doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.07.049

作平面运动平底从动件盘形凸轮机构第Ⅱ类机构综合*

常 勇[1,2] 林荣富[1] 李延平[1]

(1.集美大学机械工程学院,厦门 361021; 2.集美大学工程训练中心,厦门 361021)

摘要: 通过引入固定、浮动坐标系和支撑函数法,揭示瞬时一维直线区域和投影得到瞬时区间套,进而提出推程、回程和整程区间套等概念,给出了求解平底方位线容许选择区域、凸轮基圆半径 r_0 许用取值范围的基本原理,推导得到求解计算的一整套通用解析公式,得到解存在性和存在性态的系列判据,解决了作平面运动平底从动件盘形凸轮机构的第Ⅱ类机构综合问题。

关键词: 盘形凸轮机构 平底从动件 平面运动 机构综合

中图分类号: TH112.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)07-0286-07

Class Ⅱ Synthesis of Disc Cam Mechanism with Flat-faced Follower in Planar Motion

Chang Yong[1,2] Lin Rongfu[1] Li Yanping[1]

(1. *College of Mechanical Engineering*, *Jimei University*, *Xiamen* 361021, *China*
2. *Engineering Training Center*, *Jimei University*, *Xiamen* 361021, *China*)

Abstract: By using fixed/floating coordinate system and the support function method, the instantaneous 1-D linear area and interval sets were proposed. The rise motion, return motion and whole motion interval sets were put forward. The basic principles of solving the allowable selected area of the flat-faced line and the allowable value range of the cam basic radius were proposed. The analytic formulae were derived. Then the analytical criterion of the solution existence and its existing form were obtained. The class Ⅱ synthesis of disc cam mechanism with flat-faced follower in planar motion was resolved.

Key words: Disc cam mechanism Flat-faced follower Planar motion Synthesis of mechanism

引言

基于对德国进口高速印刷机机构的分析,笔者提出作平面运动滚子从动件盘形凸轮机构的Ⅰ、Ⅱ两类综合问题,对后者通过引入“瞬时、整程区间(域)套”、“浮动数轴、坐标系”、“最经济搜索带域”等系列概念和“降维快速求解”理论方法,取得较为系统深入的研究成果[1~3]。

关于作平面运动平底从动件盘形凸轮机构,其第Ⅱ类机构综合问题可归纳描述为:已知从动连杆构件系统的运动学尺寸、输出件推/回程始、终位置和(角)位移规律,推/回程许用压力角、凸轮轴心位置和平底对连杆夹角等条件,求解平底容许选择区域、凸轮基圆半径 r_0 许用取值范围,等等。

以已有研究成果为基础,通过建立和引入固定、浮动坐标系和支撑函数法,特别是揭示出瞬时一维直线区域和投影得到瞬时区间套,进而提出推程、回程和整程区间套的概念,给出求解平底方位线容许选择区域、凸轮基圆半径 r_0 许用取值范围的基本原理,据此推导得到求解计算的一整套通用解析公式,得到解的存在性和存在性态的一系列解析判据,解决作平面运动平底从动件盘形凸轮机构的第Ⅱ类机

收稿日期: 2012-07-15 修回日期: 2012-09-11

* 国家自然科学基金资助项目(51175224)和福建省自然科学基金资助项目(2010J01302&2006J0169)

作者简介: 常勇,教授,主要从事凸轮与连杆机构学、机构的起源与进化理论研究,E-mail: changyong@jmu.edu.cn

通讯作者: 李延平,教授,主要从事机构学、RE/RP/RT/CAE 研究,E-mail: ypli@jmu.edu.cn

构综合问题。

1　第Ⅱ类机构综合问题的准确表述

图 1 所示为高速印刷机机构[1]的平底从动件演化机构。由凸轮、带平底连杆、摇块、摇杆和机架组成，凸轮、摇杆分别为输入和输出件。

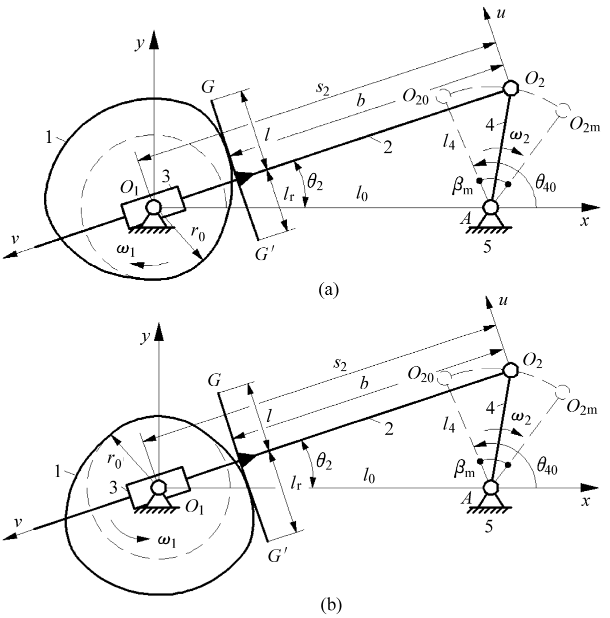

图 1　作平面运动平底从动件盘形凸轮机构结构简图

Fig. 1　Structure diagram of disc cam mechanism with flat-faced follower in planar motion

