doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.02.004

液压挖掘臂二自由度动力学参数辨识*

严 骏 黎 波 郭 刚 唐 建 张梅军 (解放军理工大学工程兵工程学院,南京 210007)

摘要:通过拉格朗日法建立了斗杆、铲斗的二自由度动力学模型,并将系统动力学模型整理为未知组合参数的线性 化表示。通过对拟合的关节角-液压缸位移函数进行求导得到关节力矩与液压缸驱动力间的函数关系,并在液压 缸驱动力模型中引入摩擦力。分别采用递推最小二乘法与递推随机牛顿法对系统动力学模型的未知参数进行辨 识。将辨识所得模型用于预测驱动力矩,与实测数据对比分析表明,随机牛顿法比最小二乘法的预测误差在斗杆 与铲斗关节分别减少约65%和63%。结论表明随机牛顿法对系统噪声的鲁棒性更好,能获得系统精确的动力学 模型。

关键词:液压挖掘臂 动力学 参数辨识 随机牛顿法 中图分类号:TP271⁺.3;TU621 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2013)02-0017-05

2-DOF Dynamic Parameters Identification for Hydraulic Excavator Arm

Yan Jun Li Bo Guo Gang Tang Jian Zhang Meijun

(Engineering Institute of Corps of Engineers, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: The 2-DOF dynamic model of these two joint was built by using Euler – Lagrange formulation. It was simplified to a linear-in-parameter mode. The relationship between joint torque and actuator force was deduced by differentiating the function of relationship between the joint angle and cylinder displacement, and friction was introduced into the actuator force. The recursive least square method (RLS) and recursive stochastic Newton algorithm (RSNA) were used to identify the unknown combination parameters respectively. Comparison experiments showed the predictive errors of joint torque of RSNA was reduced by 65% and 63% for the dipper joint and bucket joint respectively. The results demonstrated RSNA was more robust to the system noise. It can identify the dynamic parameters precisely.

Key words: Hydraulic excavator arm Dynamics Parameter identification Stochastic Newton algorithm

引言

为扩展挖掘机应用范围,提高作业效率,给普通 挖掘机加装了电液伺服控制系统^[1]。挖掘机工作 装置可视为多自由度串联机械手(本文统称挖掘 臂),运动时存在动力学参数耦合现象。研究表明 驱动液压缸的摩擦力对控制性能的影响也不能忽 略^[2~3],摩擦使系统产生滞环,降低控制精度,导致 性能恶化。为提高液压挖掘臂的伺服控制精度,必 须对各关节的动力学参数及液压缸摩擦力模型进行 辨识,以利于在控制器设计中加以补偿。

目前,针对机械臂的动力学参数辨识多数采用 加权最小二乘法^[4]和极大似然法^[5],这两种方法的 缺点是需要系统噪声的先验知识。文献[6~7]采 用一般最小二乘法对挖掘机动力学参数进行辨识, 并未考虑系统噪声的影响。为降低系统噪声影响, 文献[8~9]分别应用了广义牛顿法和牛顿-莱富森 法对某装载机闭链式工作装置的动力学参数进行了

收稿日期: 2012-07-03 修回日期: 2012-09-03

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51175511)

作者简介:严骏,教授,博士生导师,主要从事工程装备保障与信息化研究,E-mail: 6219033@163.com

辨识,但仅假设了系统含有白噪声。液压挖掘臂为 车载机械臂系统,其动力一般是由发动机驱动液压 泵产生压力油来提供,发动机的高频振动及变量泵 的压力脉动都会给系统测试带来有色噪声。本文在 建立斗杆、铲斗二自由度动力学模型基础上,分别采 用递 推 最 小 二 乘 法 (RLS) 和 递 推 随 机 牛 顿 法 (RSNA)来辨识模型未知参数。

1 系统模型

1.1 系统概况

为实现挖掘机自动控制,需对挖掘机液压控制 系统进行改造^[1],采用电液比例控制代替原有手动 先导控制。为进行准确的位置和力控制,在动臂、斗 杆及铲斗关节安装了倾角传感器,在液压缸进回油 口安装了压力传感器。挖掘机电液伺服系统由电液 比例阀、阀控液压缸、控制器、传感器等组成。图1 为实验室改造后的电控挖掘机样机。系统采样频率 设计为20 Hz,采集的信号经电控箱后,通过无线局 域网实时与上位计算机进行数据交换。



