

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.12.042

6_PUS 并联机构奇异判据推导与奇异性分析*

谭兴强¹ 谢志江² 谢永春¹

(1. 攀枝花学院机械工程学院, 攀枝花 617000; 2. 重庆大学机械工程学院, 重庆 400044)

【摘要】 根据 6_PUS 并联机构的力螺旋平衡方程, 采用支链力分解方法推导了该机构的力雅可比矩阵, 进而得到其运动雅可比矩阵。由运动雅可比矩阵得到了 6_PUS 并联机构发生奇异的条件, 并以奇异条件为基础归纳了该机构二类奇异的几何特征。为了便于在全工作空间中研究机构的奇异位姿, 提出了一种更能反映机构运行需求的奇异域概念, 作为研究机构奇异位姿和避免奇异的基础, 建立了奇异域的数学表达式。通过仿真研究获得了 6_PUS 并联机构在全工作空间内 2 类奇异域的分布, 提出了避免机构进入奇异域和发生奇异的方法, 为该机构的设计提供了参考。

关键词: 并联机构 奇异性 奇异域 雅可比矩阵 力螺旋

中图分类号: TH11; TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)12-0234-06

Singularity Judge Deriving and Singularity Analysis for 6_PUS Parallel Mechanism

Tan Xingqiang¹ Xie Zhijiang² Xie Yongchun¹

(1. College of Mechanical Engineering, Panzhihu University, Panzhihua 617000, China

2. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract

Based on force screw equilibrium equation of a kind of 6_PUS parallel mechanism and decomposed force of its' branches, force Jacobian was derived and then kinematic Jacobian was got. By kinematic Jacobian, singularity conditions of 6_PUS parallel mechanism were achieved and the geometry characteristics in two kinds singularities of this parallel mechanism were drawn. In order to study conveniently on singularities of the mechanism in its' full work space, a concept that called singularity field was put forward to express the mechanism actually running. As the base to research singularity and to avoid singularity, the expression equations of singularity field were built. The distribution of two kinds of singularities in full work space of this 6_PUS mechanism was obtained and methods for avoid singularities or forbid mechanism running at singularities point were brought out for reference to design of this kind mechanism.

Key words Parallel mechanism, Singularity, Singularity field, Jacobian matrix, Force screw

引言

奇异位形是当机构运动进入某种临界状态时所具有的特定位形, 此时, 机构的实际自由度不再与其理论自由度相等^[1-3]。对空间并联支撑机构的奇异

性研究始于 20 世纪 70 年代末、80 年代初期^[4]。国外代表性的研究有 Hunt^[5] 于 1983 年首先发现了 3/6-Steward 机构的一种奇异位形; Fichter^[6] 通过研究发现 Steward 平台的奇异位形是在动平台相对静平台转过 90° 的位置; Gosselin^[7] 利用雅可比矩阵

收稿日期: 2012-04-23 修回日期: 2012-06-06

* 国家“995 工程”二期国防领域科技国家重大专项资助项目(20083001. HT12)

作者简介: 谭兴强, 副教授, 博士, 主要从事并联机构和虚拟制造研究, E-mail: tan65126919@163.com

通讯作者: 谢志江, 教授, 博士生导师, 主要从事并联机构和故障诊断研究, E-mail: xzj99@vip.sina.com

对并联支撑机构奇异位形进行了分类;国内对奇异的研究有 Huang 等^[8-10]证明了物体上非共线3点的速度的3个法平面的交点,能落于该3点确定的平面上。这是物体上非共线3点的速度能确定此物体螺旋运动的充分必要条件,并依据此原理得到一种新的判别并联机构奇异的简捷方法;张艳伟等^[11]研究一种空间转动3自由度3-SPS-1-S型并联机构的奇异位形,并引入可操纵度运动性能评价指标对奇异性进行分析。Cheng Shili 等^[12]采用旋转矩阵法对6SPS并联机构进行了研究,得到了该机构的8个平衡方程,以此推导出了雅可比矩阵。Cheng Gang 等^[13]基于速度雅可比变换矩阵对非对称的4R并联机构的奇异性进行了研究,研究认为这类机构的奇异都是可以避免的。吴培栋等^[14]对3/6-SPS并联机构的奇异位形和瞬时运动进行了分析,结合位形参数和雅可比矩阵推导了并联机构奇异位形的差别矩阵,找到了一个奇异位形;Qi 等^[15-17]则对少自由度并联机器人的运动奇异性进行了分析。

本文研究一种可用于风洞测试的6-DOF并联支撑系统的奇异性。

1 雅可比矩阵

6_PUS 并联机构结构如图 1 所示,主要由 2 副相互平行的直线导轨、6 个带直线电动机的滑块、6 根拉杆、6 个虎克铰、6 个球铰、动平台、模型支杆组成。其静力分析如图 2 所示。由图 2 知拉杆在空间坐标 $oxyz$ 中的单位向量为

