

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.09.027

基于分形理论的马铃薯干燥过程水分输运特征分析*

张 赛 陈君若 刘显茜

(昆明理工大学机电工程学院, 昆明 650500)

摘要: 基于马铃薯内部结构的异质性和分布随机性, 利用分形特性模拟了在干燥过程中的水分输运过程。结果发现结合收缩和分形现象的模型呈无收缩现象连续介质模型更接近实验值, 且分形模型的内部压力分布没有出现像连续模型呈比例逐层下降的现象。包括收缩的分形模型与孔的连通性、孔隙率、面积分形维数和孔最小最大直径比值成正比, 与迂曲分形维数和迂曲度成反比。

关键词: 马铃薯 干燥 水分输运 分形理论

中图分类号: TK121 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)09-0152-05

Analysis of Moisture Transport Characteristics during Potato Drying Process Based on Fractal Theory

Zhang Sai Chen Junruo Liu Xianxi

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: For the heterogeneity and random distribution in potato internal structure, the water transport process during drying was simulated by using fractal characteristics. The result showed that the model combined with shrinkage and fractal was more close to the experimental data than no shrinkage and continuum model, and the internal pressure distribution did not fall step by step in proportion as continuous model. The fractal model including shrinkage increased with pore connectivity, porosity, area fractal dimension and the ratio of the minimum and maximum pore diameters, whereas it decreased with tortuosity fractal dimension and pore tortuosity.

Key words: Potato Drying Moisture transport Fractal theory

引言

大多数食品被归类为毛细多孔介质, 借助于大量的实验和网络模拟, 食品具有分形特性已经被证实^[1-2]。分形结构能够体现介质内部结构的异质性和随机性, 真实体现介质的内部微结构。在干燥过程中, 食品中水分的丢失会导致体积的变化, 体积的变化会引起干燥速率和扩散系数的变化, 因此考虑收缩和分形是很有必要的。已经有大量的工作来模拟和实验马铃薯的水分输运特性, 但是同时把收缩和分形考虑在内的则很少^[3-10]。

Lima A G B 等^[11]研究了椭圆形香蕉的收缩特性和水分运输, 认为收缩只与温度变化有关, 且扩散系数也只与热风温度有关, 此文考虑因素太少。Bacelos M S 等^[12]把干燥马铃薯的实验数据与建立的动力学模型作比较, 得出较高相关系数。此模型认为马铃薯内部结构是连续均质的且是各向同性的, 违背了马铃薯自然结构, 用包含含水率变化的经验公式计算扩散系数, 此方法计算出的扩散系数不精确。Seth D 等^[13]通过假设扩散系数与时间、温度的3种关系模拟了芒果在连续环流干燥过程中的干燥动力学, 模拟结果与实验数据较一致的模型为正

收稿日期: 2013-01-21 修回日期: 2013-03-20

* 云南省自然科学基金资助项目(2011FZ064)和云南省教育厅重大专项资助项目(ZD2010002)

作者简介: 张赛, 博士生, 主要从事分形多孔介质传热传质研究, E-mail: sai_zh@163.com

通讯作者: 陈君若, 教授, 博士生导师, 主要从事机电系统多场耦合理论及数值模拟研究, E-mail: chenjunruo@126.com

确的有效扩散系数模型。此模型仅包括了含水率、温度、收缩率3个因素,且假设扩散系数与时间、温度的关系是由实验曲线观察得来的。Zielinska M等^[14]比较了对流干燥中水分变化比率的4种计算模型,找出了最精确的一个。作者利用Fick定律的解,求出了立方体物料的水分扩散率,并考虑一维体积收缩之后,结合Arrhenius方程求出了有效扩散系数,此模型与实验数据对比,认为考虑体积收缩比不考虑体积收缩的模型能更精确地预测水分输运特性。

本文结合马铃薯在厚度方向的收缩以及内部孔结构分布的分形特性,考虑孔的连通性和迂曲分形维数建立动力学模型,并探求包含收缩在内的有效扩散系数。

1 动力学模型

利用外节点法将物料沿厚度方向自上向下各均匀离散为 n 个单元,如图1所示,图中各单元节点用虚线表示,实线表示单元边界线。对物料的 n 个单元进行分析,物料内部单元厚度均为 L_0/n 。

