doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.08.043

# 完全解耦二移动二转动并联机构结构综合\*

## 张彦斌1 吴 鑫2

(1.河南科技大学规划与建筑工程学院,洛阳 471003;2.河南科技大学机电工程学院,洛阳 471003)

**摘要:**基于混联机构概念和互易螺旋理论提出了完全解耦二维移动二维转动(2T2R)并联机构结构综合的方法,得 到106种机构。综合出的机构有两条分支运动链直接与动平台和静平台相连,其中一条为单开链,另一条为混合 链。所有机构速度雅可比矩阵均为对角阵,即动平台的输出速度与4个主动副的输入速度之间存在一一对应的映 射关系,故此类机构运动学解完全解耦,克服了一般并联机构耦合性强、控制复杂的弱点。 关键词:并联机构 结构综合 互易螺旋理论 完全解耦 混联机构 中图分类号:TH112; TP242 文献标识码:A 文章编号: 1000-1298(2013)08-0250-07

# Structural Synthesis of Fully-decoupled Two-translational and Two-rotational Parallel Mechanisms

Zhang Yanbin<sup>1</sup> Wu Xin<sup>2</sup>

School of Planning and Architectural Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China
 School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract: Based on the concept of hybrid mechanism and reciprocal screw theory, a method of structural synthesis of fully-decoupled two-translational and two-rotational (2T2R) parallel mechanisms was proposed and 106 parallel mechanisms were obtained. All mechanisms synthesyzed in this paper consisted of two limbs which were connected with the moving platform and the fixed base. One limb was a single open kinematic chain and another was a hybrid chain. Jacobian matrix of each mechanism was diagonal and there existed a one-to-one mapping relationship between the output velocity of platform and input of actuated joints. Therefore, these parallel mechanisms were fully-decoupled on kinematic solutions, which could avoid some drawbacks of the general paprallel mechanisms in terms of high coupling and complicated control design.

Key words: Parallel mechanism Structural synthesis Reciprocal screw theory Fully-decoupled Hybrid mechanism

## 引言

根据动平台运动输出特性的不同,4 自由度并 联机构可划分为3 种类型,即3 移动1 转动<sup>[1~2]</sup> (3T1R)、1 移动3 转动<sup>[3~5]</sup>(1T3R)和2 移动2 转动 (2T2R),其中前2 种类型机构的研究较多,而最后 1 种则相对较少。Li 等<sup>[6]</sup>基于螺旋理论综合出几种 2T2R型并联机构。刘剑敏等<sup>[7]</sup>基于一种 2T2R 并 联机构提出振动筛设计。杨廷力<sup>[8]</sup>基于单开链单 元理论实现 2T2R 并联机构的结构综合,并得到多 种新型机构,但只有部分机构在运动学方面具有弱 耦合特性。Gogu<sup>[9]</sup>则利用线性变换理论对无奇异 完全各向同性 2T2R 型并联机构的型综合进行了研 究,但是所综合出的完全各向同性机构中都包含有

收稿日期: 2013-01-26 修回日期: 2013-03-03

<sup>\*</sup>国家自然科学基金资助项目(50905055)、河南省高校青年骨干教师资助项目(2010GGJS-079)和河南科技大学博士启动科研基金资助项目

作者简介:张彦斌,副教授,博士,主要从事机构学与并联机器人理论研究,E-mail: yanbin\_zh@163.com

1条非常复杂运动链结构,这对于机构的制造加工 和安装调试等提出了更高的要求。

强耦合性是一般并联机构的共同特性,即机构 动平台的1个输出运动由若干个(甚至全部)主动 输入联合控制。不少文献中都提到并联机构具有刚 度高、承载能力强的特点,这正是并联机构的强运动 学耦合性所致。虽然强耦合性有其突出优点,但同 时也有其弱点,如运动学解复杂、控制设计困难等。 因此,在承载能力要求不高的应用领域,解耦并联机 构则彰显出其优势。目前,已有不少国内外学者对 于解耦并联机构的设计和分析做了大量工作<sup>[9~13]</sup>, 但对于 2T2R 解耦并联机构的研究却不多见。本文 基于混联机构概念和互易螺旋理论提出完全解耦 2T2R 并联机构的型综合方法。