图1 电液控制挖掘机样机

Fig. 1Prototype of electro-hydraulic excavator1. 倾角传感器2. 压力传感器3. 计算机4. 电控箱5. 电液比例阀

1.2 挖掘臂动力学模型

挖土作业时经常采用斗杆挖掘、铲斗挖掘或两者的结合,本文针对斗杆与铲斗关节,采用 D-H 法^[10]建立如图 2 所示挖掘臂连杆坐标系。图中, O_1 为斗杆铰接点, O_2 为铲斗铰接点,两关节分别绕其 z 轴转动(垂直于纸面坐标轴), θ_1 、 θ_2 为斗杆、铲斗关 节角(逆时针为正), $\theta_{12} = \theta_1 + \theta_2$ 为铲斗与水平面夹 角, r_1 、 r_2 分别为斗杆、铲斗重心到其铰接点距离, α_1 、 α_2 分别为斗杆、铲斗重心线与其连杆的相对角, m_1 、 m_2 分别为斗杆、铲斗质量, a_1 、 a_2 分别为斗杆、铲斗连 杆长度。

刚性机械臂动力学方程的一般表达形式为

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q,\dot{q}) + G(q)$$
 (1)
式中 τ ——关节力矩 q ——关节变量
 M ——惯性矩阵 G ——重力向量
 V ——向心力和哥氏力矩阵

采用拉格朗日法^[11]建立系统动力学方程,有拉



图 2 挖掘臂简图



格朗日函数

$$k_{1} = \frac{1}{2}m_{1}r_{1}^{2}\dot{\theta}_{1}^{2} + \frac{1}{2}I_{1}\dot{\theta}_{1}^{2}$$

$$k_{2} = \frac{1}{2}m_{2}\left[a_{1}^{2}\dot{\theta}_{1}^{2} + r_{2}^{2}\dot{\theta}_{12}^{2} + a_{1}^{2}\dot{\theta}_{12}^{2} + a_{2}^{2}\dot{\theta}_{12}^{2} + a$$

$$2a_{1}r_{2}\dot{\theta}_{1}\dot{\theta}_{12}\cos(\theta_{2}+\alpha_{2})] + \frac{1}{2}I_{2}\dot{\theta}_{12}^{2} \qquad (4)$$

$$u_1 = m_1 g r_1 \sin(\theta_1 + \alpha_1) \tag{5}$$

$$u_2 = m_2 g [a_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin (\theta_{12} + \alpha_2)]$$
 (6)

挖掘臂的动力学方程求解式为

$$\tau = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} \tag{7}$$

将式(3)~(6)代入式(7)得

$$\tau_{1} = (m_{2}r_{2}^{2} + I_{2})\ddot{\theta}_{12} + (m_{1}r_{1}^{2} + I_{1} + m_{2}a_{1}^{2})\ddot{\theta}_{1} + m_{2}a_{1}r_{2}(\ddot{\theta}_{1} + \ddot{\theta}_{12})\cos(\theta_{2} + \alpha_{2}) - m_{2}a_{1}r_{2}\dot{\theta}_{2}(\dot{\theta}_{1} + \dot{\theta}_{12})\sin(\theta_{2} + \alpha_{2}) + m_{2}g[a_{1}\cos\theta_{1} + r_{2}\cos(\theta_{12} + \alpha_{2})] + m_{1}gr_{1}\cos(\theta_{1} + \alpha_{1})$$
(8)

$$\tau_{2} = (m_{2}r_{2}^{2} + I_{2})\ddot{\theta}_{12} + m_{2}a_{1}r_{2}\ddot{\theta}_{1}\cos(\theta_{2} + \alpha_{2}) + \dot{\theta}_{12}$$

为利于辨识,将式(8)与式(9)整理为未知参数 的线性表达式

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{W}_{1}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}}) \boldsymbol{\Psi}_{1}$$
(10)

