

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.05.015

多级泵滑动轴承动特性系数求解算法*

叶晓琰¹ 沈海平¹ 胡敬宁¹ 朱家峰¹ 张军辉²

(1. 江苏大学流体机械工程技术研究中心, 镇江 212013; 2. 合肥华升泵阀有限责任公司, 合肥 230031)

摘要: 对多级泵进行转子动力学分析时,需要先对多级泵所用的滑动轴承进行动特性系数计算。采用有限差分法将雷诺方程中导数转换为差分形式。通过 Matlab 编程对静态雷诺方程进行迭代求解,求得静态油膜压力分布。无量纲动特性系数仅与轴承宽径比和偏心率有关,为了确定轴承的偏心率,用辛普森积分法求油膜承载力,用插值法不断改变油膜偏心率直到油膜承载力与轴承处支反力大小相等。对小扰动下的雷诺方程继续用 Matlab 进行求解得到 4 个扰动压力,再用辛普森积分法求得动特性系数。取宽径比为 0.2,偏心率为 0.4,通过将所编制的程序与窄轴承简化公式的计算值对比发现算法可靠。计算结果表明轴承的交叉阻尼系数几乎相等,并用 Matlab 绘制了轴承的扰动压力分布图。

关键词: 多级泵 动特性系数 滑动轴承 有限差分法

中图分类号: TH311; TH133.31 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)05-0074-05

Calculation on Dynamic Coefficients of Multistage Pump's Journal Bearings

Ye Xiaoyan¹ Shen Haiping¹ Hu Jingning¹ Zhu Jiafeng¹ Zhang Junhui²

(1. Research Center of Fluid Machinery Engineering and Technology, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China
2. Hefei Huasheng Pump and Valve Co., Ltd., Hefei 230031, China)

Abstract: To analyze the rotor dynamics of the multistage pump, it is necessary to calculate the dynamic coefficients of journal bearing. The derivatives of the Reynolds equation were transformed into difference forms. The Reynolds equation was solved by programming in the Matlab, then the distribution of the static pressure was obtained. The dimensionless pressure was determined by width-diameter ratio and eccentricity ratio. To get the eccentricity ratio, the bearing capacity was calculated by using Simpson's integral formula. The eccentricity ratio was changed by using interpolation method until bearing capacity equal the reverse supporting force. The pressure of small disturbance was obtained by programming and calculating the dynamic coefficients. The width-diameter ratio and eccentricity ratio was set as 0.2 and 0.4 respectively. Compared the results of this algorithm with that of the short bearing approximation, it showed that this algorithm was reliable. The results showed that the cross-damping coefficients of one journal bearing were almost equal. The diagrams of the journal bearing's pressure with small disturbance were drawn by Matlab.

Key words: Multistage pump Dynamic coefficients Journal bearings Finite difference method

引言

滑动轴承通常起到承受载荷、润滑、提供阻尼等

作用。滑动轴承对整个转子动力学特性有很大影响。本文所涉及的多级泵选用固定瓦径向轴承。

滑动轴承的动力特性计算模型在 20 世纪 60 年

收稿日期: 2012-08-24 修回日期: 2012-10-06
* 国家自然科学基金资助项目(51276083)
作者简介: 叶晓琰, 研究员, 主要从事工业泵现代设计方法研究, E-mail: yexiaoyan@ujs.edu.cn

代发展为油膜的4个刚度系数和4个阻尼系数模型,虽然后来人们还在对轴承油膜进行深入研究,但是这个模型以其严密和理论性强一直沿用至今。基于窄轴承理论和 Gumbel 边界条件可以得到一组求解轴承动特性系数的简化公式^[1],但是该公式的使用是有一定条件^[2]的,限制了它的使用范围。求解动特性系数必须要求解 Reynolds 方程,已有学者对轴承压力分布进行了分析^[3~6],还有学者对给定宽径比与偏心率的轴承动特性系数进行了计算^[7~8]。

为了对实际运行时偏心率未知的轴承动特性系数有一个较准确的计算,本文通过在 Matlab 环境下编程对雷诺方程进行数值求解得到轴承的静态压力分布,经积分后求得承载力。通过插值法不断调整偏心率,直至承载力逼近支反力,以此确定轴承偏心率。最后求出轴承的动特性系数并绘制轴承扰动压力分布图以供参考。