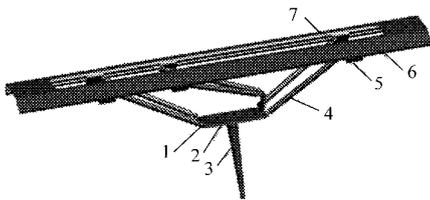


图 1 6_PUS 并联机构结构造型

Fig. 1 Configuration of 6_PUS parallel mechanism

1. 球铰 2. 动平台 3. 支撑杆 4. 拉杆 5. 滑块 6. 导轨梁
7. 虎克铰/球铰

$$\begin{bmatrix} \frac{\mathbf{b}_1 - \mathbf{B}_1}{|\mathbf{b}_1 - \mathbf{B}_1|} n_{1x} & \frac{\mathbf{b}_2 - \mathbf{B}_2}{|\mathbf{b}_2 - \mathbf{B}_2|} n_{2x} & \frac{\mathbf{b}_3 - \mathbf{B}_3}{|\mathbf{b}_3 - \mathbf{B}_3|} n_{3x} & \frac{\mathbf{b}_4 - \mathbf{B}_4}{|\mathbf{b}_4 - \mathbf{B}_4|} n_{4x} & \frac{\mathbf{b}_5 - \mathbf{B}_5}{|\mathbf{b}_5 - \mathbf{B}_5|} n_{5x} & \frac{\mathbf{b}_6 - \mathbf{B}_6}{|\mathbf{b}_6 - \mathbf{B}_6|} n_{6x} \\ \frac{\mathbf{B}_1 \times \mathbf{b}_1}{|\mathbf{b}_1 - \mathbf{B}_1|} n_{1x} & \frac{\mathbf{B}_2 \times \mathbf{b}_2}{|\mathbf{b}_2 - \mathbf{B}_2|} n_{2x} & \frac{\mathbf{B}_3 \times \mathbf{b}_3}{|\mathbf{b}_3 - \mathbf{B}_3|} n_{3x} & \frac{\mathbf{B}_4 \times \mathbf{b}_4}{|\mathbf{b}_4 - \mathbf{B}_4|} n_{4x} & \frac{\mathbf{B}_5 \times \mathbf{b}_5}{|\mathbf{b}_5 - \mathbf{B}_5|} n_{5x} & \frac{\mathbf{B}_6 \times \mathbf{b}_6}{|\mathbf{b}_6 - \mathbf{B}_6|} n_{6x} \end{bmatrix} \mathbf{F}_i = \mathbf{F} \quad (6)$$

式中 n_{ix} 为标量,根据标量与线矢量相乘的性质,标量应分别与线矢量的原部和偶部相乘。

$$\mathbf{G}_f^F = \begin{bmatrix} \frac{n_{1x}}{l_1} (\mathbf{b}_1 - \mathbf{B}_1) & \frac{n_{2x}}{l_2} (\mathbf{b}_2 - \mathbf{B}_2) & \frac{n_{3x}}{l_3} (\mathbf{b}_3 - \mathbf{B}_3) & \frac{n_{4x}}{l_4} (\mathbf{b}_4 - \mathbf{B}_4) & \frac{n_{5x}}{l_5} (\mathbf{b}_5 - \mathbf{B}_5) & \frac{n_{6x}}{l_6} (\mathbf{b}_6 - \mathbf{B}_6) \\ \frac{n_{1x}}{l_1} (\mathbf{b}_1 \times \mathbf{B}_1) & \frac{n_{2x}}{l_2} (\mathbf{b}_2 \times \mathbf{B}_2) & \frac{n_{3x}}{l_3} (\mathbf{b}_3 \times \mathbf{B}_3) & \frac{n_{4x}}{l_4} (\mathbf{b}_4 \times \mathbf{B}_4) & \frac{n_{5x}}{l_5} (\mathbf{b}_5 \times \mathbf{B}_5) & \frac{n_{6x}}{l_6} (\mathbf{b}_6 \times \mathbf{B}_6) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{S}_i = \frac{\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i}{|\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i|} = (n_{ix}, n_{iy}, n_{iz}) \quad (1)$$

滑块驱动力的方向矢量为 $[1, 0, 0]$,因此驱动力 F_i 与 \mathbf{S}_i 之间夹角的余弦等于两向量的点乘,即

$$\cos\theta = [1, 0, 0] \cdot \mathbf{S}_i = n_{ix} \quad (2)$$

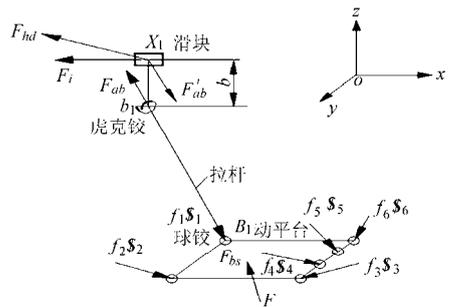


图 2 6_PUS 并联支撑机构静力分析

Fig. 2 Static force analysis of 6_PUS parallel robot

则驱动力在拉杆方向上的分力为

$$F'_{ab} = F_i \cos\theta = F_i n_{ix} \quad (3)$$

式(3)中的 F'_{ab} 即为沿拉杆方向作用在动平台上的轴力,因此 6_PUS 并联支撑机构的力分析也可以采用螺旋理论方法来建立数学模型。在图 2 中,考虑动平台的受力平衡,6 个拉杆上的力螺旋之和应与动平台的 6 维广义力相平衡,则可以有