其中
$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

 $\boldsymbol{\Psi}_1 = \begin{bmatrix} m_1 r_1^2 + I_1 \\ m_1 r_1 \cos \alpha_1 \\ m_2 r_1^2 + I_2 \\ m_2 r_2 \cos \alpha_2 \\ m_2 r_2 \sin \alpha_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{W}_1 = \begin{bmatrix} w_{11} & 0 \\ w_{12} & 0 \\ w_{13} & 0 \\ w_{14} & 0 \\ w_{15} & w_{25} \\ w_{16} & w_{26} \\ w_{17} & w_{27} \end{bmatrix}$

(11)

$$w_{11} = \ddot{\theta}_1 \qquad w_{12} = g\cos\theta_1$$

$$w_{13} = -g\sin\theta_1 \qquad w_{14} = a_1^2\ddot{\theta}_1 + ga_1\cos\theta_1$$

$$w_{15} = \ddot{\theta}_{12}$$

$$w_{16} = a_1(\ddot{\theta}_{12} + \ddot{\theta}_1)\cos\theta_2 - a_1\dot{\theta}_2(\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_1)\sin\theta_2 + g\cos\theta_{12}$$

$$w_{17} = -a_1(\ddot{\theta}_{12} + \ddot{\theta}_1)\sin\theta_2 - a_1\dot{\theta}_2(\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_1)\cos\theta_2 - g\sin\theta_{12}$$

$$w_{25} = \ddot{\theta}_{12}$$

$$w_{26} = a_1\ddot{\theta}_1\cos\theta_2 + a_1\dot{\theta}_1^2\sin\theta_2 + g\cos\theta_{12}$$

$$w_{27} = -a_1\ddot{\theta}_1\sin\theta_2 + a_1\dot{\theta}_1^2\cos\theta_2 - g\sin\theta_{12}$$

1.3 关节力矩与驱动力间的映射

图 3 为斗杆关节受力图(铲斗关节类似)。利 用测量液压缸进、回油腔压力来计算各液压缸的驱 动力。液压缸的摩擦力不可忽略^[3],所以每个关节 的实际驱动力可表示为

 $F_q = F_p - F_f$

 其中
 $F_p = p_i A_i - p_o A_o$

 式中
 F_q ——有效驱动力

 F_p ——液压驱动力

 $p_i \ p_o$ ——无杆腔、有杆腔压力

 $A_i \ A_o$ ——无杆腔、有杆腔面积

 F_f ——液压缸摩擦力



图 3 斗杆关节受力示意图

Fig. 3 Forces on dipper joint

建立摩擦力模型为

 $F_f = f_c \operatorname{sgn}(v) + f_v v \quad (v \neq 0)$ (12)

式中 f_e——库伦摩擦力

f_v——黏性摩擦系数

对每个驱动关节,由虚功原理有

$$\tau = F_q J \tag{14}$$

各液压缸位移与其相应关节转角的函数关系 *x* 可由各个关节的几何关系确定^[12]。具体几何参数 参照文献[12]在实机上测得,首先通过几何关系画 出各关节液压缸位移与关节角度对应曲线,再通过 五次多项式拟合 *x* 的函数关系^[2],然后对其求导,得



图 4 中 J 在挖掘臂的工作行程内为负。将 式(11)、(12)代入式(14)中得

$$\tau_{1} = J_{1} \left(F_{p1} - f_{c1} \operatorname{sgn}(J_{1} \dot{\theta}_{1}) - f_{v1} J_{1} \dot{\theta}_{1} \right) \quad (15)$$

$$\tau_{2} = J_{2}(F_{p2} - f_{c2} \operatorname{sgn}(J_{2}\dot{\theta}_{2}) - f_{v2}J_{2}\dot{\theta}_{2}) \quad (16)$$