（a）凸轮顺时针转动　（b）凸轮逆时针转动

1. 凸轮　2. 带平底连杆　3. 摇块　4. 摇杆　5. 机架

机构综合问题的准确描述：

已知：机架和摇杆长度 l_0、l_4，摇杆推程始/终位置 $O_{20}A$、$O_{2m}A$，行程/初位角 β_m 和 θ_{40}，推/回程运动角 Φ_0 和 Φ_0'，摇杆推/回程角位移 $\beta=\beta(\theta_1)$ 和 $\beta_r=\beta_r(\theta_1)$，$\theta_1$ 为凸轮转角；推程/回程许用压力角 $[\alpha]$ 和 $[\alpha]_r$，凸轮 1、摇块 3 和机架 5 在 O_1 点处复铰，平底（方位）线 GG' 与连杆（方位）线 O_1O_2 垂直。

求解：满足 $\alpha\leqslant[\alpha]\cup\alpha\leqslant[\alpha]_r\cup\rho>0$ 条件的机构解集，即平底线容许选择区域、凸轮基圆半径 r_0 许用取值范围，等等。式中 ρ 为曲率半径。

显而易见，该机构综合问题属于第Ⅱ类机构综合问题。

2　准备工作

2.1　固定坐标系建立和预备公式推导

建立固定坐标系 O_1xy，如图 1 所示。选凸轮轴心与坐标系原点 O_1 重合，x 轴正向与 O_1A 正向一致，θ_2、θ_4 为 O_1O_2、AO_2 与 x 轴正向夹角，θ_1 为凸轮转角。

建立机构封闭矢量方程（从略），连杆 2（O_1O_2）的长度、位置角和类角速度为

$$s_2=s_2(\theta_1)=(l_0^2+l_4^2+2l_0l_4\cos\theta_4)^{1/2}=[l_0^2+l_4^2+2l_0l_4\cos(\theta_{40}-\beta)]^{1/2}\tag{1}$$

$$\theta_2=\arctan(l_4\sin(\theta_{40}-\beta)/(l_0+l_4\cos(\theta_{40}-\beta)))\tag{2}$$

$$\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1=-l_4(\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}\theta_1)[l_4+l_0\cos(\theta_{40}-\beta)]/[l_0^2+l_4^2+2l_0l_4\cos(\theta_{40}-\beta)]\tag{3}$$

绝对瞬心 P_{20} 的坐标

$$\begin{cases}x_{P20}=l_0\tan(\theta_{40}-\beta)/[\tan(\theta_{40}-\beta)+\cot\theta_2]\\ y_{P20}=-l_0\tan(\theta_{40}-\beta)\cot\theta_2/[\tan(\theta_{40}-\beta)+\cot\theta_2]\end{cases}\tag{4}$$

相对瞬心 P_{21} 的坐标

$$\begin{cases}x_{P21}=\pm(|\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1|/(\pm|\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1|-1))\cdot\\ \quad(l_0\tan(\theta_{40}-\beta)/(\tan(\theta_{40}-\beta)+\cot\theta_2))\\ y_{P21}=\pm|\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1|/(\pm|\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1|-1)\cdot\\ \quad[-l_0\tan(\theta_{40}-\beta)\cot\theta_2/\\ \quad(\tan(\theta_{40}-\beta)+\cot\theta_2)]\end{cases}\tag{5}$$

式中，“+”对应同摆式机构，而“-”对应异摆式机构[1]。

如图 2 所示，P_{21}、P_{20} 两点间和 P_{21}、P_{10} 两点间的距离

$$\begin{cases}l_{P21P20}=[(x_{P20}-x_{P21})^2+(y_{P20}-y_{P21})^2]^{1/2}\\ l_{P21P10}=(x_{P21}^2+y_{P21}^2)^{1/2}\end{cases}\tag{6}$$

l_{P21P20}、l_{P21P10} 皆是 θ_1 的一元函数。后面，将 l_{P21P20}、l_{P21P10} 简记为 l_{10} 和 l_{21}。

2.2　浮动坐标系的概念

浮动坐标系[2]指固连于连杆平面 Σ_2 上，以 O_2 为原点，O_2u、O_2v 为 u 轴、v 轴正向的直角坐标系 O_2uv。机构运动过程中，O_2uv 随连杆平面 Σ_2 作平面运动“浮动”，如图 1 所示。

