19 - 1) + 19 + 3 = 4 \end{aligned}$$

即构态 1 机构为 4 自由度机构,此构态下动平台具有空间 3 个转动自由度和 1 个沿垂直于动平台方向(即径向)的移动自由度。

同理,由式(2)和式(6)可知,构态 2 时全部 4 个支链共产生 6 个空间汇交于点 O 的约束力,最大线性无关组为 3,限制了动平台的 3 个空间移动自由度,存在 3 个冗余约束。根据式(7)易知² $F = 3$,即构态 2 机构为 3 自由度机构,此构态下动平台只具有空间 3 个转动自由度。

由于在机构任何可能的运动中,各个分支的运动副因结构的限制总保持原有的几何关系,建立如图 1 所示的坐标系,得到的式(1)、式(3)、式(5)都保持不变,2 种构态下机构的自由度均具有全周性,且可通过控制移动副 P_{40} 的限动与使动状态实现球面变胞机构的构态切换。

2 完整雅可比矩阵

2.1 约束子矩阵

根据文献[18],构态 1 机构动平台的瞬时速度可表示为

$${}^1\hat{\mathcal{S}}_p = \dot{\theta}_{1i} \mathcal{S}_{1i} + \dot{\theta}_{2i} \mathcal{S}_{2i} + \dot{\theta}_{3i} \mathcal{S}_{3i} + \dot{d}_{4i} \mathcal{S}_{4i} + \dot{\theta}_{5i} \mathcal{S}_{5i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

$${}^1\hat{\mathcal{S}}_p = \dot{\theta}_{10} \mathcal{S}_{10} + \dot{\theta}_{20} \mathcal{S}_{20} + \dot{\theta}_{30} \mathcal{S}_{30} + \dot{d}_{40} \mathcal{S}_{40} \quad (9)$$

式中 $\dot{\theta}_{ji}$ ——环形支链 i 第 j 关节的转动速率
 $\dot{d}_{ji}$ ——环形支链 i 第 j 关节的移动速率
 $\dot{\theta}_{j0}$ ——中间支链第 j 关节的转动速率
 $\dot{d}_{j0}$ ——中间支链第 j 关节的移动速率

在机构自由度分析的过程中,已得到构态 1 机构的约束螺旋系为

$$\begin{cases} {}^1\mathcal{S}_{11}^r = (\mathcal{S}_{51}; 0) \\ {}^1\mathcal{S}_{21}^r = (\mathcal{S}_{52}; 0) \\ {}^1\mathcal{S}_{31}^r = (\mathcal{S}_{53}; 0) \\ {}^1\mathcal{S}_{01}^r = (\mathcal{S}_{30}; 0) \\ {}^1\mathcal{S}_{02}^r = (\mathcal{S}_{30} \times \mathcal{S}_{40}; 0) \end{cases} \quad (10)$$

上述 5 个约束力螺旋共面汇交于点 O 且平行于动平台所在平面,最大线性无关组为 2,根据几何约束条件易知

$$\begin{cases} {}^1\mathcal{S}_{01}^r = (\mathcal{S}_{30}; 0) \\ {}^1\mathcal{S}_{02}^r = (\mathcal{S}_{30} \times \mathcal{S}_{40}; 0) \end{cases} \quad (11)$$

为式(10)所示约束螺旋系的一组基,以 ${}^1\mathcal{S}^r$ 表示。对式(8)两边用 ${}^1\mathcal{S}^r$ 做互易积,可得

$${}^1\hat{\mathcal{S}}_p \circ {}^1\mathcal{S}^r = 0 \quad (12)$$

写成矩阵形式,有

$${}^1\hat{\mathcal{S}}_p {}^1J_c = 0 \quad (13)$$

其中 ${}^1J_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathcal{S}_{30}^T & (\mathcal{S}_{30} \times \mathcal{S}_{40})^T \end{bmatrix}$

