

伺服电动机系统模型参考自适应建模方法^{*}

王永强 张承瑞 郎需林 张岳

(山东大学机械工程学院, 济南 250061)

摘要: 提出了一种基于模型参考自适应系统的建模方法,以动态特性优良的低阶系统为参考模型,以伺服电动机系统为被控对象,基于 Lyapunov 稳定性理论建立模型参考自适应系统,通过试验使可调系统和参考模型达到精确匹配,然后推导了伺服电动机系统的低阶模型。结合实例,利用该方法得出了伺服电动机系统的二阶模型,对该模型和伺服电动机系统在 20 s 内连续输入 50 000 个脉冲信号时,两者输出相差在 $\pm 0.000\ 63$ rad 以内,证明了所获得的模型具有较高的精确度。

关键词: 伺服电动机系统 模型参考自适应系统 Lyapunov 稳定性理论 建模方法

中图分类号: TM383.4; TP273⁺.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)04-0275-05

Modeling Method for Servo Motor System Based on Model Reference Adaptive System

Wang Yongqiang Zhang Chengrui Lang Xulin Zhang Yue

(School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: A modeling method was proposed based on model reference adaptive system (MRAS). According to Lyapunov stability theory, a MRAS was established, with a low-order model which has excellent dynamic characteristics, serve as reference model, and the servo motor system as controlled plant. The low-order model of the servo motor system can be conducted when the adjustable system and reference model achieved an exact match through experiment. Using the proposed method, the second-order model of the servo motor system was derived from the experimental results of case study. The model was proved to have a high accuracy through simulation and experiment. The difference between the two models output within $\pm 0.000\ 63$ rad when 50 000 pulse signals were input continuously within 20 s.

Key words: Servo motor systems Model reference adaptive system Lyapunov stability theory Modeling method

引言

伺服电动机的模型是一个高阶、非线性、强耦合的多变量系统^[1],直接对高阶系统进行分析相对困难,通常需要对其降阶^[2]。在忽略空间谐波、磁路饱和、铁心损耗等影响因素的简化条件下,通过仿真^[3-4]、理论推导^[5-6]及试验方法^[7]可以得出伺服电动机系统的理论模型。然而在忽略次要因素进行

建模^[8]和模型降阶^[9]过程中,会降低模型的精度。同时考虑到电动机的个体差异及使用磨损情况,其动态数学模型与理论模型必然存在着一定的差异。本文提出一种基于模型参考自适应系统(MRAS)的建模方法,即把伺服电动机系统作为一个整体考虑的可调模型,选动态特性优良的低阶系统作为参考模型,基于 Lyapunov 稳定性理论建立 MRAS,通过试验使可调系统和参考模型达到精确

收稿日期: 2012-11-01 修回日期: 2012-12-04

^{*} 国家重点基础研究发展计划(973计划)资助项目(2009CB724406)

作者简介: 王永强,博士生,主要从事数控机床设计与控制和精密加工研究, E-mail: bhwyq@126.com

通讯作者: 张承瑞,教授,博士生导师,主要从事机电控制基础理论和先进制造技术研究, E-mail: zhangchengrui@gmail.com

匹配,然后通过理论推导得到伺服电动机系统的低阶模型。

1 基于 MRAS 的建模原理

MRAS 由于自适应速度快且便于实现而得到了广泛应用,其自适应算法是根据系统参考模型的结构,构建参数可调的可调模型,用可调模型和参考模型的输出误差并根据一定的自适应律调整可调模型的可变参数,使两者的输入误差达到最小^[10]。

1.1 被控对象模型和参考模型

设被控对象二阶模型的状态方程和输出方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + b_p u \\ y_p = h^T x_p \end{cases} \quad (1)$$