$$f_1 \mathbf{\$}_1 + f_2 \mathbf{\$}_2 + \dots + f_6 \mathbf{\$}_6 = \mathbf{F} + \in \mathbf{M} \quad (4)$$

$$\mathbf{\$}_i = \mathbf{S}_i + \in \mathbf{S}_{0i}$$

式中 f_i ——第 i 根拉杆对动平台的轴向力,其大小方向与 F'_{ab} 相同

$\mathbf{\$}_i$ ——第 i 根拉杆轴对固定坐标系的单位线矢量

式(4)两边需要取同一坐标系。本文选择固定坐标系为参照,因此单位线矢量的偶部可表示为

$$\mathbf{S}_{0i} = \mathbf{B}_i \times \mathbf{b}_i = \frac{\mathbf{B}_i \times \mathbf{b}_i}{|\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i|} \quad (5)$$

假设 6 个拉杆向量在 x 轴上的分量分别为: $n_{1x}, n_{2x}, \dots, n_{6x}$; 负载向量为

$$\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)$$

由于 $|\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i| = l_i$,即为拉杆长度,则由式(1)、(3)、(5),可将式(4)的平衡方程表示为

式中 n_{ix}/l_i 为标量,是拉杆所在直线的空间向量在 x 轴上的分量。则 G_f^f 为 6_PUS 并联支撑机构的一阶静力影响系数矩阵,在已知动平台结构尺寸、拉杆长度 l 和位形变换矩阵后,借助于运动反解很容易求 B_i 、 b_i 的坐标,进而求出静力系数矩阵,如果 G_f^f 非奇异,令 $G_f^f = [G_f^f]^{-1}$,则在已知动平台驱动负载的条件下可求拉杆上的作用力,再求出直线电动机对滑块的驱动力

$$f = G_f^f F \quad (8)$$

式中 G_f^f ——系统的力雅可比矩阵
因此速度雅可比矩阵为

$$G_p^d = G_f^{fT}$$

2 奇异性分析

由于力雅可比矩阵与运动雅可比矩阵之间是转置关系,因此力雅可比矩阵与运动雅可比矩阵具有相同的奇异性。机构发生奇异的条件是其雅可比矩阵的秩小于 6,此时雅可比矩阵的某几列或几行完全相等,或者是矩阵的某几列或几行全为零。由以上分析可知,矩阵 G_f^f 中各列乘有标量 n_{ix} ,该标量是拉杆所在的直线的向量在 x 轴上的分量,因此当该机构的 6 根拉杆所在直线的向量中有一个或几个在 x 轴上的分量为零时,则雅可比矩阵相应列的元素为零,此时机构发生奇异。

拉杆所在直线的向量在 x 轴上的分量为零意味

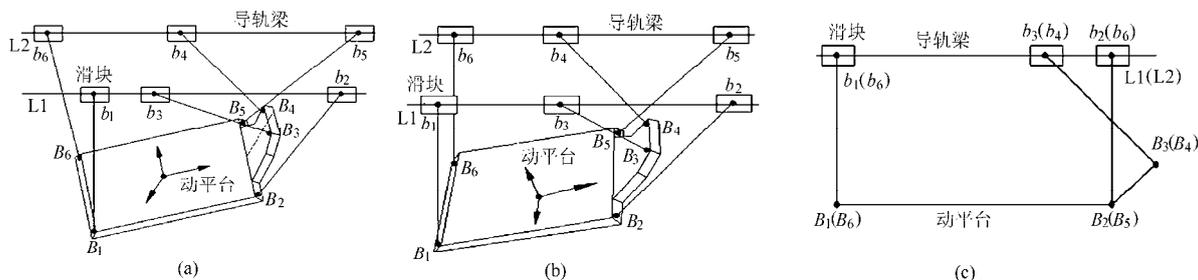


图 3 6_PUS 并联机构 3 种奇异位形

Fig. 3 Three kinds of singularity of 6_PUS parallel mechanism

(a) 1 根杆垂直导轨梁 (b) 2 根杆垂直导轨梁 (c) 4 根杆垂直导轨梁

图 3 所示的 3 种奇异位形都要求拉杆所在直线的向量垂直导轨梁且平行 z 轴,对于只垂直导轨梁而不平行于坐标轴的情形则如图 4 所示。该图所列是当导轨梁的宽度较大且动平台的长度较长时容易产生的 3 种奇异位形,图 4a 为动平台绕 z 轴转动,当到达某一位置时,与平行导轨梁距离较远球铰相连的拉杆易发生与平行梁垂直情形,如图 4a 中 b_3B_3 拉杆。而相反,当动平台向另一个方向转动时, b_4B_4 拉杆则容易发生与梁垂直的情形,从而产生奇异。而图 4b 是当动平台处于 $-z$ 较低位置,且绕 y 轴转动时容易发生奇异的情形。此时 B_1 和 B_6 点转动且