式(13)中 1J_c 为构态 1 机构完整雅可比矩阵的约束子矩阵,其列矢量的物理意义是施加于动平台的 2 个约束力。

同理可得,构态 2 机构完整雅可比矩阵的约束子矩阵为

$${}^2J_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{E}$ ——单位矩阵

2.2 运动子矩阵

锁定环形支链 l_i 中的主动关节,即移动副 P_{1i} 。此时,每个环形支链的运动螺旋在静坐标系下的 Plucker 坐标为

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_{2i} = (\mathbf{S}_{2i}; \mathbf{0}) = (l_{2i}, m_{2i}, 0; 0, 0, 0) \\ \mathbf{\$}_{3i} = (\mathbf{S}_{3i}; \mathbf{0}) = (l_{3i}, m_{3i}, n_{3i}; 0, 0, 0) \\ \mathbf{\$}_{4i} = (\mathbf{0}; \mathbf{S}_{4i}) = (0, 0, 0; l_{3i}, m_{3i}, n_{3i}) \\ \mathbf{\$}_{5i} = (\mathbf{S}_{5i}; (a - d_{4i})\mathbf{S}_{3i} \times \mathbf{S}_{5i}) = \\ (l_{5i}, m_{5i}, n_{5i}; p_{5i}, q_{5i}, k_{5i}) \end{cases} \quad (15)$$

约束螺旋系的秩增加到 $2^{[18]}$,增加的反螺旋为

$$\mathbf{\$}_{i2}^r = (\mathbf{S}_{i2}^r; \mathbf{S}_{i2}^{r0}) = (l_i^r, m_i^r, n_i^r; p_i^r, q_i^r, k_i^r) \quad (16)$$

可根据求解反螺旋的代数方法 $^{[22]}$,得

$$n_i^r = 0$$

$$l_i^r = \begin{vmatrix} l_{5i} & m_{5i} & n_{5i} & q_{5i} \\ l_{2i} & m_{2i} & 0 & 0 \\ l_{3i} & m_{3i} & n_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{3i} \end{vmatrix} = n_{3i}m_{3i}(l_{5i}m_{2i} + m_{5i}l_{2i})$$

$$m_i^r = \begin{vmatrix} l_{5i} & m_{5i} & n_{5i} & p_{5i} \\ l_{2i} & m_{2i} & 0 & 0 \\ l_{3i} & m_{3i} & n_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{3i} \end{vmatrix} = n_{3i}l_{3i}(l_{5i}m_{2i} + m_{5i}l_{2i})$$

$$p_i^r = \begin{vmatrix} m_{5i} & n_{5i} & p_{5i} & q_{5i} \\ m_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ m_{3i} & n_{3i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{3i} & m_{3i} \end{vmatrix} = m_{2i}n_{3i}(p_{5i}m_{3i} + q_{5i}l_{3i})$$

$$q_i^r = \begin{vmatrix} l_{5i} & n_{5i} & p_{5i} & q_{5i} \\ l_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ l_{3i} & n_{3i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{3i} & m_{3i} \end{vmatrix} = l_{2i}n_{3i}(p_{5i}m_{3i} + q_{5i}l_{3i})$$

$$k_i^r = \begin{vmatrix} l_{5i} & m_{5i} & p_{5i} & q_{5i} \\ l_{2i} & m_{2i} & 0 & 0 \\ l_{3i} & m_{3i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{3i} & m_{3i} \end{vmatrix} =$$

$$(m_{3i}p_{5i} + l_{3i}q_{5i})(l_{2i}m_{3i} - l_{3i}m_{2i})$$

对式(8)两边用 $\mathbf{\$}_{i2}^r$ 做互易积,可得

$${}^1\hat{\mathbf{\$}}_p \circ \mathbf{\$}_{i2}^r = \dot{\theta}_{1i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (17)$$

写成矩阵形式,有

$${}^1\hat{\mathbf{\$}}_p {}^1J_{x1} = \dot{\mathbf{q}}_1 \quad (18)$$

其中

$${}^1J_{x1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12}^{r0T} & \mathbf{S}_{22}^{r0T} & \mathbf{S}_{32}^{r0T} \\ \mathbf{S}_{12}^{rT} & \mathbf{S}_{22}^{rT} & \mathbf{S}_{32}^{rT} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = [\dot{\theta}_{11} \quad \dot{\theta}_{12} \quad \dot{\theta}_{13}]^T$$

式(18)中 ${}^1J_{x1}$ 为完整雅可比矩阵中运动子矩阵的第 1 部分,其物理意义是 3 条环形支链施加在动平台上的 3 个驱动力偶。

类似地,锁定中间支链 l_0 中的主动关节,即移动副 P_{40} 。此时,中间支链约束螺旋系的秩增加到 3,所增加的反螺旋为

$$\mathbf{\$}_{03}^r = (\mathbf{S}_{40}; \mathbf{0}) \quad (19)$$

对式(9)两边用 $\mathbf{\$}_{03}^r$ 做互易积,可得

$${}^1\hat{\mathbf{\$}}_p \circ \mathbf{\$}_{03}^r = \dot{d}_{40} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (20)$$