式中 A_p —— 2×2 矩阵 b_p —— 2×1 向量
 h —— 2×1 向量 x_p —— 2 维状态向量
 u ——控制向量 y_p ——输出量

其相应的传递函数为

$$W_p(s) = h^T (sI - A_p)^{-1} b_p = \frac{k_p N_p(s)}{M_p(s)} \quad (2)$$

式中 $N_p(s)$ —— 1 阶首一 Hurwitz 多项式
 $M_p(s)$ —— 2 阶首一 Hurwitz 多项式
 k_p ——被控对象增益, $k_p > 0$

参考模型的状态方程和输出方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + b_m y_r \\ y_m = h^T x_m \end{cases} \quad (3)$$

式中 x_m —— 2 维状态向量 y_r ——模型输入
 y_m ——参考模型输出 A_m —— 2×2 矩阵
 b_m —— 2×1 输入向量

相应的传递函数为

$$W_m(s) = h^T (sI - A_m)^{-1} b_m = \frac{k_m N_m(s)}{M_m(s)} \quad (4)$$

式中 $N_m(s)$ —— 1 阶首一 Hurwitz 多项式
 $M_m(s)$ —— 2 阶首一 Hurwitz 多项式
 k_m ——参考模型增益

1.2 自适应控制器结构

采用 Narendra 提出的稳定自适应控制器方案^[11],即利用 Lyapunov 稳定性理论和输入输出数据设计一个不含误差导数的自适应控制律,并由它产生一个有界控制量输入,使广义输出误差

$$e(t) = y_m(t) - y_p(t) \quad (5)$$

满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ (6)

由式(2)知, $M_p(s)$ 有 2 个未知系数, $N_p(s)$ 有 1 个未知系数,加上 k_p 共有 4 个未知对象,所以设计的可调系统也应有 4 个可调参数,以实现参考模型与被控对象的匹配。引入两个辅助信号发生器 F_1

和 F_2 ,相应 MRAS 的结构图如图 1 所示。

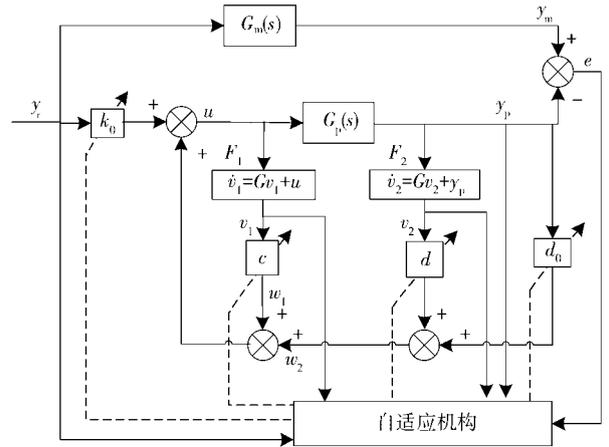


图 1 MRAS 结构图

Fig. 1 Configuration of MRAS

由图 1 可以看出,可调增益 k_0 和 2 个辅助信号发生器 F_1 和 F_2 共同组成了自适应控制器。

2 个辅助信号发生器 F_1 和 F_2 都是一阶系统。其状态方程和相应的传递函数分别为

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = Gv_1 + u \\ w_1 = cv_1 \end{cases} \quad (7)$$

$$W_1(s) = \frac{c}{s - G} = \frac{C(s)}{F(s)} \quad (8)$$

式中 v_1 ——单变量 G ——常数
 c ——可调参数

$$\begin{cases} \dot{v}_2 = Gv_2 + y_p \\ w_2 = dv_2 + d_0 \end{cases} \quad (9)$$

$$W_2(s) = \frac{d}{s - G} + d_0 = \frac{D(s)}{F(s)} + d_0 \quad (10)$$

式中 v_2 ——单变量 d, d_0 ——可调参数

1.3 自适应控制律

可调系统中的信号向量为

$$\phi(t) = [y_r \quad v_1 \quad y_p \quad v_2]^T \quad (11)$$

可调系统中的可调参数向量为

$$\theta(t) = [k_0 \quad c \quad d_0 \quad d]^T \quad (12)$$

由文献[10]得,可调参数自适应律为

$$\dot{\theta}(t) = -\Gamma \phi(t) e(t) \quad (13)$$

式中 Γ 为自适应增益矩阵,它是一个 4 阶正定对称矩阵,其各元素的大小影响控制性能,值取得大,过渡过程快,精度低,但太大会使系统不稳定;值取得较小,过渡过程长,但精度高。