着此拉杆运动到与平行梁导轨垂直的状态,根据可能发生的位形,最多可能有 6 根杆同时与平行梁导轨垂直。但由于该机构结构尺寸上的限制,6 根拉杆的长度并不完全相同,因此很少会有 6 根拉杆同时与导轨梁同时垂直的情形发生。图 3 分别给出了 1 根杆、2 根杆、4 根杆垂直 x 轴且平行 z 轴的奇异位形。

图 3a 中只有拉杆 6 垂直导轨梁并平行 z 轴,此时动平台向 L1 梁一侧平移并转动,当球铰中心点运动到导轨梁的正下方,且此点到梁的距离正好与拉杆的长度相等时产生奇异,这种奇异对 6_PUS 并联支撑机构来说是一种较为常见的奇异,特别是当动平台一端的运动位置较低且向一边倾斜时,很容易产生奇异,发生该种奇异时机构的雅可比矩阵的秩等于 5。图 3b 是动平台绕风洞 y 轴转动且向 $-z$ 方向移动,当动平台宽度与导轨梁宽度相等,且球铰中心点运动到导轨梁的正下方某一到导轨梁距离等于拉杆长度的位置时,6_PUS 并联支撑机构会产生奇异。此时会有 2 根拉杆同时与导轨梁垂直,这种奇异雅可比矩阵的秩等 4;图 3c 有 4 杆拉杆与导轨垂直且平行 z 轴,这时相对于图 3a 情形不但需要动平台宽度与导轨梁宽度相等,还需要动平台到导轨梁的距离等于拉杆的长度,因此在动平台宽度与梁宽相等且动平台带动试验模型作升沉运动时容易产生这种奇异,发生奇异时雅可比矩阵的秩为 2。

平移到离导轨梁较远的距离,使它们到 L1 和 L2 梁的距离正好与其杆长相等。

图 4c 与图 3c 很类似,不同的是平行梁的宽度更宽, b_3B_3 和 b_4B_4 拉杆的长度更长些,动平台的运动也是上下升降运动,此时动平台角点上的对称拉杆容易与导轨梁垂直,从而使机构发生奇异。

3 6_PUS 并联支撑机构的奇异位姿方程

对于 6_PUS 并联支撑机构,由于无固定的杆长,滑块可以在平行梁导轨较长的范围内运动,其奇异位置并不固定,与滑块在平行梁上的总体位置有

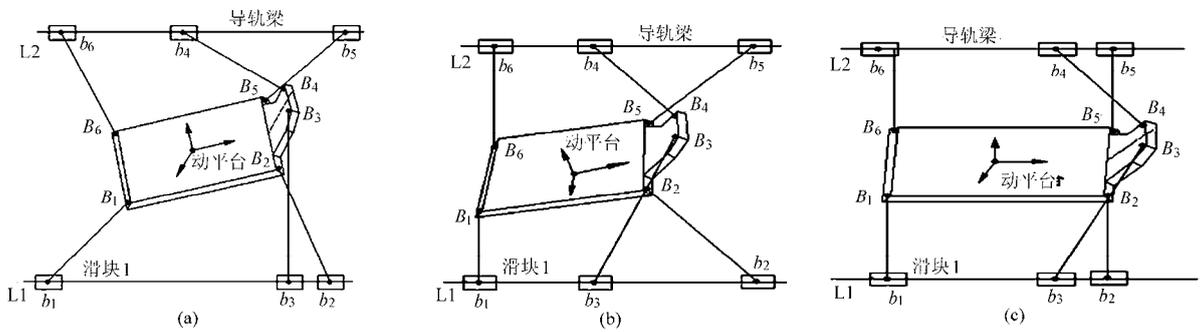


图 4 6_PUS 并联支撑机构的奇异位形

Fig. 4 Singularity pose of 6_PUS parallel mechanism

(a) 1 根杆垂直导轨梁 (b) 2 根杆垂直导轨梁 (c) 4 根杆垂直导轨梁

关。因此对于并联支撑机构来说研究其奇异位姿更具意义,既可以通过避免奇异位姿的出现来避免奇异的发生,又可以指导并联机构参数设计,使其更具合理性。

根据以上奇异性的分析可知,6_PUS 并联支撑机构具有两类 6 种奇异性。第 1 类为拉杆垂直平行梁导轨并平行全局坐标 z 轴,第 2 类为拉杆仅垂直平行梁导轨。为研究 6_PUS 并联支撑机构的奇异位姿,假设此时动平台绕坐标轴 x 、 y 、 z 转过的角度分别为 γ 、 β 、 α ,建立在动平台上的动坐标系原点 o_d 在全局坐标系中的坐标值为 (x_{od}, y_{od}, z_{od}) ,动平台的长度为 a ,宽度为 b ,平行梁导轨的宽度为 c ,拉杆长度为 $l_i (i=1, 2, \dots, 6)$,动平台球铰中心 B_i 在动坐标系中的位置为 (x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi}) ,平行梁上的滑块运动位置在全局坐标系中的位置为 (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi}) ,全局坐标系位于平行梁的正中间。