写成矩阵形式,有

$${}^1\hat{\mathbf{\$}}_p {}^1J_{x2} = \dot{\mathbf{q}}_2 \quad (21)$$

其中

$${}^1J_{x2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{S}_{40}^T \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{q}}_2 = [\dot{d}_{40}]$$

式(21)中 ${}^1J_{x2}$ 为完整雅可比矩阵中运动子矩阵的第 2 部分,其物理意义是中间支链施加在动平台上的 1 个驱动力。

联合式(18)和式(21)可得

$${}^1\hat{\mathbf{\$}}_p {}^1J_x = \dot{\mathbf{q}} \quad (22)$$

其中

$${}^1J_x = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12}^{r0T} & \mathbf{S}_{22}^{r0T} & \mathbf{S}_{32}^{r0T} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{S}_{12}^{rT} & \mathbf{S}_{22}^{rT} & \mathbf{S}_{32}^{rT} & \mathbf{S}_{40}^T \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\theta}_{11} \quad \dot{\theta}_{12} \quad \dot{\theta}_{13} \quad \dot{d}_{40}]^T$$

式(22)中的 1J_x 就是构态 1 机构完整雅可比矩阵的运动子矩阵。

联合式(13)和式(22)可得

$${}^1\hat{\mathbf{\$}}_p {}^1J = {}^1\dot{\mathbf{q}}_0 \quad (23)$$

其中

$${}^1J =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12}^{r0T} & \mathbf{S}_{22}^{r0T} & \mathbf{S}_{32}^{r0T} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{S}_{12}^{rT} & \mathbf{S}_{22}^{rT} & \mathbf{S}_{32}^{rT} & \mathbf{S}_{40}^T & \mathbf{S}_{30}^T & (\mathbf{S}_{30} \times \mathbf{S}_{40})^T \end{bmatrix}$$

$${}^1\dot{\mathbf{q}}_0 = [\dot{\theta}_{11} \quad \dot{\theta}_{12} \quad \dot{\theta}_{13} \quad \dot{d}_{40} \quad 0 \quad 0]^T$$

式(23)中的矩阵 1J 就是构态 1 机构的完整雅可比矩阵,可用于分析构态 1 机构产生奇异的条件。

构态发生变换后,构态 2 机构动平台的瞬时速度可表示为

$${}^2\hat{\mathbf{\$}}_p = \dot{\theta}_{1i} \mathbf{\$}_{1i} + \dot{\theta}_{2i} \mathbf{\$}_{2i} + \dot{\theta}_{3i} \mathbf{\$}_{3i} + \dot{d}_{4i} \mathbf{\$}_{4i} + \dot{\theta}_{5i} \mathbf{\$}_{5i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (24)$$

$${}^2\hat{\$}_p = \dot{\theta}_{10} \$_{10} + \dot{\theta}_{20} \$_{20} + \dot{\theta}_{30} \$_{30} \tag{25}$$

根据变胞条件,易知¹ J_{x1} 即为构态 2 机构完整雅可比矩阵的运动子矩阵² J_x 。联合式(14)与式(18),可得

$${}^2\hat{\$}_p {}^2J = {}^2\dot{q}_0 \tag{26}$$
$${}^2J = \begin{bmatrix} S_{12}^{r0T} & S_{22}^{r0T} & S_{32}^{r0T} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ S_{12}^{rT} & S_{22}^{rT} & S_{32}^{rT} & E_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

其中

$${}^2\dot{q}_0 = [\dot{\theta}_{11} \quad \dot{\theta}_{12} \quad \dot{\theta}_{13} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

式(26)中的² J 就是构态 2 机构的完整雅可比矩阵,可用于分析构态 2 机构产生奇异的条件。

3 奇异性分析

当雅可比矩阵不满秩时,机构发生奇异^[17]。Tsai 等^[18]将奇异类型分为约束奇异和运动奇异两大类。当约束子矩阵不满秩时,机构发生约束奇异;当运动子矩阵不满秩,或者完整雅可比矩阵不满秩但约束子矩阵满秩时,机构发生运动奇异。