1 静态雷诺方程的差分形式

1.1 扰动方程的导出

雷诺方程无量纲形式^[1]为

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(H^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \lambda} \right) =$$
$$3 \frac{\partial H}{\partial \varphi} + 6(y' \cos \varphi + x' \sin \varphi) \quad (1)$$

- 其中
- $H = 1 + \varepsilon \cos \varphi \quad \lambda = 2z/L$
- 式中
- H ——无量纲油膜厚度
- $\bar{p}$ ——无量纲油膜压力
- ε ——偏心率 φ ——油膜角
- λ ——无量纲宽度 z ——轴向坐标
- D ——轴承直径 L ——轴承宽度
- x' ——轴颈中心在 x 方向挤压速度
- y' ——轴颈中心在 y 方向挤压速度

位移小扰动和速度小扰动下的油膜厚度和压力^[1]计算公式为

$$H = H_0 + \bar{x} \sin \varphi + \bar{y} \cos \varphi \quad (2)$$

$$\bar{p} = \bar{p}_0 + \bar{p}_x \bar{x} + \bar{p}_y \bar{y} + \bar{p}_x x' + \bar{p}_y y' \quad (3)$$

- 式中
- H_0 ——静态无扰动时油膜厚度
- $\bar{p}_0$ ——静态时油膜压力
- $\bar{p}_x, \bar{p}_y$ —— x, y 方向位移小扰动时的油膜压力
- $\bar{p}_x', \bar{p}_y'$ —— x, y 方向速度小扰动时油膜压力

将式(2)、(3)代入式(1)经整理后得到静态雷诺方程和4个扰动方程组。

静态雷诺方程^[1]为

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H_0^3 \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \varphi} \right) + \frac{D^2}{L^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(H_0^3 \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \lambda} \right) = \frac{3 \partial H_0}{\partial \varphi} \quad (4)$$

其他4个扰动方程组^[1]为

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H_0^3 \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial \varphi} \right) + \frac{D^2}{L^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(H_0^3 \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial \lambda} \right) =$$
$$\begin{cases} 3 \left(\cos \varphi - 3 \frac{\sin \varphi \partial H_0}{H_0 \partial \varphi} \right) - \\ 3 H_0^3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\sin \varphi}{H_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \varphi} \quad (i=1) \\ - 3 \left(\sin \varphi + 3 \frac{\cos \varphi \partial H_0}{H_0 \partial \varphi} \right) - \\ 3 H_0^3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\cos \varphi}{H_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \varphi} \quad (i=2) \\ 6 \sin \varphi \quad (i=3) \\ 6 \cos \varphi \quad (i=4) \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\bar{p}_1 = \bar{p}_x, \bar{p}_2 = \bar{p}_y, \bar{p}_3 = \bar{p}_x', \bar{p}_4 = \bar{p}_y'$

1.2 雷诺方程差分化

将轴瓦的油膜展开为一组二维网格^[9~10],网格如图1所示,节点示意如图2所示。油膜周向即为图中 φ 方向,油膜轴向即为图中 λ 方向。将油膜沿周向均分为 m 份,沿轴向均分为 n 份,则油膜周向步长 $\Delta \varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)/m$,油膜轴向步长 $\Delta \lambda = 2/n$ 。

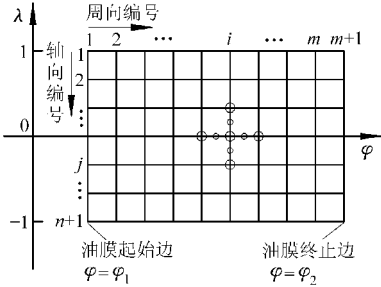


图1 油膜展开图

Fig. 1 Diagram of outspread oil film

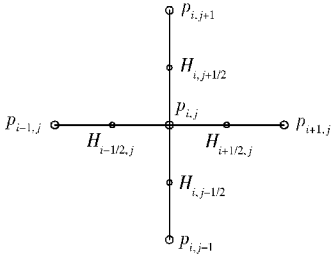


图2 节点示意图

Fig. 2 Diagram of nodes

运用半步长差分法^[11~12]对式(4)和式(5)进行差分转换得到求解压力的差分公式为

$$p_{i,j} = \frac{A p_{i+1,j} + B p_{i-1,j} + C p_{i,j+1} + E p_{i,j-1} - F}{A + B + C + E} \quad (6)$$