式中 F_{p1}, F_{p2} ———斗杆、铲斗液压缸驱动力
 f_{c1}, f_{c2} ———斗杆、铲斗库伦摩擦力
 f_{v1}, f_{v2} ———斗杆、铲斗黏性摩擦系数
令 $\Psi_{2} = [f_{c1} - f_{v1} - f_{c2} - f_{v2}]^{\mathrm{T}} \quad (17)$

$$W_{2} = \begin{bmatrix} J_{1} \operatorname{sgn}(J_{1}\dot{\theta}_{1}) & J_{1}^{2}\dot{\theta}_{1} & 0 & 0\\ 0 & 0 & J_{2} \operatorname{sgn}(J_{2}\dot{\theta}_{2}) & J_{2}^{2}\dot{\theta}_{2} \end{bmatrix}$$

将式(15)~(18)代入式(10)中得到

$$\begin{bmatrix} J_1 F_{p_1} \\ J_2 F_{p_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}_1 \\ \mathbf{\Psi}_2 \end{bmatrix}$$
(19)

将式(19)写成最小二乘格式

$$F = W \Psi \tag{20}$$

式(20)中**F**、**W**为通过实验数据直接计算所得的已知量,**Ψ**为待辨识参数。

2 辨识算法

2.1 递推最小二乘法(RLS)

方程(20)中 F、W 通过测量数据直接求得,而 Ѱ为待辨识参数。采用带遗忘因子的递推最小二 乘算法^[13]对其进行辨识,采用估计准则为

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}(k) = \arg\min_{\boldsymbol{\Psi}} \sum_{k=1}^{n} \lambda^{n-k} (\boldsymbol{F}(k) - \boldsymbol{W}(k) \, \hat{\boldsymbol{\Psi}}(k-1))^{2}$$
(21)

其中,λ≤1为遗忘因子。规整后的辨识算法为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Psi}(k) = \boldsymbol{\Psi}(k-1) + \boldsymbol{K}(k) \left(\boldsymbol{F}(k) - \boldsymbol{W}(k) \, \boldsymbol{\hat{\Psi}}(k-1) \right) \\ \boldsymbol{W}(k) \, \boldsymbol{\hat{\Psi}}(k-1) \right) \\ \boldsymbol{K}(k) = \frac{\boldsymbol{P}(k-1) \, \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k)}{\lambda + \boldsymbol{W}(k) \, \boldsymbol{P}(k-1) \, \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k)} \\ \boldsymbol{P}(k) = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(k) \, \boldsymbol{W}(k) \,) \boldsymbol{P}(k-1) / \lambda \end{cases}$$
(22)

2.2 递推随机牛顿法(RSNA)

液压挖掘臂为车载机械臂系统,其动力一般是 由发动机驱动液压泵,再由液压泵产生压力油来驱 动挖掘臂做功。其中,发动机的高频振动及变量泵 的压力脉动都会给系统测试带来有色噪声,而最小 二乘法对系统噪声敏感。针对系统中存在的有色噪 声,采用随机牛顿法辨识模型参数。随机牛顿法属 于梯度校正法之一,它沿着准则函数的负梯度方向, 逐步逼近准则函数的最小值,对不确定噪声具有一 定的鲁棒性。取辨识准则函数为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\Psi}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{E} \boldsymbol{e}^2(k) = \frac{1}{2} \boldsymbol{E} (\boldsymbol{F}(k) - \boldsymbol{W}(k) \boldsymbol{\Psi}(k-1))^2$$
(23)

则递推的随机牛顿辨识算法为[14]

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}(k) = \hat{\boldsymbol{\Psi}}(k-1) + \rho(k)\boldsymbol{R}^{-1}(k)\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k)(\boldsymbol{F}(k) - \boldsymbol{W}(k)\hat{\boldsymbol{\Psi}}(k-1))$$
(24)
$$\boldsymbol{R}(k) = \boldsymbol{R}(k-1) + \rho(k)(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{W}(k) - \boldsymbol{R}(k-1))$$
(25)