浮动坐标系 O_2uv 的建立，为后续讨论奠定了重要前提和基础。

GG' 与 O_1O_2 垂直的前提下，若给定平底线 GG' 在 O_2uv 中的 v 坐标值，则其位置可完全“锁定”。

2.3　推程和回程前半/后半区段划分

如图 2 所示，P_{20}、P_{10} 和 P_{21} 为推程连杆 2、凸轮 1 的绝对和相对瞬心。

前半区段：摇杆 4 位于 $O_{20}A$ 至 $O_{2b}A$ 之间，P_{20f} 位于 O_1O_2 的上方。

后半区段：摇杆 4 位于 $O_{2b}A$ 至 $O_{2m}A$ 之间，P_{20r} 位于 O_1O_2 的下方。

分界点 O_{2b} 满足条件：$O_{2b}A\perp O_1O_{2b}$。

回程的前半、后半区段，分别恰好对应 $O_{2m}A$ 至 $O_{2b}A$、$O_{2b}A$ 至 $O_{20}A$ 之间。

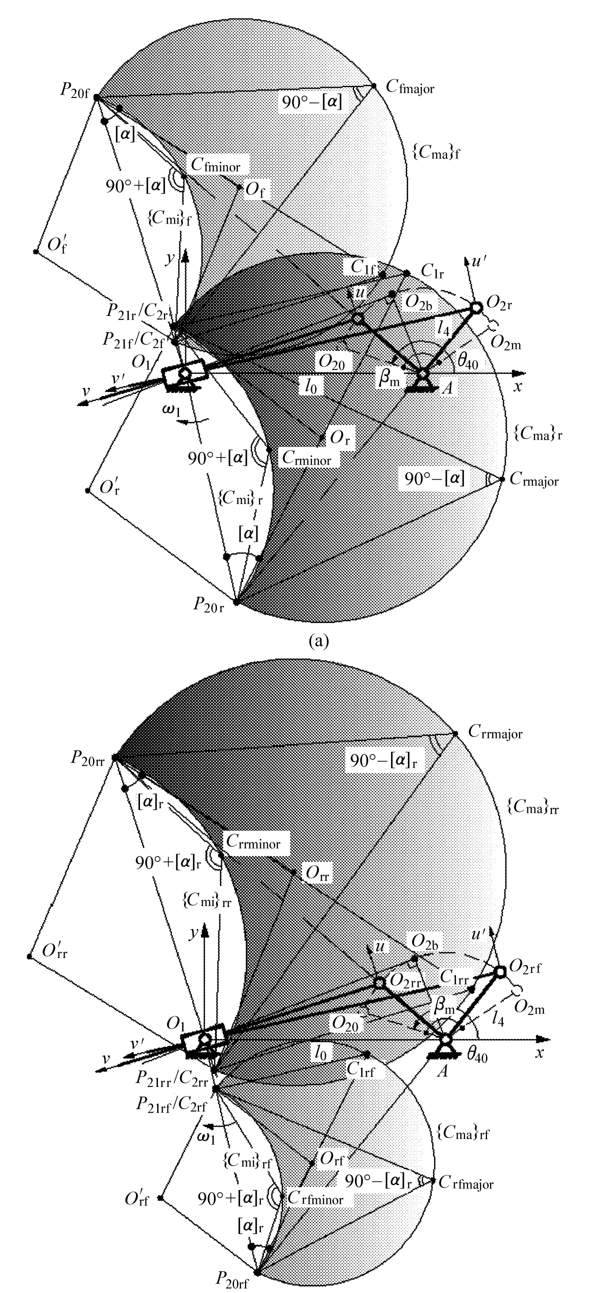

图 2 瞬时一维直线区域

Fig. 2 Instantaneous 1-D linear area

（a）凸轮顺时针转动推程 （b）凸轮顺时针转动回程

2.4 支撑函数法

（1）凸集的支撑线、支撑函数和方向角

N 为有界闭凸集，边界 ∂N 为闭凸曲线，如图 3 所示。任选坐标系 $O_1x'y'$，自原点 O_1 引射线 O_1R，且与 x' 轴正向夹角为 φ（逆时针为正），作垂直于 O_1R 且与 N 相交任一直线 $G_1(p_1,\varphi)$，集 p_1 的“上确界”记为 p，即

$$p=\sup\{p_1:G_1(p_1,\varphi)\cap N\neq\varnothing\} \tag{7}$$

定义 1：与式（7）中 p 相应的直线 $G(p,\varphi)$ 称作凸集 N 沿 φ 方向的支撑线。

定义 2：与式（7）中 p 相应的函数 $p(\varphi)$ 称作凸集 N 沿 φ 方向的支撑函数。

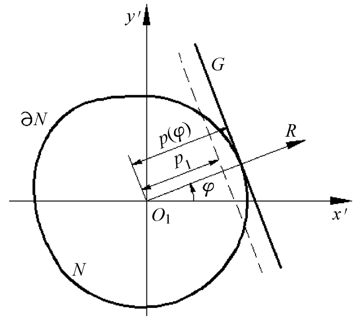

图 3 支撑线、支撑函数与方向角

Fig. 3 Support line, support function and direction angle

定义 3：与式（7）中 p 相应的角度 φ 称作支撑线 $G(p,\varphi)$ 的方向角。

（2）凸集的充要条件

凸集成立的充要条件是其边界曲线的曲率半径 ρ 恒为正，即

$$\rho=p(\varphi)+p''(\varphi)>0 \quad (0\leqslant\varphi<2\pi) \tag{8}$$

3 满足 $\alpha\leqslant[\alpha]\cup\alpha\leqslant[\alpha]_r\cup\rho>0$ 条件机构解的存在性/存在性态分析