- 其中
- $A = H_{i+1/2,j}^3 / \Delta^2 \varphi \quad B = H_{i-1/2,j}^3 / \Delta^2 \varphi$
- $C = (D/L)^2 H_{i,j+1/2}^3 / \Delta^2 \lambda$
- $E = (D/L)^2 H_{i,j-1/2}^3 / \Delta^2 \lambda$
- $F = 3 (H_{i+1/2,j}^3 - H_{i-1/2,j}^3) / \Delta \varphi$

- 式中
- $p_{i,j}$ ——节点 (i,j) 上的油膜压力
- $H_{i,j}$ ——节点 (i,j) 上的油膜厚度

2 动特性系数的求解

2.1 轴承偏心率的确定

多级泵转子如图 3 所示,该多级泵共 5 级,流量 225 m³/h,扬程 1 900 m,工作转速 5 600 r/min。运用 Pro/E 中的模型分析功能得到各个转子部件的质量和质心位置,结合各个转子在装配图中的位置进行受力分析得到轴承的支反力。支反力数值见表 1。

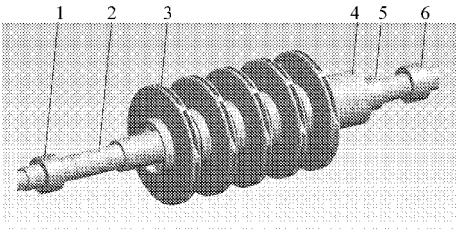


图 3 多级泵转子图

Fig. 3 Diagram of multistage pump's rotor

1. 滑动轴承 B1 2. 轴 3. 叶轮 4. 平衡套 5. 锁紧套 6. 滑动轴承 B2

表 1 轴承参数

Tab. 1 Parameters of journal bearings

轴承	支反力/N	承载力/N	偏心率
B1	1 530	1 530. 4	0. 342 3
B2	1 973	1 972. 7	0. 404 9

首先令图 2 中所有节点的压力均为零,再按照式(6)对无量纲压力进行迭代求解。收敛残差设为 10⁻⁴^[12]。轴颈和轴瓦间隙既有收敛区又有开扩区。考虑到油膜在开扩区可能破裂,计算时每行均由起始边向终止边逐点计算,如算出某点压力为负值即取为零^[12]。

求得压力分布后采用辛普森积分法^[8]求解轴承承载力。将图 1 中 m 与 n 均取为偶数,由于无量纲压力为离散量,积分求油膜力时首先将静态压力沿 λ 方向积分,有

$$K_i = (p_{i,1} + 4p_{i,2} + 2p_{i,3} + 4p_{i,4} + 2p_{i,5} + \cdots + p_{i,n+1})\Delta\lambda/3 \quad (i = 1, 2, \cdots, m + 1) \quad (7)$$

再对 φ 方向进行积分得到 x 方向和 y 方向的油膜分力有

$$\overline{F}_x = (K_1 \sin\varphi_1 + 4K_2 \sin\varphi_2 + 2K_3 \sin\varphi_3 + \cdots + K_{m+1} \sin\varphi_{m+1})\Delta\varphi/3 \quad (8)$$

$$\overline{F}_y = (K_1 \cos\varphi_1 + 4K_2 \cos\varphi_2 + 2K_3 \cos\varphi_3 + \cdots + K_{m+1} \cos\varphi_{m+1})\Delta\varphi/3 \quad (9)$$