其中,取收敛因子 $\rho(k) = 1/k, \mathbf{R}$ 的初值 $\mathbf{R}(0) = \mathbf{I}_{\circ}$

3 实验结果

液压挖掘臂的电液控制系统是严重非线性系统,不宜采用文献[5]所提出的最优输入设计准则。 本文辨识目的在于提高作业控制性能,所以在图1 所示实验样机上采集普通挖掘作业时斗杆和铲斗同 时运动的角度和压力数值即可。系统采样频率设计 为20 Hz,采样时间为90 s。将采集的压力信号用于 计算液压缸驱动力,角度信号经滤波后进行数字微 分求系统响应角速度及角加速度。

将处理后的数据分别代入上述两种递推辨识算 法中进行参数估计,取最小二乘法遗忘因子λ为 0.99,得系统参数如表1所示。重新运行系统,将实 测角度θ,及其微分所得加速度、角加速度信息代入 辨识模型中,预测系统运行所需驱动力矩。将预测 力矩与通过实测压力计算所得驱动力矩进行对比分 析,得图5及表2、3所示结果。从图5可见,RSNA 比 RLS的预测精度高,对系统噪声的鲁棒性更好。 从表2可知,对于斗杆关节,RSNA比 RLS的预测误 差减小了约65%。从表3可知,对于铲斗关节, RSNA 比 RLS 的预测误差减小了约63%。

本文辨识的目的是为提高控制和仿真精度,而

表 1 系统辨识参数 Tab.1 Identified parameters

参数	辨识方法	
	RLS	RSNA
$m_1 r_1^2 + I_1 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	109. 753 9	137.003 2
$m_1 r_1 \cos \alpha_1 / \text{kg} \cdot \text{m}$	77.6577	82. 236 7
$m_1 r_1 \sin \alpha_1 / \text{kg} \cdot \text{m}$	33. 153 2	26.0150
m_2/kg	71.5540	45.8999
$m_2 r_2^2 + I_2 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	46.0679	26.8489
$m_2 r_2 \cos \alpha_2 / \text{kg} \cdot \text{m}$	9.8822	10. 387 6
$m_2 r_2 \sin \alpha_2 / \text{kg} \cdot \text{m}$	15.4804	15. 571 5
f_{c1}/N	485. 493 7	442. 528 5
f_{v1} / N · s · m ⁻¹	2. 534 6 $\times 10^3$	9. 416 8 $\times 10^3$
f_{c2}/N	105.2428	219.9321
$f_{v2}/N \cdot s \cdot m^{-1}$	2. 579 1 $\times 10^3$	3. 726 2 $\times 10^3$



Fig. 5 Results of model testifying experiment (a) 斗杆 (b) 铲斗

非表1所示的组合参数的真实值(获得单个参数精确值无实际应用价值,且很难进行参考验证)。所以从控制和仿真的目的来说,RSNA的辨识精度较好,能有效克服系统噪声影响。

表 2 斗杆误差均方根

Tab. 2 RMSE of identified model of dipper

误差 -	辨	辨识方法	
	RLS	RSNA	
δ ∕ N • m	107. 746 1	37.4481	
	表 3 铲斗误差均方	根	
Tab. 3 R	MSE of identified me	odel of bucket	
误差 一	辨	辨识方法	
	RLS	RSNA	
δ/N·m	120.0986	45.024 5	

4 结论

(1)通过拉格朗日法建立了斗杆、铲斗二自由 度动力学模型,并将模型简化为未知参数的线性表示。在推导出驱动力矩与液压缸驱动力关系的基础 上,获得了系统参数辨识的最小二乘格式。

(2)分别采用递推最小二乘法和递推随机牛顿 法辨识未知参数,所得模型与实机系统对比分析表 明,递推随机牛顿法比递推最小二乘法预测力矩误 差在斗杆、铲斗关节分别减少约65%、63%,其对系 统噪声有更好的鲁棒性。

(3)通过本文的辨识方法得到了系统中未知的 组合参数值,能有效进行驱动力矩的预测和系统仿 真,并无需获得系统单个未知参数的精确值。本研 究为挖掘臂的控制器设计提供了动力学模型参考。