3.1 和 3.2 节的研究，为 3.3 节归并性研究奠定基础。

简约表述起见，下文中取符号“$\cup$”表示“同时满足”之意。

3.1 满足 $\alpha\leqslant[\alpha]\cup\alpha\leqslant[\alpha]_r$ 条件机构解的存在性/存在性态

3.1.1 凸轮顺时针转动（图 2）

3.1.1.1 推程（图 2a）

整个推程，相对瞬心 P_{21} 始终位于连杆方位线 O_1O_2 上方，如图 2a 所示。

任一瞬时位置，在连杆平面 Σ_2 上，以 $P_{20}P_{21}$ 为弦、向 O_2v 轴负向作优弧 $\{C_{ma}\}$、劣弧 $\{C_{mi}\}$，使满足

$$\angle P_{20}C_{major}P_{21}=90°-[\alpha] \tag{9}$$

$$\angle P_{20}C_{minor}P_{21}=90°+[\alpha] \tag{10}$$

根据文献[2]，滚子从动件机构该瞬时满足 $\alpha\leqslant[\alpha]$ 条件 K 的全集：由 $\{C_{ma}\}$、$\{C_{mi}\}$ 围成的“盈月形”二维平面区域 $\Gamma(u,v)$。

再过 $P_{21}(C_2)$ 引 $P_{20}P_{21}$ 垂线，交 $\{C_{ma}\}$ 于 C_1 得线段 $C_1C_2=C(u,v)$，则 $C(u,v)\in\Gamma(u,v)$。

于是，得到如下结论：

平底从动件机构，该瞬时满足 $\alpha\leqslant[\alpha]$ 条件 K 的全集：由 C_1C_2 亦即 $C(u,v)$ 构成的“瞬时一维直线区域”。

$C(u,v)$ 的属性特征：$\Gamma(u,v)$ 的真子集；$C(u,v)$ $/\!/ O_1O_2$；$\alpha_{C2}=0$，$\alpha_{C1}=[\alpha]$，且 $C_2\to C_1$，α 值由零单调增至 $[\alpha]$。

$C(u,v)$ 在浮动坐标系 O_2uv 中坐标为

$$\begin{cases} u_K = u_{C1}(\theta_1) = u_{C2}(\theta_1) = u_K(\theta_1) \\ v_K = v_K(\theta_1) \in [v_{C1}, v_{C2}] = [v_{C1}(\theta_1), v_{C2}(\theta_1)] \end{cases} \tag{11}$$

u_K、v_K 皆是 θ_1 的一元函数。式中

$$\begin{cases} u_K = u_K(\theta_1) = \eta\zeta l_{21}(\theta_1) \\ v_{C1} = v_{C1}(\theta_1) = s_2(\theta_1) - l_{10}(\theta_1)\tan[\alpha] \\ v_{C2} = v_{C2}(\theta_1) = s_2(\theta_1) \end{cases} \tag{12}$$

式中　η——行程系数，推程 $\eta = 1$，回程 $\eta = -1$

ζ—转向系数，凸轮顺时针转动 $\zeta = 1$，凸轮逆时针转动 $\zeta = -1$

不难想象，将"瞬时一维直线区域"$C(u,v)$ 分别向 u 轴、v 轴投影，在 u 轴上得"一点"$u_K = u_{C1} = u_{C2}$，在 v 轴上得一"瞬时区间套"$[v_{C1}, v_{C2}]$（考虑图 2 清晰，未标出）。

于是，可得如下结论：①取在 $[v_{C1}, v_{C2}]$ 两端点，即 $v_K = v_{C1}$ 或 $v_K = v_{C2}$ 时，$\alpha = [\alpha]$。②取在 $[v_{C1}, v_{C2}]$ 内部，即 $v_{C1} < v_K < v_{C2}$ 时，$\alpha < [\alpha]$。③取在 $[v_{C1}, v_{C2}]$ 外部，即 $v_K < v_{C1}$ 或 $v_K > v_{C2}$ 时，$\alpha > [\alpha]$。证明从略。

选取 u_K、v_K 和 θ_1 为纵/横坐标，绘制 $v_{C1} - \theta_1$、$v_{C2} - \theta_1$ 和 $u_K - \theta_1$ 曲线，如图 4 所示。

整个推程，存在无数个瞬时区间套 $[v_{C1}, v_{C2}]$。基此，可解得推程区间套 $[v_{C1\max}, v_{C2\min}]$。

据式(12)，因 $s_2(\theta_1)$ 单调递增变化，故

$$v_{C2\min} = s_{20} \tag{13}$$

据式(12)，一维搜索解得推程 $v_{C1\max}$。

3.1.1.2　回程（图 2b）

整个回程，相对瞬心 P_{21r} 始终位于 O_1O_2 下方，如图 2b 所示。

作图过程类似推程，得瞬时一维直线区域 $C_{1r}C_{2r}$ 和瞬时区间套 $[v_{C1r}, v_{C2r}]$。

式(9)～(12)通用。只不过：式(9)、(10)和(12)中 $[\alpha]$ 更换为 $[\alpha]_r$；式(18)中 $\eta = -1$，$l_{21}(\theta_1)$、$l_{10}(\theta_1)$ 和 $s_2(\theta_1)$ 更换为 $l_{21r}(\theta_1)$、$l_{10r}(\theta_1)$ 和 $s_{2r}(\theta_1)$。