#### 1 完全解耦 2T2R 型混联机构结构综合

混联机构又称串并联机构,是由并联机构与 1个单开链或者由2个并联机构串联而成。混联机 构兼顾串联和并联机构的特点,一方面这种机构具 有串联机构的灵巧性高、响应速度快、工作空间大的 特性,另一方面又具有并联机构刚度大、精度高等优 点。但这类机构也继承了串联机构的部分缺点,如 驱动器无法全部安装在定平台上,增大了机构的运 动惯性。目前,不少学者对混联机构的设计、分析及 应用进行了研究<sup>[14~16]</sup>。

首先基于文献[17]提出的完全各向同性 2T1R 型平面并联机构设计出完全解耦 2T2R 混联机构. 即取文献[17]所综合出的任意1个并联机构与1个 转动副串联,该转动副安装在2T1R型平面并联机 构的末端操作器(动平台)上,并由1个独立的电动 机驱动。如图1所示机构,由1个串联机构和1个 并联机构组成,其中串联机构仅包含1个转动副 R12,且由1个伺服电动机直接驱动,并联机构部分 为1个完全各向同性2T1R平面并联机构。该平面 并联机构共包含3条子分支运动链,第1条子分支 运动链的结构为  $P1 \perp P2 \perp R3$ ,第2条为 C4 // R5 // R6⊥R7,第3条为R8-U9-R10-U11。这里P、R、 C和U分别表示移动副、转动副、圆柱副和虎克铰。 第3条子分支运动链的配置关系为转动副 R8 轴线 垂直于虎克铰 U9 的两个转轴,转动副 R10 的轴线 则平行于虎克铰 U9 和 U11 中与其相邻的轴线,而 虎克铰 U9 和 U11 中其他 2 条轴线相互平行。选取 P1、C4 和 R8 为主动副,且其轴线平行于定坐标系 Oxyz的x,y和z轴;R3和R7轴线共线平行于z轴, 且同时垂直于 R12 轴线。并联机构部分的结构装 配关系保证第3条子分支仅对动平台绕z轴的转动 提供直接驱动。动坐标系  $O_1x_1y_1z_1$  固接于动平台, 坐标原点  $O_1$  位于转动副 R12 和 R3 轴线的交点, $y_1$ 轴与转动副 R12 的轴线重合, $x_1$  位于动平台上且垂 直于  $y_1$  轴, $z_1$  轴由右手准则确定。



图 1 完全解耦 2T2R 混联机构

Fig. 1 Fully-decoupled 2T2R hybrid mechanism

根据图 1 中机构的装配及结构关系可推导出动 平台上动坐标系原点 O<sub>1</sub> 在定坐标系 Oxyz 中的速度 方程,即

$$\begin{bmatrix} v_{x} \\ v_{y} \\ \omega_{z} \\ \omega_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1} \\ \dot{q}_{2} \\ \dot{q}_{3} \\ \dot{q}_{4} \end{bmatrix}$$
(1)

由式(1)可知,该机构雅可比矩阵为4×4阶单 位阵,即主动关节的输入速度与动平台的输出速度 之间呈一一对应的线性映射关系,因此该2T2R型 混联机构的运动学不仅完全解耦,而且还表现为完 全各向同性。

#### 2 混联机构动平台上任意点的位置分析

设点 *M* 为动平台上任意一点,其在动坐标系  $O_1x_1y_1z_1$ 下的坐标为  $M_{o1} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ ,即点 *M* 落 在  $x_1$  轴上。动坐标系原点  $O_1$  在定坐标系 Oxyz 下 的坐标为  $B = \begin{bmatrix} x_{o1} & y_{o1} & z_{o1} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & a \end{bmatrix}^T$ ,则 点 *M* 在定坐标系下的位置方程为

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{M}_{01} + \boldsymbol{B} \tag{2}$$

其中  $M = \begin{bmatrix} x_M & y_M & z_M \end{bmatrix}^T$ 

式中 R——动坐标系相对于定坐标系的转动矩阵

假定 α 和 θ 为动平台分别绕 z 轴和 y<sub>1</sub> 轴转动 的姿态角,则动坐标系 O<sub>1</sub>x<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub> 相对于定坐标系 Oxyz 的转动矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0\\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\theta & -\sin\alpha & \cos\alpha\sin\theta\\ \sin\alpha\cos\theta & \cos\alpha & \sin\alpha\sin\theta\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(3)  
$$\Re \mathfrak{R}(3) \mathfrak{R} \mathfrak{L}(2) \mathfrak{R} \begin{bmatrix} x_{M}\\ y_{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\cos\alpha\cos\theta + q_{1}\\ d\sin\alpha\cos\theta + q_{2} \end{bmatrix}$$
(4)