考察构态 1 机构的完整雅可比矩阵式(23),得到 3 种不满秩情况:①动平台的一条边(设为 C_1C_2 边)与静平台所在 Oxy 平面重合时, $\$'_{12}$ 与 $\$'_{22}$ 线性相关。②转动副 R_{3i} 轴线与静坐标系 z 轴重合时, $\$'_{i2}=0$ 。③2 条环形支链(设为 $A_1B_1C_1$ 和 $A_2B_2C_2$)所在平面重合且与静平台所在 Oxy 平面垂直时, $\$'_{12}$ 与 $\$'_{22}$ 线性相关。

上述 3 种奇异位型均属于运动奇异。第 1 种奇异位型时,机构处于极限位置,可通过限制动平台转动范围予以避免;第 2 种奇异位型可通过合理设计构件 A_iB_i 的结构参数 $\angle A_iOB_i$ 予以避免;第 3 种奇异

位型可通过合理设计动平台形状及转动副 R_{si} 的轴线方向予以避免。

考察完整雅可比矩阵式(26),易知构态 2 机构除上述 3 种奇异位型外,还存在第 4 种奇异位形,即环形支链 $A_iB_iC_i$ 所在平面与静平台所在 Oxy 平面垂直时, $\$'_{i2}$ 与 $\$'_{02}$ 线性相关,机构发生运动奇异。此奇异位形下,机构处于极限位置,可通过限制转动副 R_{2i} 的转角范围予以避免。

4 结论

(1)提出了一种并联式球面变胞机构,该机构具有正常构态和变胞构态 2 种工作形式。以螺旋理论为基础,分析和验证了 2 种构态下机构的自由度数目和自由度特性。其中,正常构态下,机构具有空间 3 转动自由度;变胞构态下,机构具有额外 1 个径向自由度。

(2)基于对偶螺旋理论,构建了并联式球面变胞机构各个构态的约束子矩阵和运动子矩阵,并以此为基础,完成了各构态机构完整雅可比矩阵的建立。

(3)根据各构态机构完整雅可比矩阵的秩,分析了不同构态下机构产生奇异的条件,阐述了奇异所属类型,并给出了避免奇异的途径。

(4)对变胞机构的奇异位型进行了研究。变胞源机构^[20](文中为构态 1 机构)可通过一定的变胞方式演变为各子构态机构。根据对并联式球面变胞机构奇异位型的分析,可以发现,变胞源机构与子构态机构相互变换的过程中,机构发生奇异的条件也会发生变化。因此,对变胞机构进行奇异性分析时,不能仅以变胞源机构为分析对象,还应包含全部子构态机构。

参 考 文 献

1 Dai J S, Rees J J. Theory on kinematic synthesis and motion analysis of cartons[R]. Unilever Research, 1997.

2 Dai J S, Rees J J. Mobility in metamorphic mechanisms of foldable/erectable kinds[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1999, 121(3): 375 ~ 382.

3 Dai J S, Zhang Q X. Metamorphic mechanisms and their configuration models[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 13(3): 212 ~ 218. ^

4 戴建生,丁希仑,邹慧君. 变胞原理和变胞机构类型[J]. 机械工程学报,2005,41(6): 7 ~ 12.

Dai Jiansheng, Ding Xilun, Zou Huijun. Fundamentals and categorization of metamorphic mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(6): 7 ~ 12. (in Chinese)

5 Gosselin C M, Angeles J. The optimum kinematic design of a spherical three degree-of-freedom parallel manipulator[J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1989, 111(2): 202 ~ 207.

6 Liu X J, Jin Z L, Gao F. Optimum design of 3-DOF spherical parallel manipulators with respect to the condintion and stiffniss indices[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(9): 1 257 ~ 1 267.

7 Kong X W, Gosselin C M. Type synthesis of three-degree-of-freedom spherical parallel manipulators[J]. The International Journal of Robotics Research, 2004, 23(3): 237 ~ 245.

8 Gosselin C M. Development and experimentation of a fast 3-DOF camera-orientating device[J]. The International Journal of Robotics Research, 1997, 16(5): 619 ~ 630.

9 李树平,谢少荣,程军,等. 基于差分进化的球面并联机构仿生眼参数优化[J]. 农业机械学报,2011,42(11): 189 ~ 194.