同理，绘制 $v_{C1r} - \theta_1$、$v_{C2r} - \theta_1$ 和 $u_{Kr} - \theta_1$ 曲线，如图 4 所示。

解得回程区间套 $[v_{C1r\max}, v_{C2r\min}]$，其中

$$v_{C2r\min} = v_{C2\min} = s_{20} \tag{14}$$

据式(12)，一维搜索得回程 $v_{C1r\max}$。

3.1.1.3　整程

整程综合考虑了推程和回程。

根据前面的求解计算结果，确定

$$\begin{cases} v_{\max} = (v_{C1})_{\max} = \max\{v_{C1\max}, v_{C1r\max}\} \\ v_{\min} = (v_{C2})_{\min} = v_{C2\min} = v_{C2r\min} = s_{20} \end{cases} \tag{15}$$

于是，得满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r$ 条件的 v 取值范围，即整程区间套 $[v_{\max}, v_{\min}]$。

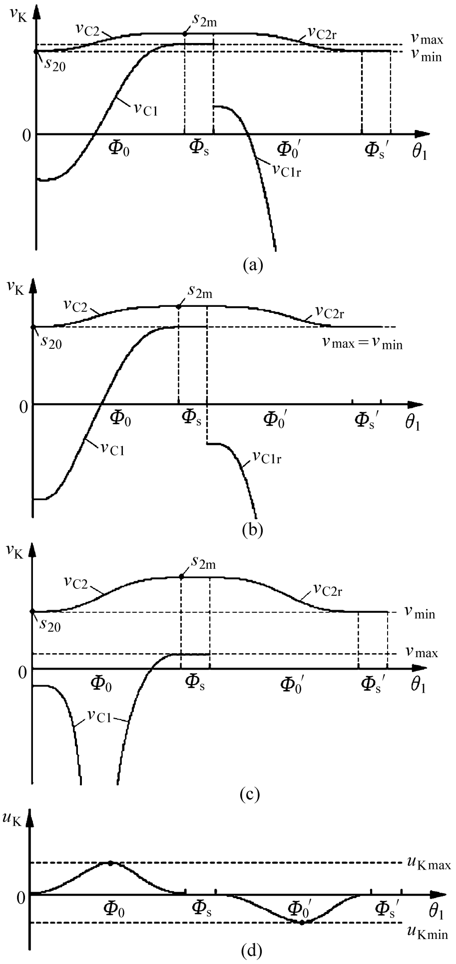

图 4　$v_{C1r} - \theta_1$、$v_{C2r} - \theta_1$ 和 $u_{Kr} - \theta_1$ 曲线

Fig. 4　Curves of $v_{C1r} - \theta_1$, $v_{C2r} - \theta_1$ and $u_{Kr} - \theta_1$

（a）不存在机构解　（b）存在唯一机构解

（c）存在无数机构解　（d）$u_K - \theta_1$ 曲线

综上，可得重要结论：

若　$$v_{\max} > v_{\min}\quad（即\ v_{\max} > s_{20}） \tag{16}$$

则　$$v \in [v_{\max}, v_{\min}] = \varnothing \tag{17}$$

满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r$ 条件的机构解不存在，如图 4a所示。

若　$$v_{\max} = v_{\min} = s_{20} \tag{18}$$

则　$$v \in [v_{\max}, v_{\min}] = \Lambda（独集） \tag{19}$$

存在满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r$ 条件的唯一机构解

$$v = v_{\max} = v_{\min} = s_{20} \tag{20}$$

如图 4b 所示。

若　$$v_{\max} < v_{\min}\quad（即\ v_{\max} < s_{20}） \tag{21}$$

则　$$v \in [v_{\max}, v_{\min}] = \Pi（无穷集） \tag{22}$$

存在满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r$ 条件的无数机构解

$$v \in [v_{\max}, v_{\min}] \tag{23}$$

即　$$v \in [v_{\max}, s_{20}] \tag{24}$$

如图 4c 所示。

3.1.2　凸轮逆时针转动

研究方法与 3.1 节相同，式(11)～(24)通用。

3.2 满足 $\rho>0$ 条件机构解的存在性/存在性态

拟采用支撑函数法[4~6]，解决凸轮轮廓全部外凸即机构运动保真问题。

3.2.1 凸轮顺时针转动

3.2.1.1 推程

如图5，绘出推程起始位置 $O_1O_{20}A$，此时平底线 G_0G_0'，基此建立固定坐标系 $O_1x'y'$，再绘出绕凸轮轴心 O_1 倒置（反转）“$-\theta_1$”后机构位置，认定 GG' 为支撑线，凸轮轴心 O_1 到 GG' 的垂直距离为支撑函数。