(1) 第 1 类第 1 种奇异的位姿方程

发生第 1 类第 1 种奇异时的位姿条件是动平台的一个球铰中心点运动到平行梁导轨的正下方。由运动学逆解,以及动平台的尺寸可以得到动平台球铰中心在全局坐标系中的位置与动平台位姿之间的关系为

$$x_{Bi} = {}^d x_{Bi} \cos\alpha \cos\beta + {}^d y_{Bi} \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma + {}^d z_{Bi} (\cos\alpha \sin\beta \cos\gamma + \sin\alpha \sin\gamma) + x + x_{od} \quad (9)$$

$$y_{Bi} = {}^d x_{Bi} \sin\alpha \cos\beta + {}^d y_{Bi} (\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma) + {}^d z_{Bi} (\sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \cos\alpha \sin\gamma) + y + y_{od} \quad (10)$$

$$z_{Bi} = -{}^d x_{Bi} \sin\beta + {}^d y_{Bi} \cos\beta \sin\gamma + {}^d z_{Bi} \cos\beta \cos\gamma + z + z_{od} \quad (11)$$

由拉杆长度约束方程可得

$$x_{bi} = x_{Bi} \pm \sqrt{l_i^2 - (c/2 - y_{Bi})^2 - z_{Bi}^2} \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (12)$$

其中 $i=2, 5$ 时取正值, $i=1, 3, 4, 6$ 时取负值。因此发生第 1 类第 1 种奇异的条件是

$$\begin{cases} x_{Bi} = x_{bi} \\ z_{Bi} = -l_i \\ y_{Bi} = \begin{cases} c/2 (i=1, 2, 6) \\ -c/2 (i=3, 4, 5) \end{cases} \end{cases}$$

故这 3 个条件是判断该类奇异发生的充分条件。

(2) 第 2 类第 1 种奇异的位姿方程

发生第 2 类第 1 种奇异时的位姿条件是拉杆运动到与坐标平面 yo_z 平行的位置。这种奇异相对第 1 类第 1 种奇异更容易发生,特别是当拉杆长度、动平台宽度以及平行梁导轨宽度选择不当、且动平台运动到偏离风洞中心较远位置时,很容易发生拉杆与平行梁导轨垂直的情形,从而使机构发生奇异。由式(9)~(11)可知,发生奇异的拉杆其对应滑块的位置坐标 (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi}) 与动平台球铰中心 B_i 的位置坐标 (x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi}) 具有以下关系

$$\begin{cases} x_{bi} = x_{Bi} \\ l_i^2 - (\pm c/2 - y_{Bi})^2 - z_{Bi}^2 = 0 \end{cases}$$

且 y_{Bi} 、 z_{Bi} 分别满足式(10)、(11)的要求。

4 奇异域的定义

利用以上条件判断奇异过程中,由于工作空间的变化,使得位姿呈间断跳跃式的变化,要使上述 3 个条件同时满足,有可能发生奇异判断遗漏甚至误判的情况。为了不至于出现这种现象,定义奇异域来描述机构的奇异性。

设 A 为机构的奇异点, δV 是以 A 为中心半径为 R 的微小体积域,机构运动到 δV 范围内,则认为机构已发生奇异,把 δV 称为机构在 A 点的奇异域。

对于 6_PUS 并联支撑机构这类奇异,奇异域用数学关系描述为

$$\begin{cases} (x_{bi} - x_{Bi})^2 + \left(\frac{c}{2} - y_{Bi}\right)^2 + (-l_i - z_{Bi})^2 \leq R^2 \\ (i=1, 2, 6) \\ (x_{bi} - x_{Bi})^2 + \left(-\frac{c}{2} - y_{Bi}\right)^2 + (-l_i - z_{Bi})^2 \leq R^2 \\ (i=3, 4, 5) \end{cases} \quad (13)$$

奇异域既可以方便程序求解机构的奇异位姿,也可以较好地反映机构的奇异特性,更为方便的是借助奇异域可以使避免奇异的路径规划工作变得简单。在路径规划中,只要选择适当的奇异域半径 R ,让机构的轨迹以半径 R 为圆弧从奇异域周边绕过即可。将运动到奇异域内的机构认定为产生奇异,这对实际运动的机构来说是可行和合理的,且在奇异域内,即使机构还没有产生奇异,机构的运动学雅可比矩阵也已经变成病态矩阵,此时机构的运动状态已经很差。从这个角度来讲,避免机构运动位形进入到奇异域内能更准确地反映机构的实际需要。