- Li Shuping, Xie Shaorong, Cheng Jun, et al. Parameter optimization for spherical parallel mechanism bionic eye based on differential evolution[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(11): 189 ~ 194. (in Chinese)
- 10 曾宪菁, 黄田, 曾子平. 基于三自由度球面并联机构数控回转台的机械设计[J]. 机器人技术与应用, 2000(4): 23 ~ 26. Zeng Xianjing, Huan Tian, Zeng Ziping. Design of NC rotary working table based on spherical parallel mechanism with 3-DOF[J]. Robot Technology and Application, 2000(4): 23 ~ 26. (in Chinese)
- 11 张艳伟, 韦斌, 王南, 等. 空间转动 3-SPS-S 并联机构运动学性能分析[J]. 农业机械学报, 2012, 43(4): 212 ~ 215. Zhang Yanwei, Wei Bin, Wang Nan, et al. Kinematic performance analysis of 3-SPS-S spatial rotation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(4): 212 ~ 215. (in Chinese)
- 12 崔国华, 王国强, 赵春江, 等. 空间转动 3 自由度并联微调机构设计与运动学分析[J]. 农业机械学报, 2008, 39(9): 144 ~ 148. Cui Guohua, Wang Guoqiang, Zhao Chunjiang, et al. Mechanism design and kinematic analysis on a three degree-of-freedom spatial manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(9): 144 ~ 148. (in Chinese)
- 13 Dai J S, Zhao T S. Sprained ankle physiotherapy based mechanism synthesis and stiffness analysis of robotic rehabilitation device[J]. Autonomous Robots, 2004, 16(2): 207 ~ 218.
- 14 Jin Guoguang, Chang Boyan. Configuration change and mobility analysis of a new metamorphic parallel mechanism used for bionic joint[M]//Jian S Dai, Matteo Zoppi, Xiangwen Kong. Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots. Berlin: Springer, 2012: 333 ~ 342.
- 15 刘辛军. 并联机器人机构尺寸与性能关系分析及其设计理论[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 1999. Liu Xinjun. The relationships between the performan cecriteria and link lengths of the parallel manipulators and their design theory [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 1999. (in Chinese)
- 16 Merlet J P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 199 ~ 206.
- 17 Gosselin C M, Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, 6(3): 281 ~ 290.
- 18 Joshi S A, Tsai L W. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2): 254 ~ 258.
- 19 谭兴强, 谢志江, 谢永春. 6_PUS 并联机构奇异判据推导与奇异性分析[J]. 农业机械学报, 2012, 43(12): 234 ~ 239. Tan Xingqiang, Xie Zhijiang, Xie Yongchun. Singularity judge deriving and singularity analysis for 6_PUS parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(12): 234 ~ 239. (in Chinese)
- 20 王德伦, 戴建生. 变胞机构及其综合的理论基础[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8): 32 ~ 42. Wang Delun, Dai Jiansheng. Theoretical foundation of metamorphic mechanism and its synthesis[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 32 ~ 42. (in Chinese)
- 21 Huang Z, Liu J F, Li Q C. A unified methodology for mobility analysis based on screw theory. Smart device and machines for advanced manufacturing[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2008: 49 ~ 78.
- 22 Dai J S, Rees J J. A linear algebraic procedure in obtaining reciprocal screw systems[J]. Journal of Robotic Systems, 2003, 20(7): 401 ~ 412.
- ~~~~~

(上接第 259 页)

- 8 谢晋, 邹明山, 崔晓玲. 复杂自由曲面曲率分布特征对数控铣削性能的影响[J]. 机械工程学报, 2009, 45(11): 158 ~ 162. Xie Jin, Zou Mingshan, Cui Xiaoling. Effect of curvature distribution feature of complex free-form surface on CNC milling performance[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(11): 158 ~ 162. (in Chinese)
- 9 Fan Cheng, Zhao Ji, Zhang Lei, et al. Method of evaluating the complexity of geometries for free-form surfaces [J]. Advanced Materials Research, 2012, 490 ~ 495; 1 150 ~ 1 155.
- 10 李增芳, 何勇. 基于粗糙集与 BP 神经网络的发动机故障诊断模型[J]. 农业机械学报, 2005, 36(8): 118 ~ 121. Li Zengfang, He Yong. Study on fault diagnosis model of misfire in engines based on rough set theory and neural network technology [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(8): 118 ~ 121. (in Chinese)
- 11 钱建平, 吴晓明, 杨信廷, 等. 基于粗糙集和 WebGIS 的农产品质量安全应急管理系统[J]. 农业机械学报, 2012, 43(12): 123 ~ 129. Qian Jianping, Wu Xiaoming, Yang Xinting, et al. Farm products quality safety emergency management system based on rough set and WebGIS [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(12): 123 ~ 129. (in Chinese)
- 12 Kurgan L A, Cios K J. CAIM discretization algorithm [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2004, 16(2): 145 ~ 153.