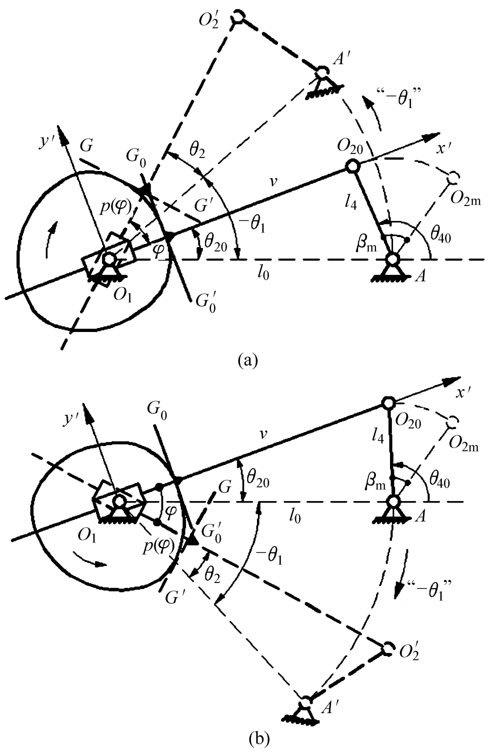

图5 支撑函数、方向角的分析提取

Fig. 5 Analysis of support function and direction angle

（a）凸轮顺时针转动 （b）凸轮逆时针转动

支撑函数

$$p(\varphi)=[l_0^2+l_4^2+2l_0l_4\cos(\theta_{40}-\beta)]^{1/2}-v \tag{25}$$

方向角

$$\varphi=\zeta\theta_1+\theta_2-\theta_{20} \tag{26}$$

$$\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}\theta_1=\zeta+\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1 \tag{27}$$

$$\mathrm{d}\theta_1/\mathrm{d}\varphi=1/(\zeta+\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1) \tag{28}$$

$$\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}\varphi=(\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}\theta_1)(\mathrm{d}\theta_1/\mathrm{d}\varphi)=\beta'/(\zeta+\mathrm{d}\theta_2/\mathrm{d}\theta_1) \tag{29}$$

据上，得 $p(\varphi)$ 对 φ 一次导数

$$p'(\varphi)=\mathrm{d}p/\mathrm{d}\varphi=(\mathrm{d}p/\mathrm{d}\beta)(\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}\varphi)=[A\beta'l_0l_4\sin(\theta_{40}-\beta)]/(\zeta A^2-B\beta') \tag{30}$$

其中
$$A=[l_0^2+l_4^2+2l_0l_4\cos(\theta_{40}-\beta)]^{1/2} \tag{31}$$

$$B=l_4[l_4+l_0\cos(\theta_{40}-\beta)] \tag{32}$$

同理，$p(\varphi)$ 对 φ 求二次导数

$$p''(\varphi)=(\mathrm{d}p'/\mathrm{d}\beta)(\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}\varphi)=l_0l_4(-D\beta'^3-E\beta'^2+F\beta''\beta')/(\zeta A^2-B\beta')^3 \tag{33}$$

其中

$$D=A^3B\cos(\theta_{40}-\beta)-A^3l_0l_4\sin^2(\theta_{40}-\beta)+ABl_0l_4\sin^2(\theta_{40}-\beta) \tag{34}$$

$$E=\zeta A^3[A^2\cos(\theta_{40}-\beta)+l_0l_4\sin^2(\theta_{40}-\beta)] \tag{35}$$

$$F=\zeta A^5\sin(\theta_{40}-\beta) \tag{36}$$

凸轮轮廓曲率半径

$$\rho=p(\varphi)+p''(\varphi)=A-v-l_0l_4(D\beta'^3+E\beta'^2-F\beta''\beta')/(\zeta A^2-B\beta')^3 \tag{37}$$

可知，$\rho=\rho(\theta_1)$ 是 θ_1 的一元函数。令据式(8)一维搜索出“等号”成立时的 $v_{\rho\max}$，则推程区间套

$$v\in(-\infty,v_{\rho\max})\quad(0\leqslant\theta_1\leqslant\Phi_0) \tag{38}$$

即是满足推程凸轮轮廓外凸即机构运动保真的解集。

3.2.1.2 回程

同理，解得回程区间套

$$v\in(-\infty,v_{\rho r\max})\ (\Phi_0+\Phi_s\leqslant\theta_1\leqslant\Phi_0+\Phi_s+\Phi_0') \tag{39}$$

即满足回程凸轮轮廓外凸即机构运动保真的解集。

因为

$$r_0=s_{20}-v>0 \tag{40}$$

故
$$v<s_{20} \tag{41}$$

即有
$$\begin{cases}v_{\rho\max}<s_{20}\\ v_{\rho r\max}<s_{20}\end{cases} \tag{42}$$

3.2.1.3 整程

根据3.2.1.1和3.2.1.2节求解结果，确定

$$v_{\rho\max}=\min\{v_{\rho\max},v_{\rho r\max}\} \tag{43}$$

于是，得到整程区间套

$$v\in(-\infty,v_{\rho\max})\quad(0\leqslant\theta_1\leqslant2\pi) \tag{44}$$

即满足整程凸轮轮廓全部外凸（即机构运动保真）的解集。

基于式(42)，有

$$v_{\rho\max}<s_{20} \tag{45}$$

3.2.2 凸轮逆时针转动

与3.1节同理，从略。

3.3 满足 $\alpha\leqslant[\alpha]\cup\alpha\leqslant[\alpha]_r\cup\rho>0$ 条件机构解的存在性/存在性态