由 x 向和 y 向的油膜分力求出无量纲油膜承载力为

$$\overline{F} = \sqrt{\overline{F}_x^2 + \overline{F}_y^2} \quad (10)$$

将无量纲承载力有量纲化,即

$$F = \overline{F}\mu\omega RL/\psi^2 \quad (11)$$

式中 μ ——润滑油动力粘度
 ω ——轴的角速度 R ——轴承半径
 ψ ——间隙比

取偏心率上、下边界分别为 0. 9 和 0. 005,在此区间用插值法改变偏心率直至承载力逼近支反力。偏心率计算流程图见图 4,图中 a 为下边界, b 为上边界。计算所得偏心率见表 1。

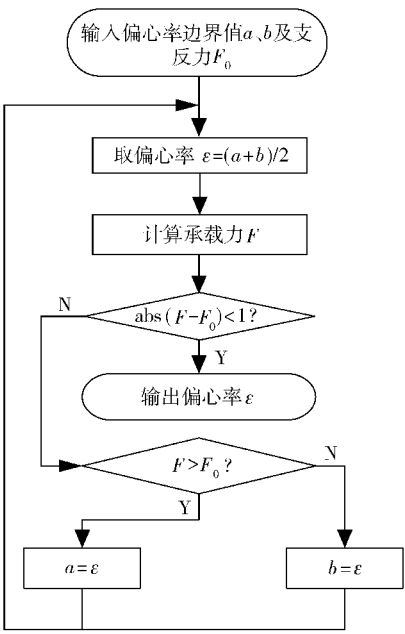


图 4 偏心率计算流程图

Fig. 4 Flow chart of eccentricity ratio calculation

2.2 动特性系数的计算

用与求解静态压力分布相同的步骤对扰动压力进行求解,但是不再将所出现的负扰动压力置零,进而求出无量纲动特性系数。将动特性系数积分公式^[1]仍按照辛普森积分公式进行求解。当轴承宽径比小于 0. 5,偏心率小于 0. 7 时,窄轴承简化公式具有较好的精度^[2]。此处取宽径比为 0. 2,偏心率为 0. 4,将所编程序计算值与该公式计算值进行对比验算,对比结果见表 2。由表 2 可知:本文计算值与简化公式计算值的最大偏差为 14. 5%,最小仅 1. 2%。对表 1 中的 2 个轴承的动特性系数进行计算,轴承扰动压力图如图 5 和图 6 所示。经分析,计算所得的无量纲动特性系数与简化公式计算所得无量纲动特性系数的相对偏差均不超过 15%。对图 5、图 6 进行分析后发现:扰动压力在一定的油膜压力角度时开始变为零,且其后的扰动压力值均为零。这个现象表明轴承油膜的确在某处发生了破裂。用 Matlab 对油膜压力进行检测,当某一油膜角上每一个节点的油膜压力均为零时即认定油膜在此处开始完全破裂。经分析表明:轴承 B1 和 B2 的油膜分别在油膜角为 199. 2°和 189. 5°处开始完全破裂。

所求得无量纲动特性系数进行有量纲化后就可输入到 ANSYS 的轴承单元实常数中进行带轴承单元的转子动力学分析。无量纲动特性系数有量纲化公式为

$$\begin{cases} K_{i,j} = \bar{K}_{i,j} \mu \omega L / \psi^3 \\ C_{i,j} = \bar{C}_{i,j} \mu L / \psi^3 \end{cases} \quad (i = x, y; j = x, y) \quad (12)$$

有量纲动特性系数见表 3。表 3 表明：轴承 B1

的交叉阻尼系数相等，轴承 B2 的交叉阻尼系数偏差只有 0.004 9%。

根据文献[13]提出的计算方法，通过 ANSYS 进行转子动力学分析后得前 2 阶临界转速分别为 1 948 r/min 和 9 020 r/min。将工作转速设置为 5 600 r/min，以防止工作转速恰好处于临界转速附近而引起大的振动，实际运行后发现，设备运行平稳。

表 2 无量纲动特性系数验算对比

Tab. 2 Contrast of dimensionless dynamic coefficients

参数	$\bar{K}_{xx}$	$\bar{K}_{yx}$	$\bar{K}_{xy}$	$\bar{K}_{yy}$	$\bar{C}_{xx}$	$\bar{C}_{yx}$	$\bar{C}_{xy}$	$\bar{C}_{yy}$
本文计算值	0.175 2	0.310 7	-0.130 7	0.147 1	0.318 3	0.125 7	0.125 7	0.469 7
简化公式计算值	0.173 2	0.302 3	-0.117 4	0.168 0	0.314 9	0.116 8	0.116 8	0.410 1