5 6_PUS 并联机构的奇异性仿真

按照以上参数(表1),保证滑块在导轨上的位置关系,且滑块在导轨上不发生越过全局坐标系零点的条件下,在以上给定的工作区域内仿真,共获得了46个满足奇异域半径 R 要求的第1类第1种奇异,其中拉杆2发生的奇异有23个,拉杆3发生的奇异有23个,其他4根拉杆没有发生第1类第1种奇异。在全局坐标系中,拉杆2与拉杆3在 y 轴上对称,因此拉杆3的奇异性与拉杆2的奇异性相似。鉴于篇幅本文只列拉杆2发生奇异时的数据如表2所示。

表1 奇异域仿真参数

Tab.1 Simulation parameters of singularity

参数	数值	参数	数值
动平台长度/m	0.6	拉杆长度/m	1.05
动平台宽度/m	0.7	平行梁宽度/m	1.0
动平台侧高*/m	0.18	$\gamma, \beta, \alpha / (^{\circ})$	45
动平台侧宽*/m	0.4	平台 z 向运动/m [-0.70, -1.0]	
平台 y 向运动/m [-0.4, 0.4]		平移步长/m	0.05
转角步长/ $^{\circ}$	1	奇异域半径/m	0.01

注: * 动平台侧高指第3、4球铰在动坐标系中 z 轴的高度;侧宽则指它们在 y 轴的宽度。

将表1中“平台 z 向运动”参数修改为 [-0.4, -1.0], 其他不变,并取式(13)中奇异域半径 $R = 0.005$ m, 保证滑块在导轨上的位置关系,且滑块在导轨上不发生越过全局坐标系零点的情况下,在以上给定的工作区域内仿真,共获得了603个满足奇异域 R 要求的第2类第1种奇异。为了得到不含奇异域的工作空间,将这些奇异域进行分类且将设计指标定为:偏航角小于等于 45° , 俯仰角、滚转角小于等于 20° 固定不变,按照动平台 z 向运动和 y 向运动范围进行分类,603个奇异域在区间分布上具有以下特征

表2 6_PUS 并联支撑机构拉杆2的奇异域

Tab.2 Singularity field of No.2 tie rod of 6_PUS parallel mechanism

编号	动平台 y/m	动平台 z/m	偏航角 $\alpha / (^{\circ})$	俯仰角 $\beta / (^{\circ})$	滚转角 $\gamma / (^{\circ})$	奇异域值 /m
1	0.15	-0.75	-36	3	41	1.491×10^{-3}
2	0.20	-0.75	-19	-6	42	5.573×10^{-3}
3	0.25	-0.75	-20	-34	31	3.256×10^{-3}
4	0.25	-0.75	-19	-33	31	5.595×10^{-3}
5	0.30	-0.75	-8	-28	31	8.240×10^{-3}
6	0.30	-0.75	-4	-16	41	6.817×10^{-3}
7	0.35	-0.75	0	-34	25	9.102×10^{-3}
8	0.15	-0.80	-41	-24	33	7.166×10^{-3}
9	0.20	-0.80	-29	-33	27	2.046×10^{-3}
10	0.30	-0.80	-7	-36	16	5.806×10^{-3}
11	0.35	-0.80	10	-17	34	9.193×10^{-3}
12	0.10	-0.85	-30	-1	26	8.365×10^{-3}
13	0.15	-0.85	-29	-21	22	8.437×10^{-3}
14	0.15	-0.85	-14	-4	27	9.385×10^{-3}
15	0.20	-0.85	-6	-11	24	7.822×10^{-3}
16	0.10	-0.90	-32	-8	18	5.666×10^{-3}
17	0.20	-0.90	-11	-21	10	7.819×10^{-3}
18	0.20	-0.90	1	-2	24	7.443×10^{-3}
19	0.25	-0.90	4	-12	15	9.601×10^{-3}
20	0.30	-0.90	13	-10	19	4.603×10^{-3}
21	0.20	-0.95	-1	-10	8	8.174×10^{-3}
22	0.25	-0.95	9	-8	10	1.076×10^{-3}
23	0.10	-0.10	-12	-2	6	7.442×10^{-3}

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 1.00$ 且 $\text{abs}(y) \leq 0.40$; 603

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 0.95$ 且 $\text{abs}(y) \leq 0.30$; 381

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 0.85$ 且 $\text{abs}(y) \leq 0.20$; 169

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 0.70$ 且 $\text{abs}(y) \leq 0.10$; 7

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 0.60$ 且 $\text{abs}(y) \leq 0.10$; 0

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 0.75$ 且 $\text{abs}(y) = 0$; 9

$\alpha \leq 45^{\circ}$ 且 $\beta \leq 20^{\circ}$ 且 $\gamma \leq 20^{\circ}$ 且 $\text{abs}(z) \leq 0.70$ 且 $\text{abs}(y) = 0$; 0