3.3.1 凸轮顺时针转动

（1）平底方位线容许选择区域与凸轮基圆半径 r_0 许用取值范围的确定

综合3.1和3.2节，得重要结论：

若式(16)或(18)成立，据式(45)知，满足

$\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r \cup \rho > 0$ 机构解不存在。

若式(21)成立，且

$$v_{\max} \geqslant v_{\rho\max} \tag{46}$$

满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r \cup \rho > 0$ 机构解不存在。

若式(21)成立，且

$$v_{\max} < v_{\rho\max} \tag{47}$$

存在满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r \cup \rho > 0$ 的无数机构解

$$v \in [v_{\max}, v_{\rho\max}) \tag{48}$$

此时

$$r_0 \in (r_{0\min}, r_{0\max}] = (s_{20} - v_{\rho\max}, s_{20} - v_{\max}] \tag{49}$$

如图 6 中的“涂色带域”。

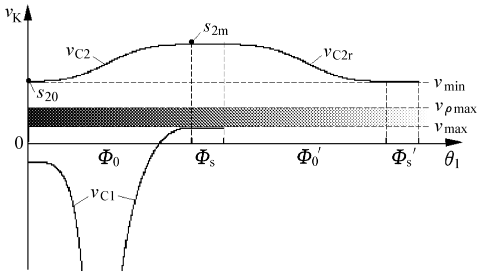

图 6　存在无数机构解的情形

Fig. 6　Cases with infinite mechanism solutions

于是，得到如下重要结论：满足式(49)前提下，v 值越大(即越靠近 $v_{\rho\max}$)，r_0 和 α 越小，即凸轮尺寸和传动性能越优。

上述结论表明凸轮基圆半径和压力角值同时减小情况的存在性。

(2) 平底长度的确定

据式(12)，易解得推程

$$u_{K\max} = [l_{21}(\theta_1)]_{\max} \quad (u_{K\max} > 0) \tag{50}$$

和回程

$$u_{K\min} = [-l_{21}(\theta_1)]_{\min} \quad (u_{K\min} < 0) \tag{51}$$

的具体值。

于是，得平底上、下侧长度(图 1)

$$\begin{cases} l = u_{K\max} \\ l_r = |u_{K\min}| \end{cases} \tag{52}$$

平底总长度

$$L = u_{K\max} + |u_{K\min}| + x \tag{53}$$

式中 x 取 5 ~ 7 mm。

3.3.2　凸轮逆时针转动

凸轮逆时针转动的综合设计方法与凸轮顺时针转动情形类似，从略。

4　机构综合示例

已知 $\theta_{40} = 140°$，$l_0 = 140$ mm，$l_4 = 50$ mm，$\beta_m = 80°$，$\Phi_0 = \Phi'_0 = 150°$，$\Phi_s = \Phi'_s = 30°$，$[\alpha] = 40°$，$[\alpha]_r = 70°$，摇杆推程/回程皆摆线运动规律，凸轮顺时针转动，试求：满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r \cup \rho > 0$ 机构解和平底长度。

将 $l_0 = 140$ mm、$l_4 = 50$ mm、$\theta_{40} = 140°$ 和 $\beta = 0$ 代入式(1)，算得 $s_{20} = 106.655\,4$ mm。

据 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r$ 条件解得：$v \in [v_{\max}, v_{\min}] = [25.964\,2, 106.655\,4]$。

据 $\rho > 0$ 运动保真条件解得：$v \in (-\infty, v_{\rho\max}] = (-\infty, 61.490\,0]$。

因 $v_{\max} = 25.964\,2 < v_{\rho\max} = 61.490\,0$，故根据第 3.3 节，归属式(47)情况。于是，得满足 $\alpha \leqslant [\alpha] \cup \alpha \leqslant [\alpha]_r \cup \rho > 0$ 机构解：$v \in [v_{C1\max}, v_{\rho\max}] = [25.964\,2, 61.490\,0]$。

由式(49)得，$r_0 \in [r_{0\min}, r_{0\max}] = [45.165\,4, 80.689\,0]$，故 $r_{0\min} = 45.165\,4$ mm。

图 6 即是根据上面解算结果，通过计算机自动生成得到的。

据式(5)、(6)和式(50) ~ (53)，算得 $l = 56.578\,1$ mm，$l_r = 84.905\,6$ mm，L 为 146.483 7 ~ 148.483 7 mm。

5　结束语

通过建立和引入固定、浮动坐标系和支撑函数法，提出推程、回程和整程区间套的概念，给出了在满足许用压力角和运动保真性条件，平底方位线容许选择区域、凸轮基圆半径许用取值范围的基本求解原理，解决了作平面运动平底从动件盘形凸轮机构的第Ⅱ类机构综合问题。

参 考 文 献

1　常勇，杨富富．作平面运动滚子从动件盘形凸轮机构的第Ⅱ类机构综合问题[J]．机械工程学报，2010，46(21)：37 ~ 41.
Chang Yong, Yang Fufu. Second mechanism synthesis task of disc cam mechanisms with roller follower moving in planar general motion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(21): 37 ~ 41. (in Chinese)

2　常勇，杨富富．作平面运动滚子从动件盘形凸轮机构的广义第Ⅱ类机构综合问题[J]．机械工程学报，2012，48(15)：47 ~ 57.
Chang Yong, Yang Fufu. Research on second mechanisms synthesis task of positive-drivedisc cam mechanisms with roller follower moving in general planar motion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(15): 47 ~ 57. (in Chinese)