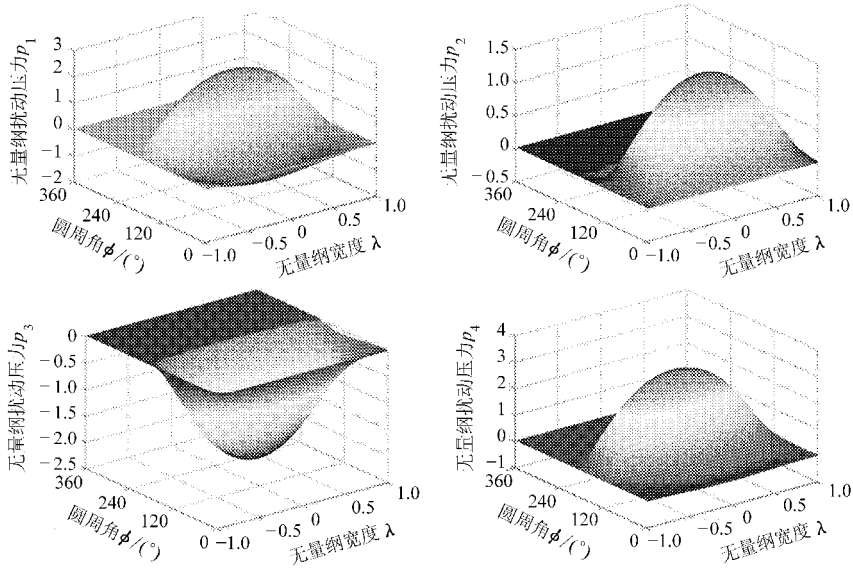


图 5 轴承 B1 扰动压力图

Fig. 5 Diagram of journal bearing B1's pressure with small disturbance

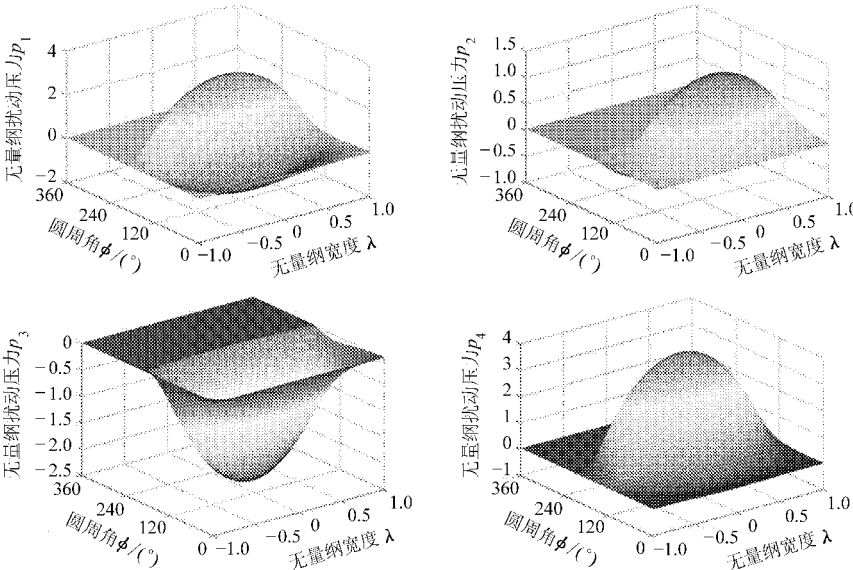


图 6 轴承 B2 扰动压力图

Fig. 6 Diagram of journal bearing B2's pressure with small disturbance

表 3 轴承动特性系数

Tab.3 Dynamic coefficients of journal bearing

轴承	刚度系数/ $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$				阻尼系数/ $\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$			
	K_{xx}	K_{yx}	K_{xy}	K_{yy}	C_{xx}	C_{yx}	C_{xy}	C_{yy}
B1	8.10×10^7	2.32×10^8	-2.18×10^8	1.08×10^7	4.56×10^4	1.74×10^4	1.74×10^4	5.08×10^4
B2	8.64×10^7	2.36×10^8	-2.15×10^8	1.49×10^7	4.60×10^4	1.83×10^4	1.83×10^4	5.25×10^4