自适应控制律为

$$u(t) = \theta^T(t) \phi(t) \quad (14)$$

1.4 模型推导

由图 1 知,可调系统的传递函数为

$$W(s) = \frac{k_0 W_p(s)}{1 - W_1(s) - W_2(s) W_p(s)} \quad (15)$$

当可调系统与参考模型达到完全匹配时,有

$$W(s) = W_m(s) \quad (16)$$

设计辅助信号发生器时,取

$$F(s) = N_m(s) \quad (17)$$

则由式(2)、(4)、(8)、(10)、(15)~(17)可得被控对象的二阶模型,即

$$W_p(s) = \frac{k_m(N_m(s) - c)}{k_0 M_m(s) + k_m(d + d_0 N_m(s))} \quad (18)$$

2 伺服电动机系统建模试验

选用松下伺服电动机系统作为建模对象,伺服驱动器型号为 MCDDT3520,采用位置控制模式,PWM控制方式;伺服电动机型号为 MHMD082P1U,输入电压两相 220 V,50 Hz,额定功率 750 W,额定转速 3 000 r/min;编码器参数:5 线 2 500 p/r(10 000 分解能)。驱动器通过单轴控制卡与上位机连接,控制系统采用基于实时以太网 EtherMAC 的开放式数控系统^[12],上位机采用安装有 Window 的通用计算机,32 位 Intel(R) Pentium(R) CPU B940,2.50 GHz 处理器。

选取动态品质优良的二阶模型

$$G_m(s) = \frac{s+2}{s^2+3s+6} \quad (19)$$

作为 MRAS 的参考模型,依据第 1 节推导,设计辅助信号发生器 F_1 和 F_2 时,由 $F(s) = N_m(s)$ 得,两辅助信号发生器的参数 $G = -2$,将伺服电动机系统整体作为被控对象。

对于可调参数初值,从理论上说可以选为任意常数,但是如果这些初值选取不当,可能使系统处于不稳定的初始状态,有的情况下在自适应规律使系统脱离不稳定状态之前,系统已经发散的造成伺服驱动器报警,无法继续工作。经过多次试验,选取自适应增益 $\Gamma = 0.5I_{4 \times 4}$ 、可调参数初值分别取为 $k_0 = 4.54$ 、 $c = 1.42$ 、 $d_0 = -13.05$ 、 $d = -0.61$ 。取伺服电动机编码器的反馈信号作为可调系统的输出。