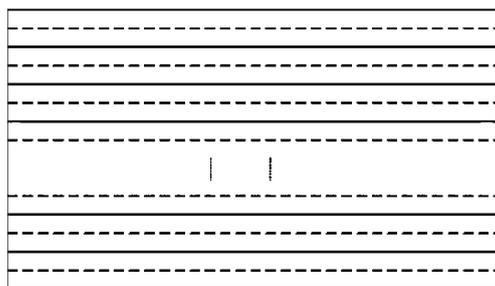


图1 物料离散单元及节点示意图

Fig. 1 Schematic diagram of material discrete element and node

在物理模型孔道中,若 Re 较低,则液体和蒸汽的对流传质可忽略不计,由物料微元体内的水分质量平衡分析可知,水分的质量随时间的变化率 Δm 等于水分扩散率 F_i 与蒸发速率 f_i 之和,即

$$\Delta m = \sum F_i + \sum f_i \quad (1)$$

1.1 Δm 计算

设节点控制单元中孔道内气相体积之和为 V_g ,假设气相体积在单位时间 Δt 内的变化忽略不计,则节点控制单元中蒸汽的质量变化率计算公式为

$$\Delta m = \frac{273 M_v V_g \Delta p_v}{0.022 4 T p \Delta t} \quad (2)$$

式中 M_v ——气体的摩尔质量, kg/mol
 T ——温度, K p ——气相总压力, Pa
 p_v ——当前节点处蒸汽分压, Pa

1.2 $\sum F_i$ 计算

模型中相邻节点控制单元之间的气相传递只发

生在孔道中,相邻节点控制单元通过节点之间的孔道进行蒸汽扩散。因为两节点之间的孔道内有蒸汽和干空气这2种组分的混合气体,因此存在蒸汽分压差,从而形成扩散。单位时间内两节点之间由气相扩散而形成的蒸汽质量流量计算公式为

$$\sum F_i = \frac{M_v D_{eff} A_i p_i - p_v}{RT \Delta x} \quad (3)$$

式中 p_i ——相邻节点处的蒸汽分压, Pa
 D_{eff} ——有效扩散系数, m^2/s
 R ——气体常数, $8.314 J/(mol \cdot K)$
 A_i ——截面总面积, m^2
 Δx ——相邻节点之间的距离, m

1.3 f_i 计算

若节点控制单元存在干燥前沿,在该界面处会有液态水蒸发而形成蒸汽从而界面下降。该界面处水分的蒸发速率计算公式为

$$f_i = \frac{M_v D_{eff} A_i p_m - p_v}{RT x_m} \quad (4)$$

式中 p_m ——饱和蒸汽压, Pa
 x_m ——已干层靠近干燥前沿的节点与该界面的距离, m

2 收缩特性

选取半径为0.01 m、高度为0.05 m的马铃薯为研究对象,在干燥过程中,马铃薯在厚度方向上发生收缩的现象更加明显,所以只考虑高度的变化。马铃薯在干燥过程中变化的厚度计算公式为

$$L(M) = L_0 \frac{V(M)}{V_0} \quad (5)$$

式中 L_0 ——马铃薯的初始厚度, m
 $V(M)$ ——马铃薯在干燥过程中测得的体积, m^3
 V_0 ——马铃薯的初始体积, m^3

3 分形特性

3.1 孔的面积分形维数

分形多孔介质的一个独特的性质就是孔隙的累计数与大小服从

$$N(\lambda) = \left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda} \right)^{D_f} \quad (6)$$

式中 $N(\lambda)$ ——多孔介质的孔隙总数
 λ_{max} 、 λ ——孔隙最大直径、孔隙直径, m
 D_f ——孔的面积分形维数, $D_f > 1$

对式(6)进行微分,得到直径在 λ 和 $\lambda + d\lambda$ 间的孔隙数目

$$-dN = D_f \lambda^{D_f} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda \quad (7)$$