3 结论

(1) 基于雷诺方程的求解提出了对滑动轴承动特性系数求解的算法。提出用插值法不断改变偏心率使承载力逼近支反力的方法来确定实际运行中的滑动轴承偏心率,进而求得多级泵的滑动轴承无量纲动特性系数。

(2) 8 个动特性系数中,本文计算值与简化公

式计算值的最大偏差为 14.5%,最小仅 1.2%,考虑到简化公式本身的精度,可以认为本文的算法可取,结果可信。

(3) 计算所得到轴承 B1 的交叉阻尼系数相等,B2 的交叉阻尼系数偏差只有 0.004 9%,可以认为交叉阻尼系数是相等的,这个结果符合文献[2]中交叉阻尼系数相等这一结论。

参 考 文 献

1 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等. 高等转子动力学[M]. 北京:机械工业出版社,2000: 82~89.

2 Meruane V, Pascual R. Identification of nonlinear dynamic coefficients in plain journal bearings[J]. Tribology International, 2008, 41(8): 743~754.

3 张杰,郭宏升,牛犇,等. 水润滑高速动静压滑动轴承数值模拟[J]. 农业机械学报, 2008, 39(6): 159~162.

Zhang Jie, Guo Hongsheng, Niu Ben, et al. Numerical simulation study on water-lubricated hydrostatic journal bearings[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(6): 159~162. (in Chinese)

4 Zheng Shufei, Jiang Shuyun. Improved finite difference method for pressure distribution of aerostatic bearing[J]. Journal of Southeast University: English Edition, 2009, 25(4): 501~505.

5 杨晟博,杨金福. 径向滑动轴承油膜流场压力分布的解析分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(增刊): 161~164.

Yang Shengbo, Yang Jinfu. Research on lubrication mechanism of finite length sliding bearing based on Reynolds equations analytical solution[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(Supp.): 161~164. (in Chinese)

6 杨莹,路长厚. 计入空化效应的新型动静压轴承热动力分析[J]. 农业机械学报,2010, 41(3): 215~218.

Yang Ying, Lu Changhou. Thermo hydrodynamic analysis on novel journal bearing considering cavitating effects[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(3): 215~218. (in Chinese)

7 史冬岩,张成,任龙龙,等. 滑动轴承压力分布和动特性系数[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2011, 32(9): 1 134~1 139.

Shi Dongyan, Zhang Cheng, Ren Longlong, et al. Research on the oil film pressure and dynamic coefficient of a sliding bearing[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2011, 32(9): 1 134~1 139. (in Chinese)

8 刘宇斌. 大型通用机械转子-轴承系统的动力学分析[D]. 大连:大连理工大学, 2009.

9 Nicodemus E R, Sharma S C. Orifice compensated multirecess hydrostatic/hybrid journal bearing system of various geometric shapes of recess operation with micropolar lubricant[J]. Tribology Internation, 2011, 44(3): 284~296.

10 Naduvanamani N B, Patil S B. Numerical solution of finite modified Reynolds equation for couple stress squeeze film lubrication of porous journal bearings[J]. Computers and Structures, 2009, 87(21~22): 1 287~1 295.

11 Zhao S. On the spurious solutions in the high-order finite difference methods for eigenvalue problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(49~52): 5 031~5 046.

12 张直明,张言羊,谢友柏,等. 滑动轴承的流体动力润滑理论[M]. 北京:高等教育出版社,1986: 46~61.

13 蒋小平,施卫东,李伟,等. 泵水润滑轴承-转子系统的动力学特性研究[J]. 农业机械学报,2013,44(1):62~66.

Jiang Xiaoping, Shi Weidong, Li Wei, et al. Rotor dynamic characteristics of water lubricated bearing for pumps[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(1):62~66. (in Chinese)