对 MRAS 系统输入 40 000 个通讯周期(通讯周期 $T = 4 \text{ ms}$)的脉冲信号

$$y_r = 4\sin(2\pi N/4\ 000) \quad (20)$$

式中 N 为通讯周期个数,得到的跟踪曲线如图 2 所示。

图 3 为可调系统跟踪参考模型的误差曲线。

图 4 是可调系统中 4 个可调参数 k_0 、 c 、 d 、 d_0 的变化曲线。

由图 2~4 可以看出,MRAS 的可调系统输出能够较好地跟踪参考模型的输出,且跟踪误差越来越小,可调参数逐渐趋于稳定。当 MRAS 较好地工作

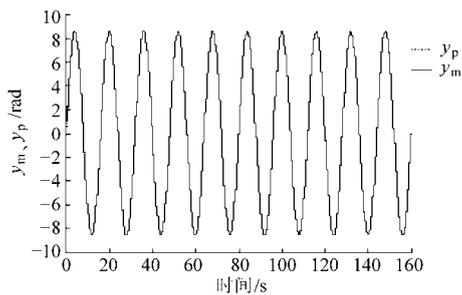


图 2 跟踪曲线

Fig. 2 Tracking curves

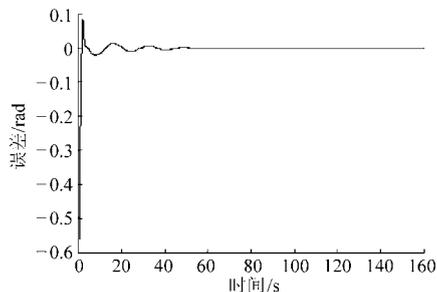


图 3 跟踪误差曲线

Fig. 3 Tracking error curves

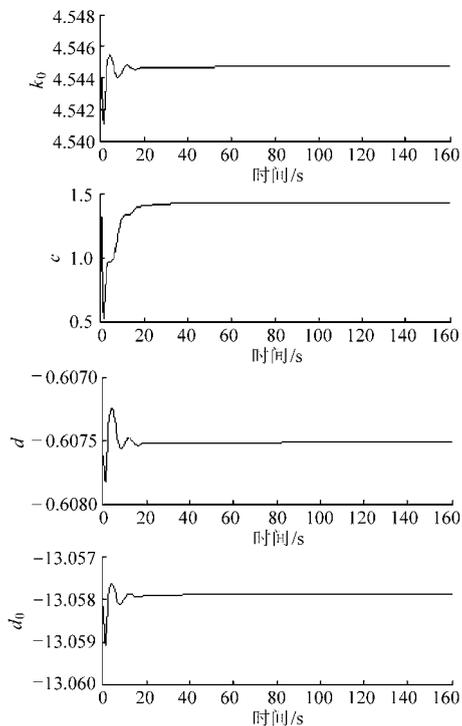


图 4 可调参数变化曲线

Fig. 4 Adjustable parameters curves

时,跟踪误差在 0.000 5 rad 以内,系统 4 个可调参数 $k_0 = 4.544\ 745$ 、 $c = 1.423\ 639$ 、 $d = -0.607\ 508$ 、 $d_0 = -13.057\ 874$ 基本保持不变,可以认为此时可调系统与参考模型已精确匹配。将精确匹配时的可调参数 k_0 、 c 、 d 、 d_0 代入式(18)即得出伺服电动机系统的二阶模型为

$$G_p(s) = \frac{0.220\ 034\ 347(s + 0.576\ 361)}{s^2 + 0.126\ 819\ 216s} \quad (21)$$

3 结果验证与讨论

为了验证式(21)所表示的二阶模型与伺服电动机系统的逼近程度,对它们分别输入相同的激励信号,观察其响应情况。为此,利用 Matlab/Simulink 建立如图 5 所示的仿真模型。

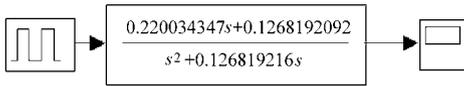


图 5 验证方案

Fig. 5 Validation scheme

对式(21)表示的二阶模型和伺服电动机系统在 1 ms 内分别发送 2 000 个脉冲,得到的响应曲线如图 6 所示,对两模型在 20 s 内连续均匀的输入 50 000 个脉冲信号时,两模型的输出脉冲曲线如图 7 所示。

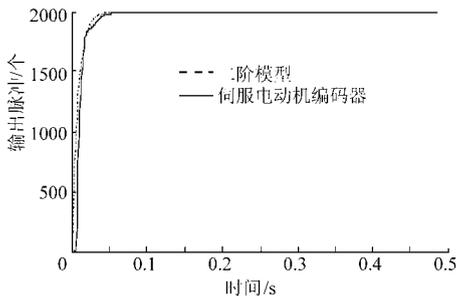


图 6 脉冲响应曲线

Fig. 6 Impulse response curves

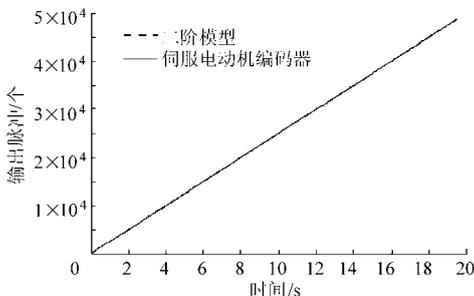


图 7 输出脉冲曲线

Fig. 7 Output impulse curves

从图 6 中可以看出,2 条曲线稳定后几乎重合,开始时不重合是由伺服电动机系统编码器响应滞后引起的(约 9 ms)。从图 7 可以看出,对两模型连续输入 20 s 的相同信号时,输出基本相同。