式中 dN 与 $d\lambda$ 成反比, 孔隙数目 $-dN > 0$ 。

对式(7)求导, 得到孔隙大小分布的概率密度函数

$$P(\lambda) = -dN/d\lambda = D_f \lambda_{\max}^{D_f} \lambda^{-(D_f+1)} \quad (8)$$

式(8)与食品的结构性能有关, 表明孔隙在介质内部的分布情况, 是描述食品内部运输的重要参数。

3.2 孔的迂曲分形维数

气体在多孔介质中流动时, 孔道是迂曲的, 即

$$l(\lambda) = L_0^{D_i} \lambda^{1-D_i} \quad (9)$$

式中 D_i ——迂曲分形维数, $D_i > 1$

$l(\lambda)$ ——气体在直径 λ 的孔道内经过的实际距离, m

$$\tau = \frac{l(\lambda)}{L_0} > 1 \quad (10)$$

式中 τ ——孔道的迂曲度

3.3 扩散的分形模型

联合第二 Fick 定律和表示粘性流体的 Hagen - Poiseulle 方程建立了有效扩散系数的分形模型^[15], 不考虑收缩效应的有效扩散系数模型为

$$D_{eff} = \frac{4RT\varepsilon L_0^{1-D_i} \lambda_{\max}^{1+D_i} (2 - D_f)}{128\mu(3 + D_i - D_f) \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} \right)^{2-D_f} \right]} \cdot \frac{E}{\sqrt{\frac{\pi}{2}\sigma_c}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{c-c_m}{\sigma_c} \right)^2\right) \quad (11)$$

考虑收缩效应的有效扩散系数模型为

$$D_{eff} = \frac{4RT\varepsilon \left[L_0 \frac{V(M)}{V_0} \right]^{1-D_i} \lambda_{\max}^{1+D_i} (2 - D_f)}{128\mu(3 + D_i - D_f) \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} \right)^{2-D_f} \right]} \cdot \frac{E}{\sqrt{\frac{\pi}{2}\sigma_c}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{c-c_m}{\sigma_c} \right)^2\right) \quad (12)$$

式中 ε ——孔隙率, 定义为孔隙面积与单位总面积之比, $\varepsilon < 1$

λ_{\min} ——孔隙最小直径, m

μ ——气体粘度, Pa·s

E ——分布的相对比例常数

c ——联通数, 定义为在同一孔道上与其他孔道联通的数目, $c > 2$

c_m ——孔道的平均联通数

σ_c ——联通数的标准偏差

有效扩散系数在干燥过程中随含水率和加热温度的变化而变化, 通过上一时间段加热后的含水率, 用来计算这一时间段的有效扩散系数。

4 结果和讨论

模拟过程中选取厚度为 0.05 m, 半径为 0.01 m, 初

始干基含水率为 5.85% 的马铃薯为实验对象, 底端单边加热提供热风, 热风温度为 40℃, 具体模拟条件与文献[7]中的实验条件完全一致, 通过模拟结果与实验数据作对比验证有效扩散系数的分形模型。在文献[7]中, 收缩率与平均水分变化率呈四次方关系, 但本文模拟过程需要局部含水率, 把平均含水率转化为局部含水率的过程见文献[16], 把收缩率与局部含水率的关系式代入式(12)得出马铃薯的有效扩散系数计算公式为

$$D_{eff} = \frac{4RT\varepsilon \left[L_0 \left(A+B \frac{M}{M_0} + C \left(\frac{M}{M_0} \right)^2 - D \left(\frac{M}{M_0} \right)^4 \right) \right]^{1-D_i} \lambda_{\max}^{1+D_i} (2 - D_f)}{128\mu(3 + D_i - D_f) \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} \right)^{2-D_f} \right]} \cdot \frac{E}{\sqrt{\frac{\pi}{2}\sigma_c}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{c-c_m}{\sigma_c} \right)^2\right) \quad (13)$$