由式(4)可以看出,点 M 沿 x,y 轴的坐标值不 仅分别与主动输入  $q_1,q_2$  有关,还同时与动平台的 姿态角  $\alpha, \theta$  以及动平台的结构参数 d 相关;而点 M沿 z 轴的坐标值则与姿态角  $\theta$  及结构参数 a 和 d 相 关。由于机构的结构参数 a 和 d 为常数,因此  $z_M$  的 值仅随姿态角  $\theta$  发生变化。反之,如果能够控制 M沿 z 轴的坐标  $z_M$ ,便可控制动平台的姿态角  $\theta$ 。因 此,若能设计 1 条单开链分支直接控制点 M 沿 z 轴 方向的位移,则可得到 1 个完全解耦 2T2R 型 4 自 由度并联机构。

 $\begin{bmatrix} z_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sin\theta + a \end{bmatrix}$ 

#### 3 单开链分支型综合

假定某1条单开链分支仅对图1所示机构动平 台沿z轴方向的移动提供直接驱动,而对其他任何 方向的运动都不产生影响。根据文献[18]可知,完 全各向同性移动并联机构的动平台沿某一方向的移 动提供直接驱动力的驱动螺旋必为一纯力螺旋,且 其轴线方向与动平台的移动方向保持一致,而同一 分支的主动螺旋为平行于驱动螺旋的无穷大节距螺 旋。故机构单开链分支的驱动螺旋*\$*<sub>a</sub>和主动螺旋 *\$*<sub>a</sub>的形式应分别为

$$\$_{a} = [0,0,1;P_{a},Q_{a},0]^{\mathrm{T}}$$
 (5)

$$\$_{d} = [0,0,0,0,0,1]^{\mathrm{T}}$$
 (6)

即单开链分支的主动副为沿 z 轴方向移动的 P 副。

根据驱动螺旋与同一条分支中除主动螺旋外的 其他所有运动螺旋的互易积恒等于零的原理,可确 定出单开链分支中所有可动非主动螺旋的形式,具 体如下:

(1)平行于z轴的零节距螺旋,其位置不能直接 或通过无穷大节距螺旋与动平台相连,分支中此类 螺旋数量至少有1个,最多有3个。

(2) 与\$。相交,并与混联机构中 R12 轴线平 行的零节距螺旋,此类螺旋可直接或通过无穷大节 距螺旋与动平台相连,其数量有且仅有1个。

(3)垂直于z轴的无穷大节距螺旋,可处在分支

中的任意位置,其数量最多有2个,且它们的轴线互 不平行。

另外,与\$。相交且与(1)和(2)所确定的零节 距螺旋垂直的零节距螺旋为惰性螺旋,分支中这类 螺旋的数量最多有1个,可配置在分支中的任何位 置。

由于动坐标系 O<sub>1</sub>x<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub> 相对于定坐标系 Oxyz 有 2 个转动自由度, 而根据式(4)可知点 M 在定坐 标系中的 3 个坐标值均为变量, 因此, 单开链分支末 端构件相对于初始构件至少有 5 个自由度(三维移 动和二维转动), 即该分支的连接度至少等于 5。但 在连接度等于 6 的分支运动链中, 必含有 1 个惰性 转动副。

按照上述主动螺旋、非主动螺旋的类型、配置方 位和分支连接度的不同,可列举出可行的分支运动 链结构,如表1所示。

表1中各条运动链的第1个运动副为主动 副,若第1个运动副为C副,则以C副的线性自 由度为主动输入。下标字母 u, v, w 表示运动副 的移动方向或转动轴线方向,其单位矢量分别为  $u_v_w, \text{Liz} 3$ 个矢量空间线性无关。对于下标 为 n 的移动副,其移动方向为垂直于 u 的任意方 向。为了简化运动链结构,设定相邻的运动副轴 线保持平行或垂直。在连接度等于6的分支运 动链中,X表示具有一个转动惰性自由度的运动 副。例如:C<sub>u</sub>R<sub>u</sub>U<sub>uw</sub>R<sub>v</sub>表示该运动链的第1个运 动副(C)为主动副,其轴线与第2个运动副(R) 的轴线以及第3个运动副(U)的第1个转动轴线 都平行于 u,U 副的另1个转动轴线平行于 w,且 沿该轴线的转动自由度为惰性自由度,运动链的 最后1个运动副(R)轴线平行于v,并垂直于前 面3个运动副轴线。