参考文献

- 1 Yan Jun, Li Bo, Tu Qunzhang, et al. Automatization of excavator and study of its autocontrol [C] // 2011 Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), Shanghai, China, 2011,1: 604 ~ 609.
- 2 Shahram T. Identification of frictional effects and structural dynamics for improved control of hydraulic manipulators [D]. Vancouver:University of British Columbia, 1997.
- 3 黎波,严骏,刘安心,等. 挖掘臂电液伺服系统非线性辨识[J]. 农业机械学报,2012,43(4):20~25. Li Bo, Yan Jun, Liu Anxin, et al. Nonlinear identification of excavator arm's electro-hydraulic servo system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012,43(4):20~25. (in Chinese)
- 4 Gautier M, Poignet P. Extended Kalman filtering and weighted least squares dynamic identification of robots [J]. Control Engineering Practice, 2001, 9(12): 1 361 ~1 372.
- 5 Swevers J, Verdonck W, Schutter J D. Dynamic model identification for industrial robots [J]. Control Systems, IEEE, 2007, 27(5): 58 ~ 71.
- 6 龚文,王庆丰. 液压挖掘机上车结构参数与液压缸摩擦力参数辨识[J]. 中国机械工程,2010,21(9):1098~1100. Gong Wen, Wang Qingfeng. Parameter identification of arm structure and cylinder friction on a hydraulic excavator[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(9):1098~1100. (in Chinese)
- 7 Tafazoli S, Lawrence P D, Salcudean S E. Identification of inertial and friction parameters for excavator arms [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(5):966~971.
- 8 Zweiri Y H. Seneviratne L D, Althoefer K. Parameter estimation for excavator arm using generalized Newton method [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2004, 20(4): 762 ~ 767.
- 9 Zweiri Y H. Identification schemes for unmanned excavator arm parameters [J]. International Journal of Automation and Computing, 2008, 5(2):185~192.
- 10 Koivo A J, Thoma M, Kocaoglan E, et al. Modeling and control of excavator dynamics during digging operation [J]. Journal of Aerospace Engineering, 1996,9(1): 10 ~ 18.
- 11 Craig J J. Introduction to robotics: mechanics and control [M]. 3rd. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2005.
- 12 黎波,严骏,曾拥华,等. 挖掘机工作装置运动学建模与分析[J]. 机械设计,2011,28(10):7~10. Li Bo, Yan Jun, Zeng Yonghua, et al. Kinematics modeling and analysis of excavator working device[J]. Journal of Machine Design, 2011, 28(10):7~10. (in Chinese)
- 13 Ljung L. System identification, theory for the user [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1987.
- 14 杨承志,孙棣华,张长胜. 系统辨识与自适应控制[M]. 重庆:重庆大学出版社,2003.

(上接第33页)

- 10 何春岁,张德骏,刘新力,等.大功率拖拉机机组系统动态经济效益的仿真研究[J].农业机械学报,1990,21(3):17~22.
 He Chunsui, Zhang Dejun, Liu Xinli, et al. Simulation research on the dynamic-economic benefits for big-power tractor system [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1990,21(3):17~22. (in Chinese)
- 11 顾基发,汪浣尘,唐锡晋,等.综合集成方法体系与系统学研究[M].北京:科学出版社,2007.
- 12 程叶青,李同升,张平宇. SD 模型在区域可持续发展规划中的应用[J]. 系统工程理论与实践,2004,24(12):13~18. Cheng Yeqing, Li Tongsheng, Zhang Pingyu. Application of system dynamic model in regional sustainable development planning [J]. Systems Engingeering—Theory & Practice,2004,24(12):13~18. (in Chinese)
- 13 刘爱民,陈济勤,万鹤群. 机械化农业系统的动力学分析及实例研究[J]. 农业工程学报,1994,10(3):10~15.
 Liu Aimin, Chen Jiqin, Wan Hequn. Dynamic analysis for mechanized agricultural system and example study[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 1994,10(3):10~15. (in Chinese)
- 14 李纪岳,陈志,杨敏丽,等. 基于农机农艺结合的玉米生产机械化系统研究[J]. 农业机械学报,2012,43(8):83~88.
 Li Jiyue, Chen Zhi, Yang Minli, et al. Mechanized corn production systems based on combination of machinery and agronomy
 [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012,43(8):83~88. (in Chinese)