式中 M ——干燥过程中的含水率

M_0 ——初始含水率, 取 5.85%

$A、B、C、D$ ——常数, 分别为 2.175、-3.194、3.661、-1.661

在文献[7]的干燥马铃薯的实验中, 只有干燥降速阶段, 所以假设流体控制整个过程。利用水分扩散守恒定律, 2个模型被考虑到: 有收缩现象和无收缩现象。两模型的区别反映在式(11)和式(13)。从图2中可以清楚地看出, 干燥前期2个模型的模拟值差别不大, 但都明显低于实验值, 由于在厚度方向上还没有干燥区, 2个模型中的水分扩散到马铃薯表面的阻力很小, 所以水分比下降很快, 但在实际干燥过程中有阻力的存在, 导致干燥速率较小。在干燥后期无收缩的模型水分比明显偏低, 这是因为无收缩的模型不如有收缩的模型对物料的结构敏感引起的。在低含水率下水分扩散是由结构因素控制的, 收缩现象使水分更难渗透到已干层, 并且使含水率更低, 这种现象只能体现在有收缩的模型上, 因

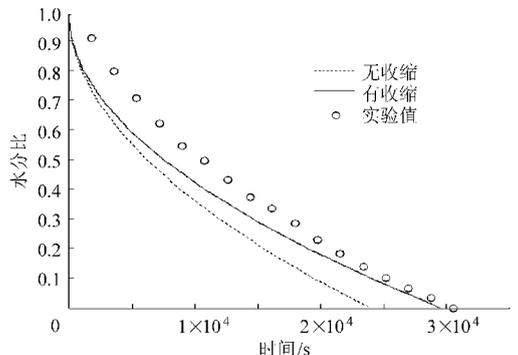


图2 包括收缩现象和不包括收缩现象的水分比模型对比

Fig.2 Comparison on moisture rate between shrinkage and no shrinkage phenomena

此有收缩的模型更接近于实验数据。

图3为马铃薯的内部水分比在3种不同孔隙大小情况下随时间的变化。在马铃薯含水率较高时,干燥速率对于孔大小敏感度差,有效扩散率变化不大。在低含水率下,大孔已经完全干燥形成了干燥层,扩散率平缓增加,扩散主要发生在相对较小孔。这时,扩散率主要取决于孔的大小,孔最小最大直径比值大的流体传导能力较大,导致了扩散率较大,干燥时间短。相反则扩散能力较小,小孔的扩散阻力大,所用干燥时间较长。

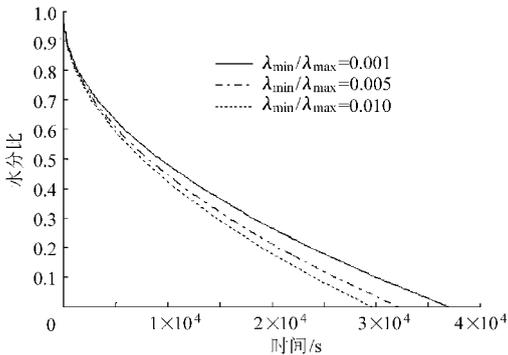


图3 孔的最小最大直径比值对水分比的影响
Fig.3 Effect of changed ration of maximum and minimum pore diameters on moisture rate

图4为孔的联通数为3、4、5时对干燥马铃薯含水率变化的影响,联通数较大,说明孔直径大小比较集中,连通性能较好,扩散阻力较小。当低含水率时,水分主要存在于小孔和孔隙间的角落中,联通数大控制流体传导能力强,在图4中同一干燥时间能看出含水率的显著差别。

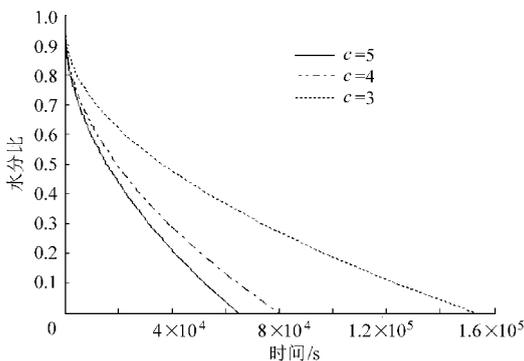


图4 联通数的变化对水分比的影响
Fig.4 Effect of connectivity numbers on moisture rate

图5为干燥过程中马铃薯内部蒸汽压力随时间的变化曲线。从图中可以看出靠近中心层压力偏高,靠近表面蒸汽压力偏低,蒸汽压力呈现逐层分布。在相关文献[17]中,大多假设多孔介质为连续模型和各向同性模型,所求出的压力分布变化几乎呈比例的逐层下降,而在图5中没有发现此规律,这是因为假设马铃薯为分形多孔介质,同时考虑到孔