图 7 中的两条输出脉冲曲线幅值相减,并消掉伺服电动机系统延时的影响后得到 2 个模型的输出

偏差曲线,如图 8 所示。

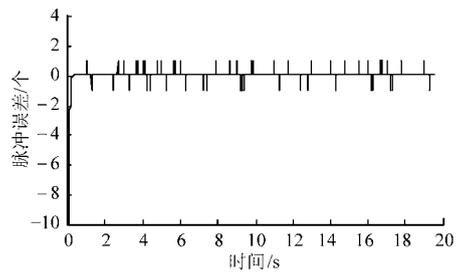


图 8 输出脉冲偏差曲线

Fig. 8 Output impulse deviation curves

可以看出,输出偏差在 ± 1 个脉冲以内,因此电动机轴的输出偏差在 $\pm 0.000\ 63$ rad 以内。

通过以上分析,可以认为式(21)表示的模型为伺服电动机系统的二阶模型。

此外,要获得伺服电动机系统二阶以上数学模型

$$W_{hp}(s) = \frac{k_{hp} N_{hp}(s)}{M_{hp}(s)} \quad (22)$$

式中 $N_{hp}(s)$ —— m 阶首一 Hurwitz 多项式

$M_{hp}(s)$ —— n 阶的首一 Hurwitz 多项式

k_{hp} —— 被控对象增益

$$W_{hm}(s) = \frac{k_{hm} N_{hm}(s)}{M_{hm}(s)} \quad (23)$$

参考模型的选择不仅要求具有理想的动态性能,还要与 $W_{hp}(s)$ 具有相同阶数和相对阶。并且在 MRAS 系统中要引入了一个 $(n - m - 1)$ 阶首一 Hurwitz 多项式 $L(s)$,使 $W_{hm}(s)L(s)$ 严格正实,设计辅助信号发生器时取

$$F(s) = L(s) N_{hm}(s) \quad (24)$$

其 MRAS 结构图和自适应律的推导见文献[10],通过试验使参考模型和可调系统精确匹配,然后通过理论推导即可得伺服电动机系统数学模型 $W_{hp}(s)$,推导过程与二阶系统相似,在此不再进行详细讨论。

4 结束语

提出了一种基于 MRAS 的伺服电动机系统建模方法,利用该方法可以得到伺服电动机系统的低阶数学模型。由于该方法是将伺服电动机系统看作整体而对其直接建模,故所得模型更接近实际的系统,对研究其动态特性,提高伺服控制系统的性能具有一定的工程意义。

参 考 文 献

- 1 陈伯时. 电力拖动自动控制系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 190 ~ 205.
- 2 Yi-Wei T, Ming-Tzu H. Robust second-order controller synthesis for model matching of interval plants and its application to servo motor control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(2): 530 ~ 537.
- 3 殷云华,郑宾,郑浩鑫. 一种基于 Matlab 的无刷直流电机控制系统建模仿真方法[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(2): 293 ~ 298.