若令 u = z, 而 v 平行于 Oxy 平面时,则表1中的 单开链结构即为对动平台沿 z 轴方向移动提供直接 驱动的单开链分支,图2给出了部分结构图。

### 4 完全解耦 2T2R 并联机构型综合

完全解耦并联机构是指动平台的输出运动与主动副的输入之间呈一对一的控制关系的并联机构, 其最为显著的特点是机构雅可比矩阵为对角阵或相似于对角阵。当综合出机构单开链分支后,将其首 尾构件分别与图1中的完全解耦2T2R 混联机构的 动平台和定平台分别相连,就可得到1个完全解耦 2T2R型4自由度并联机构。如从表1中取 CRRR 运动链,并将其与图1所示混联机构的动平台和静

|         |      |            | Tab. 1                                                                                                                                       | Structures of open-single chains                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------|------|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_{c}$ | 类型   | 序号         | 基本分支结构                                                                                                                                       | 含有多自由度运动副的支链结构                                                                                                                                                                                                                      | 含有闭回路结构的支链结构                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|         | 1P4R | $1 \sim 4$ | $P_u R_u R_u R_u R_v$                                                                                                                        | $P_u R_u R_u U_{uv}$ ; $C_u R_u R_u R_v$ ; $C_u R_u U_{uv}$                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 5       | 2P3R | 5 ~ 25     | $P_u P_n R_u R_u R_v; P_u R_u P_n R_u R_v$ $P_u R_u R_u P_n R_v; P_u R_u R_u R_v P_v$                                                        | $\begin{split} & P_{u}P_{n}R_{u}U_{uv}; \ P_{u}R_{u}P_{n}U_{uv} \\ & P_{u}R_{u}R_{u}C_{v}; \ C_{u}P_{n}R_{u}R_{v}; \ C_{u}R_{u}P_{n}R_{v} \\ & C_{u}R_{u}R_{v}P_{v}; \ C_{u}P_{n}U_{uv}; \ C_{u}R_{u}C_{v} \end{split}$             | $\begin{split} & P_{u}P_{u}{}^{4R}R_{u}R_{u}R_{v}; \ P_{u}R_{u}P_{u}{}^{4R}R_{u}R_{v} \\ & P_{u}R_{u}R_{u}P_{u}{}^{4R}R_{v}; \ P_{u}R_{u}R_{u}R_{v}P_{u}{}^{4R} \\ & P_{u}P_{u}{}^{4R}R_{u}U_{uv}; \ P_{u}R_{u}P_{u}{}^{4R}U_{uv} \\ & C_{u}P_{u}{}^{4R}R_{u}R_{v}; \ C_{u}R_{u}P_{u}{}^{4R}R_{v}; \ C_{u}P_{u}{}^{4R}U_{uv} \end{split}$                                                                   |
|         | 3P2R | 26 ~ 38    | $P_u P_v P_w R_u R_v$ ; $P_u R_u P_w P_v R_v$                                                                                                | $P_u P_v P_w U_{uv}; C_u P_w P_v R_v$ $P_u R_u P_w C_v; C_u P_w C_v$                                                                                                                                                                | $\begin{split} & P_{u}P_{u}{}^{4R}P_{u}{}^{4R}R_{u}R_{v}; \ P_{u}P_{u}{}^{4R}P_{u}{}^{4R}U_{uv} \\ & C_{u}P_{u}{}^{4R}P_{u}{}^{4R}R_{v}; \ P_{u}P_{u}{}^{5R}R_{u}R_{v} \\ & P_{u}P_{u}{}^{5R}R_{u}R_{v}; \ P_{u}P_{u}{}^{5R}U_{uv}; \ C_{u}P_{u}{}^{5R}R_{v} \end{split}$                                                                                                                                   |
| 6       | 1P5R | 39 ~ 50    | $P_u R_w R_u R_u R_u R_v$                                                                                                                    | $P_u U_{wu} R_u R_u R_v; P_u R_w R_u R_u U_{uv}$                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{w}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{v}}$ | $P_u R_u U_{wu} R_u R_v$ ; $P_u R_u R_w R_u U_{uv}$                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{w}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{v}}$ | $P_u R_u R_u R_w U_{uv}; P_u R_u R_u U_{wu} R_v$                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{w}}\mathbf{R}_{\mathbf{v}}$ | $P_{u}R_{u}R_{u}R_{u}U_{wv}$ ; $P_{u}R_{u}U_{wu}U_{uv}$                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         | 1P5R | 51 ~ 63    |                                                                                                                                              | $P_u U_{wu} R_u U_{uv}$ ; $C_u R_w R_u R_u R_v$                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{w}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{v}}$ | $C_u R_u R_w R_u R_v$ ; $C_u R_u R_u R_w R_v$                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{w}}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{R}_{\mathbf{v}}$ | $C_{u}U_{wu}R_{u}R_{v}$ ; $C_{u}R_{w}R_{u}U_{uv}$ ; $P_{u}R_{u}R_{u}S$                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $P_u R_u R_u R_u R_v R_w$                                                                                                                    | $C_u R_u R_w U_{uv}$ ; $C_u R_u U_{wu} R_v$ ; $C_u R_u S$                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            |                                                                                                                                              | $C_u R_u R_u U_{wv}$ ; $C_u U_{wu} U_{uv}$                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | P., P., R., R., R., R., P., P., R., R., R., R., R., R., R., R., R., R                                                                        | $P_uP_nR_wR_uU_{uv}; P_uC_wR_uR_uR_v$                                                                                                                                                                                               | $P_{u}P_{u}^{4R}R_{w}R_{u}U_{uv}$ ; $P_{u}U_{wu}R_{u}P_{u}^{4R}R_{v}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|         | 2P4R | 64 ~ 106   | $P_{n}P_{n}R_{n}R_{n}R_{w}R_{v}$ ; $P_{n}P_{n}R_{n}R_{n}R_{v}R_{w}$                                                                          | $P_uP_nR_uR_wU_{uv}; P_uP_nR_uU_{wu}R_v$                                                                                                                                                                                            | $C_{u}R_{w}R_{u}P_{u}^{4R}R_{v}; P_{u}R_{u}U_{wu}P_{u}^{4R}R_{v}$ $P_{u}P_{u}^{4R}R_{u}R_{w}U_{uv}; P_{u}P_{u}^{4R}R_{u}U_{wu}R_{v}$ $P_{u}U_{wu}P_{u}^{4R}R_{u}R_{v}; P_{u}R_{w}R_{u}P_{u}^{4R}U_{uv}$ $P_{u}R_{u}R_{u}P_{u}^{4R}U_{vw}; P_{u}R_{u}R_{w}P_{u}^{4R}U_{uv}$ $C_{u}P_{u}^{4R}R_{w}R_{u}R_{v}; P_{u}P_{u}^{4R}U_{wu}U_{uv}$ $P_{u}U_{u}P_{u}^{4R}R_{v}R_{u}R_{v}; P_{u}P_{u}^{4R}U_{wu}U_{uv}$ |
|         |      |            | $P_{u}R_{w}R_{u}P_{n}R_{u}R_{v}$ ; $P_{u}R_{u}R_{w}P_{n}R_{u}R_{v}$                                                                          | $\begin{split} & P_u U_{wu} P_n R_u R_v ; P_u R_w R_u P_n U_{uv} \\ & P_u R_u C_w R_u R_v ; P_u R_u R_w P_n U_{uv} \\ & P_u R_w R_u R_u C_v ; P_u U_{wu} R_u P_n R_v \\ & P_u R_u U_{wu} P_n R_v ; P_u R_u R_w R_u C_v \end{split}$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $P_{u}R_{u}P_{n}R_{w}R_{u}R_{v}$ ; $P_{u}R_{u}P_{n}R_{u}R_{w}R_{v}$                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $P_{u}R_{u}P_{u}R_{u}R_{v}R_{w}$ ; $P_{u}R_{w}R_{u}R_{u}P_{u}R_{v}$                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | $P_{n}R_{n}R_{w}R_{n}P_{n}R_{v}$ ; $P_{n}R_{n}R_{w}R_{w}R_{m}P_{n}R_{v}$                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | P.R.R.P.R.R. P.R.R.P.R.R                                                                                                                     | $P_u R_u R_u P_n U_{vw}; P_u R_u R_u C_w R_v$                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|         |      |            | - uuu- nwv, - uuu- nvw                                                                                                                       | $C_u P_n R_w R_u R_v$ ; $C_u R_w R_u P_n R_v$                                                                                                                                                                                       | $F_{u} \bigcup_{wu} F_{u} \cap \bigcup_{uv}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