大小、孔分布、联通性和收缩等因素,导致了压力图分布不同于连续介质中的分布图。

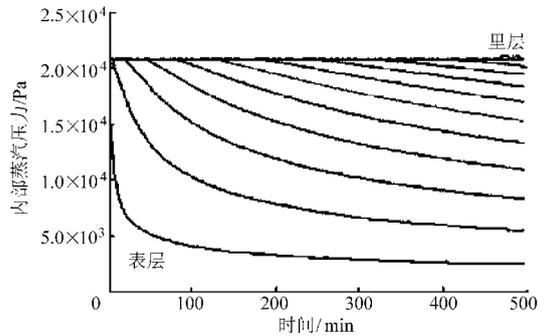


图5 马铃薯内部蒸汽压力在干燥过程中的变化曲线
Fig.5 Curves of each node's internal vapor of potato during drying process

图6为孔的面积分形维数分别为1.83、1.75、1.70时,马铃薯内部水分比随干燥时间的变化。从图中可以看出,在同一干燥时间面积分形维数较大的干燥较快,面积分形维数大表示孔的空间大,扩散阻力小,内部流动能力相对高,干燥时间也就相对较少。反之,所需时间较长。

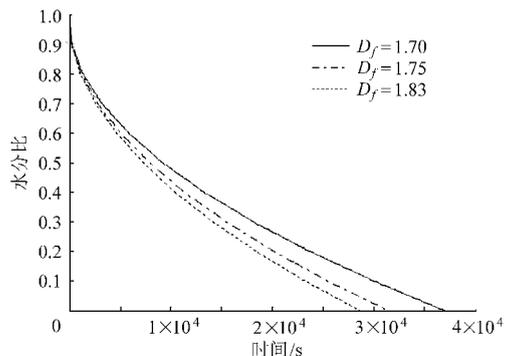


图6 面积分形维数对水分比变化的影响
Fig.6 Effect of area fractal dimensions on moisture rate

图7显示孔迂曲度的大小对干燥时间的长短有很大影响。迂曲分形维数越大,孔道越弯曲且分布层次越差,导致扩散阻力增加,流动性能减弱,从而扩散率随迂曲分形维数的增加而下降。从图7中可以清楚地显示出来,在大迂曲分形维数下,对干燥速

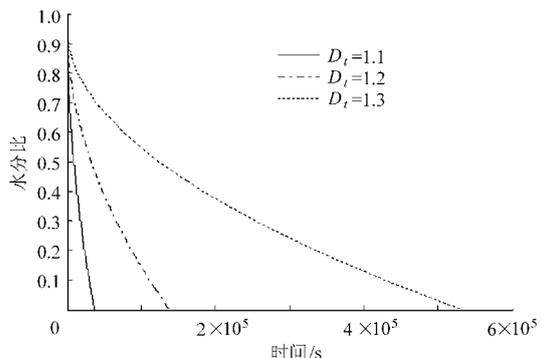


图7 迂曲分形维数对水分比变化的影响
Fig.7 Effect of tortuosity fractal dimensions on moisture rate