$\text{abs}()$ 表示取绝对值。

6 避免奇异的方法

当拉杆长度一定时,限制动平台的转动范围可以避免奇异。如表 2 中所示,当偏航角、俯仰角和滚转角都限制在 30° 以内时,可以避免 13 个奇异位置,按照支撑系统偏航角小于等于 45° ,俯仰角、滚转角小于等于 20° 的设计指标,表 2 中只有 16、19 ~ 23 6 个奇异域在设计要求的工作范围内。但可以发现这 6 个奇异域的一个共同点就是动平台在全局坐标系中 z 方向距原点的距离越来越远,因此只要限制动平台在 z 向的运动范围就可以将以上奇异位置全部避免,实现 6_PUS 并联支撑机构无奇异域的工作范围。

从第 2 类第 1 种奇异仿真结果可知:当偏航角、俯仰角、滚转角不变时,6_PUS 并联支撑机构的奇异与动平台在 z 向和 y 向的运动范围有极大的关系,当动平台的运动位置越低或越偏向一侧,则奇异域越多,反之,则越少。当动平台在 y 向的偏移需要增大时,可以通过减小其在 z 向的运动偏离,而当动平

台在 z 向的运动需要增大时,则可以减小其在 y 向到风洞中心偏离量,以实现对工作空间内奇异域的控制和避免。

对于 6_PUS 并联支撑机构第 1、2 类的第 2、3 种奇异,这 4 种奇异对机构的尺寸有特殊的要求,因此实际设计时很容易避免,在此不再细述。

7 结论

(1) 动平台第 2、3 拉杆的侧高对第 1 类第 1 种奇异的影响很大,当所有拉杆等长和其他仿真参数不变时,侧高越小,机构的奇异域数越少。

(2) 当第 2、3 拉杆长度小于其他拉杆长度时,机构的奇异性变好。

(3) 动平台工作范围对机构奇异性影响非常大,通过适当工作范围的选择可以消除第 1 类第 1 种奇异。

(4) 通过控制减小 z 向的偏离全局坐标系原点的距离可以避免第 2 类第 1 种奇异。

参 考 文 献

- 1 Nguyeg C C. Analysis and implementation of a 6-DOF Stewart-platform-based robotic wrist[J]. Computers and Electrical Engineering, 1991, 17(3): 191 ~ 204.
- 2 Hunt K H. Kinematic geometry of mechanisms[M]. Oxford: Clarendon Press, 1978.
- 3 高征, 高峰. 新型并联机器人的奇异位形分析[J]. 机械工程学报, 2008, 44(1): 133 ~ 138.
Gao Zheng, Gao Feng. Singularity loci analysis of a new parallel manipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(1): 133 ~ 138. (in Chinese)
- 4 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- 5 Hunt K H. Structural kinematics of in-parallel actuated-robot-arms[J]. ASME Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design, 1983, 105(4): 705 ~ 712.
- 6 Fichter E F. A Stewart platform-based manipulator: general theory and practical construction[J]. International Journal of Robotics Research, 1986, 5(2): 157 ~ 182.
- 7 Gosselin C, Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281 ~ 290.
- 8 Huang Zhen, Chen Longhui, Li Yanwen. The singularity principle and property of Stewart parallel manipulator[J]. Journal of Robotic Systems, 2003, 20(4): 163 ~ 176.
- 9 Huang Z. Modeling formulation of 6-DOF multi-loop parallel manipulators, part-1: kinematic influence coefficients[C] // Proc. of the 4th IFToMM International Symposium on Linkage and Computer Aided Design Method, Bucharest, Romania, 1985: 155 ~ 162.
- 10 李艳文, 黄真, 高峰. 一种新的奇异研究方法及其应用实例[J]. 燕山大学学报, 2004, 28(1): 40 ~ 45.
Li Yanwen, Huang Zhen, Gao Feng. A new method of singularity research and its example in application[J]. Journal of Yanshan University, 2004, 28(1): 40 ~ 45. (in Chinese)
- 11 张艳伟, 崔国华, 孙振军, 等. 空间转动 3-SPS-1-S 型并联机构奇异位形研究[J]. 农业机械学报, 2010, 41(4): 199 ~ 203.
Zhang Yanwei, Cui Guohua, Sun Zhenjun, et al. Singular loci analysis of 3-SPS-1-S spatial rotation parallel manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agriculture Machinery, 2010, 41(4): 199 ~ 203. (in Chinese)
- 12 Cheng Shili, Wu Hongtao, Wang Chaoqun, et al. A novel method for singularity analysis of the 6-SPS parallel mechanisms[J]. Science China, 2011, 54(5): 1 220 ~ 1 227.