表 1 单开链分支结构 Tab. 1 Structures of open-single chains

平台相连,便可得到的1个新型2T2R并联机构,如 图3所示。为了达到预期运动输出特性要求,机构 应满足一定的装配条件,即与动平台直接相连的转 动副R12和R16的轴线相互平行,圆柱副C13轴线 平行于z轴。

图 3 中 q<sub>4</sub> 为单开链分支主动副 C13 相对于静 平台平面的位移,其他参数与图 1 相同。此时动坐 标系 O<sub>1</sub>x<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub> 相对于定坐标系 Oxyz 的运动学方程 的矩阵表达式为

其中

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \\ \omega_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}$$
(7)
$$b = \frac{1}{d\cos\theta}$$

由式(7)可知,机构雅可比矩阵为对角阵,因此 图 3 所示机构为完全解耦 4 自由度 2T2R 并联机 构。动平台输出速度  $v_x, v_y, \omega_z, \omega_{xy}$ 分别与主动输入 速度  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4$  呈一一对应的映射关系,即  $v_x =$  $\dot{q}_1, v_y = \dot{q}_2, \omega_z = \dot{q}_3, \omega_{xy} = b\dot{q}_4$ 。因此,该机构具有运 动学解耦性好、控制设计简单等特点。

由于机构雅可比矩阵为对角阵,因此只要满足 对角线元素不等于零,则机构在工作空间内部不存 在奇异位形。因雅可比矩阵对角线上的前3个元素 为非零常数1,故该机构的奇异位形发生条件为对 角线上元素 b 的值等于零或者趋于无穷大。由于 d 为机构的结构尺寸,为非零常数,所以机构的奇异位 形只可能发生在动平台姿态角 $\theta$ 的余弦值趋于无穷 大,即 $\theta = \pm \pi/2$ 。此时机构动平台处于竖直位形, 即垂直于 Oxy 平面。只要保证动平台姿态角 $\theta \in$ 



Fig. 2 Structures of open-single chains



图 3 新型完全解耦 2T2R 型并联机构

Fig. 3 A novel fully-decoupled 2T2R parallel manipulator

 $(-\pi/2,\pi/2)$ ,机构在其工作空间内就不存在奇异 位形。

若选表1中其他结构形式的单开链代替图3中 单开链分支,同样可构造出完全解耦2T2R型4自 由度并联机构,本文共可得到106种新型机构,部分 机构见图4。图4a中的单开链结构为PRRS,图4b 中的单开链结构为PPRRR,图4c中的单开链结构 则为CRP<sup>4R</sup>R,其中P<sup>4R</sup>表示1个由4个转动副构成 的平行四边形结构。同理,如果选用文献[17]中综 合出的其他平面2T1R完全各向同性机构代替图3 中混合链内的并联机构部分,还可综合出更多新型 机构。

#### 5 结束语

基于混联机构概念和互易螺旋理论提出一种完 全解耦 2T2R 型并联机构结构综合的新方法,并利 用该方法综合得到多种新型机构。与一般方构造出





图 4 另外 3 种新型完全解耦 2T2R 并联机构 Fig. 4 Another three novel fully-decoupled 2T2R PMs

的 2T2R 并联机构相比<sup>[5,7]</sup>,本文提出方法得到的机 构具有运动学解耦性好、控制设计简单的特点。所 综合出的机构速度雅可比矩阵均为 4 × 4 阶对角阵, 因此机构动平台的运动输出速度与 4 个主动副的输

(c)