率影响很大。

5 结论

(1) 本文利用马铃薯的分形结构特性建立了有效扩散系数模型,并研究了多孔介质分形维数和结构参数对物料干燥过程的影响。

(2) 在模拟马铃薯干燥过程中,包括收缩的分

形模型比无收缩连续模型更接近实验值。

(3) 基于分形模型模拟的马铃薯内部压力分布不是呈比例逐层下降的,与连续模型模拟结果不同。

(4) 有效扩散系数的分形模型与孔大小直径比、孔面积分形维数、联通数成正比,与迂曲分形维数成反比。

参 考 文 献

- 袁越锦,徐英英,刘相东. 仓内谷物通风干燥过程的孔道网络模型[J]. 农业机械学报,2009, 40(8): 115~118.
Yuan Yuejin, Xu Yingying, Liu Xiangdong. Pore network model for drying of core material in bin[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(8): 115~118. (in Chinese)
- 宫英振,牛海霞,董正茂,等. 分形多孔介质孔道网络模型的构建[J]. 农业机械学报, 2009, 40(11): 109~114.
Gong Yingzhen, Niu Haixia, Dong Zhengmao, et al. Construction of pore network model of fractal media[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11): 109~114. (in Chinese)
- Karim M A, Hawlader M N A. Drying characteristics of banana; theoretical modelling and experimental validation[J]. Journal of Food Engineering, 2005, 70(1): 35~45.
- Sansiribhan S, Sakamon D, Somchart S. Generalized microstructural change and structure-quality indicators of a food product undergoing different drying methods and conditions[J]. Journal of Food Engineering, 2012, 109(1): 148~154.
- 林喜娜,王相友. 苹果切片红外辐射干燥模型建立与评价[J]. 农业机械学报, 2010, 41(6): 128~132.
Lin Xi'na, Wang Xiangyou. Modeling and evaluation of infrared radiation drying for apple slices[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(6): 128~132. (in Chinese)
- Yesilata B, Aktacir M A. A simple moisture transfer model for drying of sliced foods[J]. Applied Thermal Engineering, 2009, 29(4): 748~752.
- Rahman N, Kumar S. Evaluation of convective heat transfer coefficient during drying of shrinking bodies[J]. Energy Conversion and Management, 2006, 47(15~16): 2591~2601.
- 宋洪波,安风平. 胡萝卜过热蒸汽膨化干燥工艺优化[J]. 农业机械学报,2010, 41(2):127~131.
Song Hongbo, An Fengping. Optimization of super heated steam puffing drying technology for carrot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(2): 127~131. (in Chinese)
- Liu Xianxi, Chen Junruo, Hou Hongying. Theoretical analysis of water diffusivity estimated by Crank's equation[J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 2012, 55: 24~28.
- Ferando W J N, Low H C, Ahmad A L. Dependence of the effective diffusion coefficient of moisture with thickness and temperature in convective drying of sliced materials. A study on slices of banana, cassava and pumpkin[J]. Journal of Food Engineering, 2011, 102(4): 310~316.
- Lima A G B, Queiroz M R, Nebra S A. Simultaneous moisture transport and shrinkage during drying of solids with ellipsoidal configuration[J]. Chemical Engineering Journal, 2002, 86(1~2): 85~93.
- Bacelos M S, Almeida P I F, Modelling of drying kinetic of potatoes taking into account shrinkage[J]. Procedia Food Science, 2011, 1: 713~721.
- Seth D, Sarkar A. A lumped parameter model for effective moisture diffusivity in air drying of foods[J]. Food and Bioproducts Processing, 2004, 82(3): 183~192.
- Zielinska M, Markowski M. Air drying characteristics and moisture diffusivity of carrots [J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 2010, 49: 212~218.
- 张赛,陈君若,刘显茜. 气体有效扩散系数的分形模型[J]. 化学工程, 2013, 41(5): 39~43.
Zhang Sai, Chen Junruo, Liu Xianxi. A fractal model on effective diffusivity of gas[J]. Chemical Engineering, 2013, 41(5): 39~43. (in Chinese)
- 张赛,陈君若,刘显茜. 基于分形描述食品材料的收缩特性[J]. 材料导报, 2012, 26(12): 133~136.
Zhang Sai, Chen Junruo, Liu Xianxi. The food material's shrinkage features based on fractal[J]. Materials Review, 2012, 26(12): 133~136. (in Chinese)
- 卢涛. 毛细多孔介质干燥过程中传热传质模型研究及应用[D]. 大连:大连理工大学,2003.
Lu Tao. Study and application of model for heat and mass transfer in capillary porous media during drying[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2003. (in Chinese)