3　常勇，杨富富．作平面运动滚子从动件形锁合凸轮机构的第Ⅱ类机构综合问题[J]．机械工程学报，2012，48(1)：39 ~ 46.
Chang Yong, Yang Fufu. Second mechanisms synthesis task of positive-drive disc cam mechanisms with roller follower moving in general planar motion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(1): 39 ~ 46. (in Chinese)

4 马喜川，常勇，李延平．支撑函数在机构学中的若干重要应用[J]．机械设计，1996，13(10)：24～26．

5 常勇，徐继杨，黎庆．推导凸轮廓线外凸性判据和曲率半径的一种新方法[J]．黑龙江商学院学报：自然科学版，1996，12(2)：43～50．

Chang Yong, Xu Jiyang, Li Qing. A new method for deriving the external-convexity criterion and convature radius formula[J]. Journal of Heilongjiang Commercial College: Natural Sciences Edition, 1996, 12(2): 43～50. (in Chinese)

6 车林仙．支撑函数法在作平面复杂运动平底从动件盘形凸轮机构设计中的应用[J]．机械设计，2002，19(4)：10～12．

Che Linxian. The application of support function method in the design of disc cam mechanism whose flat-bottomed follower in the form of complicated planar motion[J]. Machine Design, 2002, 19(4): 10～12. (in Chinese)

7 常勇，李延平，刘国祥．按许用压力角设计最小尺寸作平面复杂运动滚子从动件平面凸轮机构的解析法[J]．机械工程学报，1991，27(4)：37～41．

Chang Yong, Li Yanping, Liu Guoxiang. The analytics for designing minimum size disc cam mechanisms whose roller follower moving in general planar motion according to allowable pressure angle[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1991, 27(4): 37～41. (in Chinese)

8 Schoenherr J. Synthesis of planar cam mechanics with lowest dimensions[J]. Mechanism and Machine Theory, 1993, 28(3): 317～325.

9 Navarro O, Wu C J, Angeles J. Size-minimization of planar cam mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(3): 371～386.

10 华大年．按许用压力角设计最小尺寸的摆动从动杆平面凸轮机构的解析法[J]．机械工程学报，1982，18(4)：74～79．

Hua Danian. The analytics for designing minimum size disc cam mechanisms with oscillating follower according to allowable pressure angle[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1982, 18(4): 74～79. (in Chinese)

11 常勇，吴从炘，李延平．关于《按许用压力角设计最小尺寸的摆动从动杆平面凸轮机构的解析法》一文的两点注记[J]．黑龙江商学院学报：自然科学版，1989，5(2)：49～54．

Chang Yong, Wu Congxin, Li Yanping. Two notes on "the analytics for designing minimum size disc cam mechanisms with oscillating follower according to allowable pressure angle"[J]. Journal of Heilongjiang Commercial College: Natural Sciences Edition, 1989, 5(2): 49～54. (in Chinese)

12 常勇，吴从炘，李延平．关于《按许用压力角设计最小尺寸的摆动从动杆平面凸轮机构的解析法》一文的再注记[J]．黑龙江商学院学报：自然科学版，1990，6(4)：15～19．

Chang Yong, Wu Congxin, Li Yanping. The further notes on "the analytics for designing minimum size disc cam mechanisms with oscillating follower according to allowable pressure angle"[J]. Journal of Heilongjiang Commercial College: Natural Sciences Edition, 1990, 6(4): 15～19. (in Chinese)

13 王知行，李瑰贤．关于直动滚子从动件盘形凸轮基本尺寸的讨论[J]．机械工程学报，1986，22(4)：88～93．

Wang Zhixing, Li Guixian. Discussion on fundamental size of translating follower disc cam mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1986, 22(4): 88～93. (in Chinese)

14 常勇．作平面复杂运动滚子从动件平面凸轮廓线设计[J]．机械设计，1996，13(9)：15～16，37．

Chang Yong. The disc cam outline design whose roller follower moving in general planar motion[J]. Machine Design, 1996, 13(9): 15～16, 37. (in Chinese)

15 常勇，刘国祥．构造平面与空间凸轮机构类速度图的一种通用方法[J]．机械设计，1995，12(2)：4～7．

Chang Yong, Liu Guoxiang. A general and effective method for constructing the analogous-velocity charts of planar and special cam mechanisms[J]. Machine Design, 1995, 12(2): 4～7. (in Chinese)

16 刘远伟，常勇．基于接触强度的最小尺寸凸轮机构设计[J]．机械设计，1997，14(10)：10～13．

17 Dasgupta Anirvan, Ghosh Amitabha. On the determination of basic dimensions of a cam with a translating roller-follower[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2004, 126(1): 143～147.

18 Carra S, Garziera R, Pellegrini M. Synthesis of cams with negative radius follower and evaluation of the pressure angle[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(10): 1 017～1 032.

19 Ji Z, Manna Y A. Size minimization of disc cams with roller-followers under pressure angle constraint[J]. Proc. IMech E, Part c—Mechanical Engineering Science, 2008, 222(12): 2 475～2 484.

20 王知行，邓宗全．机械原理[M]．北京：高等教育出版社，2006．