入速度之间存在一一对应的映射关系,即动平台的 1 个输出运动只需要1 个主动运动副控制。丰富了 并联机构结构综合的方法,并为完全各向同性 2T2R 并联机构的设计提供了理论基础。

参考文献

- 1 Salgado O, Altuzarra O, Petuya V, et al. Synthesis and design of a novel 3T1R fully-parallel manipulator [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2008, 130(4): 1~8.
- 2 Briot S, Bonev I. Pantopteron-4: a new 3T1R decoupled parallel manipulator for pick-and-place applications [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5): 707 ~ 721.
- 3 Kong X W, Gosselin C M. Type synthesis of 4-DOF SP-equivalent parallel manipulators: a virtual chain approach [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(11): 1 306 ~1 319.
- 4 Gallardo-Alvarado J, Rico-Martinez J M, Alici G. Kinematics and singularity analyses of a 4-DOF parallel manipulator using screw theory [J]. Mechanims and Machine Theory, 2006, 41(9): 1048 ~ 1061.
- 5 王庚祥,原大宁,刘宏昭,等. 空间4-SPS/CU并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报,2012,43(3):207~212. Wang Gengxiang, Yuan Daning, Liu Hongzhao, etal. Kinematic analysis of spatial 4 - SPS/CU parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3):207~212. (in Chinese)
- 6 Li Q C, Huang Z. Type synthesis of 4-DOF parallel manipulator [C] // Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Taipei, Taiwan, 2003: 755 ~ 760.
- 7 刘剑敏,马履中,徐子红,等. 振动筛两平移两转动并联机构的运动学分析[J]. 农业机械学报,2008,39(2):59~62. Liu Jianmin, Ma Lüzhong, Xu Zihong, et al. Kinemaitcal analysis of virbrating screen on a kend of 2T-2R parallel mechannism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(2):59~62. (in Chinese)

- 8 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- 9 Gogu G. Fully-isotropic parallel robots with four degrees of freedom T2R2-type [C] // Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2005), Edmonton, 2005: 1 190 ~ 1 195.
- 10 Zhang D, Zhang F. Novel design and analysis of fully decoupled 3-DOF spherical parallel robot [C] // Proceedings of the ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Lake Beuna Vista, USA, 2009, IMECE2009 ~ 10098.
- 11 Richard P-L, Gosselin C M, Kong X W. Kinematic analysis and prototyping of a partially decoupled 4-DOF 3T1R parallel manipulator[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(6): 611~616.
- 12 Li W, Gao F, Zhang J. R-CUBE, a decoupled parallel manipulator only with revolute joints [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(4): 467 ~ 473.
- 13 Legnani G, Fassi I, Giberti H, et al. A new isotropic and decoupled 6-DOF parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 58(4): 64~81.
- 14 吕亚楠,王立平,关立文.基于刚度组集的混联机床的静刚度分析与优化[J].清华大学学报:自然科学版,2008,48(2):180~183.

Lü Ya'nan, Wang Liping, Guan Liwen. Stiffness analysis and optimization of a hybrid machine tool based on the stiffness matrix [J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2008, 48(2): 180 ~183. (in Chinese)

- 15 Tanev T K. Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(9): 1 183 ~ 1 196.
- 16 李菊,赵德安,沈惠平,等. 多喷枪协同式喷涂五轴混联机器人设计[J]. 农业机械学报, 2012, 43(4): 216~220.
   Li Ju, Zhao Dean, Shen Huiping, et al. Design of 5-axes hybrid robot with several spray guns for collaborative spraying [J].
   Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(4): 216~220. (in Chinese)
- 17 张彦斌, 王慧萍, 吴鑫. 完全各向同性3自由度平面并联机构的型综合[J]. 光学精密工程, 2012, 20(3): 579~586. Zhang Yanbin, Wang Huiping, Wu Xin. Structure synthesis of fully-isotropic 3-DOF planar parallel manipulators [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(3): 579~586. (in Chinese)
- 18 张彦斌, 刘宏昭, 吴鑫. 基于互易螺旋理论的无奇异完全各向同性移动并联机构型综合[J]. 机械工程学报, 2008, 44(10): 83~88.

Zhang Yanbin, Liu Hongzhao, Wu Xin. Type synthesis of non-singular fully-isotropic translational parallel mechanisms based on theory of reciprocal screw[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(10): 83 ~ 88. (in Chinese)