- 4 唐可洪, 阚君武, 彭太江, 等. 压电叠堆泵驱动的新型直线马达[J]. 光学精密工程, 2009, 17(1): 114 ~ 119.
Tang Kehong, Kan Junwu, Peng Taijiang, et al. A novel linear motor driven by piezostack pump [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(1): 114 ~ 119. (in Chinese)
- 5 吴丽萍, 杨志刚, 程光明, 等. 声控无阀电喷泵流[J]. 光学精密工程, 2008, 16(4): 651 ~ 655.
Wu Liping, Yang Zhigang, Cheng Guangming, et al. Non-valve piezoelectric fountain pump by sound control circuit [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(4): 651 ~ 655. (in Chinese)
- 6 王海宁, 崔大付, 耿照新, 等. 压电双晶片驱动的压电微泵的研究[J]. 压电与声光, 2007, 29(3): 302 ~ 304.
Wang Haining, Cui Dafu, Geng Zhaoxin, et al. Study on piezoelectric micropump driven by PZT bimorph [J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2007, 29(3): 302 ~ 304. (in Chinese)
- 7 王淑云, 阚君武, 马继杰, 等. 腔高对压电液驱动器性能的影响[J]. 纳米技术与精密工程, 2011, 9(6): 515 ~ 520.
Wang Shuyun, Kan Junwu, Ma Jijie, et al. Influence of pump-chamber height on performance of piezohydraulic actuator [J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2011, 9(6): 515 ~ 520. (in Chinese)
- 8 耿照新, 邢冰冰, 丁仁伟. 基于 MEMS 技术的三明治结构被动阀微泵研制[J]. 纳米技术与精密工程, 2012, 10(2): 113 ~ 119.
Geng Zhaoxin, Xing Bingbing, Ding Renwei. Development of sandwich structure micropump with check microvalve based on MEMS technology [J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2012, 10(2): 113 ~ 119. (in Chinese)
- 9 深津博一, 田中博幸. バイモルフ振動子共振型ポンプ: 日本, 5-126036 [P]. 1993-05-21.
- 10 Jung-Ho Park, Kazuhiro Yoshida, Shinichi Yokota. Resonantly driven piezoelectric micropump fabrication of a micropump having high power density [J]. Mechatronics, 1999, 9(7): 687 ~ 702.
- 11 Jung-Ho Park, Kazuhiro Yoshida, Yoshihiro Nakasu, et al. A resonantly-driven piezoelectric micropump for microfactory [C] // Proc. of ICMT2002, 2002: 417 ~ 422.
- 12 Jung-Ho Park, Kazuhiro Yoshida, Shinichi Yokota, et al. Development of micromachines using improved resonantly-driven piezoelectric micropumps [C] // Proc. of the Fourth International Symposium on Fluid Power Transmission and Control (ISFP' 2003), 2003: 536 ~ 541.
- 13 O'Neill Conal. Piezoelectric fluid pump: America, 10833838 [P]. 2009-02-03.
- 14 谢海峰, 吴越, 接勳, 等. 磁力弹簧式压电共振性气泵的设计[J]. 光学精密工程, 2012, 20(7): 1573 ~ 1579.
Xie Haifeng, Wu Yue, Jie Meng, et al. Structure design of piezoelectric resonant air pump with magnetic spring [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(7): 1573 ~ 1579. (in Chinese)
- 15 程光明, 姜德龙, 孙晓锋, 等. 双腔体四振子压电泵设计及试验[J]. 排灌机械工程学报, 2010, 28(3): 190 ~ 193.
Cheng Guangming, Jiang Delong, Sun Xiaofeng, et al. Design and experiment on dual-chamber piezoelectric pump with four actuators [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2010, 28(3): 190 ~ 193. (in Chinese)
- 16 温建明, 程光明, 阚君武, 等. 主动阀压电泵阀体分析[J]. 排灌机械工程学报, 2010, 28(3): 224 ~ 227.
Wen Jianming, Cheng Guangming, Kan Junwu, et al. Study on valve body of piezoelectric pump with active valve [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2010, 28(3): 224 ~ 227. (in Chinese)
- 17 何秀华, 王健, 杨嵩, 等. 三通全扩散/收缩管无阀压电泵的流阻性能[J]. 排灌机械工程学报, 2010, 28(6): 497 ~ 501.
He Xiuhua, Wang Jian, Yang Song, et al. Flow resistance characteristics of valveless piezoelectric pump with three-way diffuser/nozzle tube [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2010, 28(6): 497 ~ 501. (in Chinese)

(上接第 239 页)

- 13 Cheng Gang, Ge Shirong. Analysis of kinematic and singular configurations of an asymmetrical parallel mechanism [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2008, 18(1): 135 ~ 139.
- 14 吴培栋, 吴昌林, 余联庆. 3/6-SPS 并联机构的奇异位形及瞬时运动分析[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2008, 36(5): 78 ~ 81.
- 15 Qi Ming, Qie Yanhui. Forward kinematics analysis for a novel 5-DOF parallel mechanism using tetrahedron configurations [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 20(6): 1 ~ 4.
- 16 Li Jianfeng, Wan Xinhua, Fei Renyuan. Performance analysis and kinematic design of pure translational parallel mechanism with vertical guide-ways [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 19(2): 300 ~ 306.
- 17 Zhao Y S, Zheng K J, Li Q C. Kinematic performance of 5-UPS/PRPU 5-axis parallel machine tool [C] // 2004 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conferences, Salt Lake City, USA, 2004: 77 ~ 85.