- Yin Yunhua, Zheng Bin, Zheng Haoxin. A method for modeling and simulation of brushless DC motor control system based on Matlab[J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(2): 293 ~ 298. (in Chinese)
- 4 Soe N N, Yee T T H, Aung S S. Dynamic modeling and simulation of three-phase small power induction motor[J]. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2008(18): 421 ~ 424.
- 5 Mirafzal B, Skibinski G L, Tallam R M. Determination of parameters in the universal induction motor model[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2009, 45(1): 142 ~ 151.
- 6 Yousuf I K, Shahriar R, Debasis B, et al. Application of computational intelligence in motor modeling[J]. *International Journal of Computer Applications*, 2011, 35(12): 43 ~ 50.
- 7 Ishikawa M, Kitayoshi R, Wada T, et al. Modeling of R/C servo motor and application to underactuated mechanical systems[J]. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2011, 46(4): 237 ~ 244.
- 8 刘丽兰, 刘宏昭, 吴子英, 等. 考虑摩擦和间隙影响的机床进给伺服系统建模与分析[J]. *农业机械学报*, 2010, 41(11): 212 ~ 218.
- Liu Lilan, Liu Hongzhao, Wu Ziyang, et al. Modeling and analysis of machine tool feed servo systems with friction and backlash[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2010, 41(11): 212 ~ 218. (in Chinese)
- 9 Antoulas A C, Sorensen D C, Gugercin S. A survey of model reduction methods for large-scale systems[J]. *Contemporary Mathematics*, 2001, 280: 193 ~ 220.
- 10 李言俊, 张科. 自适应控制理论及应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2005: 44 ~ 59.
- 11 Narendra K, Valavani L. Stable adaptive controller design—direct control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, 23(4): 570 ~ 583.
- 12 李鹏, 胡天亮, 张承瑞. Linux Rtai 平台下智能化 STEP-NC 控制器的实现方法[J]. *农业机械学报*, 2012, 43(2): 198 ~ 204.
- Li Peng, Hu Tianliang, Zhang Chengrui. Approach of intelligent STEP-NC controller under Linux Rtai[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012, 43(2): 198 ~ 204. (in Chinese)

~~~~~

(上接第 274 页)

- 3 Wang J, Wang D J D, Moore R, et al. Modelling study, analysis and robust servo control of pneumatic cylinder actuator systems[J]. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2001, 148(1): 35 ~ 42.
- 4 Richardson R, Plummer A R, Brown M D. Self-tuning control of a low-friction pneumatic actuator under the influence of gravity[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2001, 9(2): 330 ~ 334.
- 5 Shu Ning, Bone G M. Experimental comparison of two pneumatic servo position control algorithms[C]//2005 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2005, 1: 37 ~ 42.
- 6 Girin A, Plestan F, Brun X, et al. High-order sliding-mode controllers of an electropneumatic actuator: application to an aeronautic benchmark[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(3): 633 ~ 645.
- 7 Takosoglu J E, Dindorf R F, Laski A A. Rapid prototyping of fuzzy controller pneumatic servo-system[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, 40(1): 349 ~ 361.
- 8 Smaoui M, Brun X, Thomasset D. A study on tracking position control of an electropneumatic system using backstepping design[J]. *Control Engineering Practice*, 2006, 14(8): 923 ~ 933.
- 9 Rao Z, Bone G M. Nonlinear modeling and control of servo pneumatic actuators[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(3): 562 ~ 569.
- 10 Cameiro J F, Almeida F G. A high-accuracy trajectory following controller for pneumatic devices[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012, 61(1 ~ 4): 253 ~ 267.
- 11 Meng D, Tao G, Chen J, et al. Modeling of a pneumatic system for high-accuracy position control[C]//International Conference on Fluid Power and Mechatronics, 2011: 505 ~ 510.
- 12 Cameiro J F, Almeida F G. Heat transfer evaluation of industrial pneumatic cylinders[J]. *Proc. IMechE., Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2006, 221(4): 119 ~ 128.
- 13 Yao Bin. Integrated direct/indirect adaptive robust control of SISO nonlinear systems in semi-strict feedback form[C]//Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003, 4: 3 020 ~ 3 025.
- 14 徐志鹏, 王宣银, 罗语溪. 高压气动比例减压阀设计与仿真[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(1): 209 ~ 212.
- Xu Zhipeng, Wang Xuanyin, Luo Yuxi. Design and simulation of a high pressure proportional pneumatic pressure reducing valve[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(1): 209 ~ 212. (in Chinese)