DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.09.040

# 摆线齿锥齿轮齿面预定位置啮合接触分析算法\*

聂少武<sup>1</sup> 邓效忠<sup>2</sup> 张 华<sup>2</sup> 李天兴<sup>1</sup> 邓 静<sup>1</sup> (1.西北工业大学机电学院,西安 710072; 2.河南科技大学机电工程学院,洛阳 471003)

【摘要】 为了能够全面掌握齿面接触质量及便于接触区调整,基于摆线齿锥齿轮刀倾全展成加工方法,对齿面任意预定位置啮合接触分析进行了研究。分析了切齿加工运动,根据刀盘、摇台与工件之间的相互位置和运动关系,建立了刀倾法切齿加工数学模型,推导出理论齿面方程。建立了含轴向位置变量的齿面滚检数学模型,推导出啮合接触分析简化算法,给出了接触椭圆求解方法,在此基础上给出了齿面预定位置啮合分析计算流程。最后以一对摆线齿锥齿轮副为例进行了齿面不同预定位置的啮合分析,仿真结果与滚检结果一致,验证了啮合接触分析算法的有效性。

关键词: 摆线齿锥齿轮 齿面啮合 切齿加工 齿面滚检模型 齿面接触分析 中图分类号: TH132.421 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2012)09-0219-07

## Tooth Contact Analysis Algorithm Based on Predetermined Position for Prolate Epicycloid Bevel Gears

Nie Shaowu<sup>1</sup> Deng Xiaozhong<sup>2</sup> Zhang Hua<sup>2</sup> Li Tianxing<sup>1</sup> Deng Jing<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi' an 710072, China2. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

#### Abstract

In order to obtain tooth contact quality and adjust the contact area, the tooth contact analysis based on predetermined position was studied based on generation method with tilt of prolate epicycloid bevel gears. The cutting movement was analyzed, and the cutting mathematical model with tilt was established according to the relative position and motion among cutter, cradle and workpiece, and the theoretical tooth surface equation was derived. The tooth testing model with axis position variable was established, the simplified tooth contact analysis algorithm was derived, the solved method about contact ellipse was given, and the solved process about tooth contact analysis based on predetermined position was provided. Finally, a pair of prolate epicycloid bevel gears was analyzed on different predetermined position, and the result shows that the simulation results are in accordance with the testing results, and the effectiveness of tooth contact analysis algorithm is verified.

Key words Prolate epicycloid bevel gears, Tooth surface meshing, Gear cutting, Tooth testing model, Tooth contact analysis

引言

摆线齿锥齿轮齿高相等,齿线为延伸外摆线。

相对圆弧收缩齿而言,摆线齿锥齿轮采用连续分度 切齿、全工序法加工,不仅生产效率高、劳动强度低, 而且在噪声、强度和传动平稳性上具有一定优

收稿日期: 2011-10-31 修回日期: 2011-12-20

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(50675061)和河南科技大学科研创新能力培育基金资助项目(2011CX009) 作者简介: 聂少武,博士生,主要从事螺旋锥齿轮设计加工研究,E-mail: nieshaowu@126.com

通讯作者:邓效忠,教授,博士生导师,主要从事机械传动理论及先进制造技术研究,E-mail: dxz01@163.com

势<sup>[1]</sup>,所以近年来越来越受关注,应用于汽车后桥 齿轮也越来越广泛。

齿面接触质量直接影响着汽车驱动桥的传动性 能,目前,摆线齿锥齿轮尚不能磨齿,齿面接触质量 需依靠研齿工艺来保证。研齿就是通过改变齿轮副 之间的轴向位置,控制接触区位置在齿面上移动,从 而达到对整个齿面的研磨。为避免研磨过程中接触 区脱离齿面,轴向位置变动量的控制显得尤为关键。

齿面接触分析是检验齿面接触质量的有效手段,国内外专家学者对摆线齿锥齿轮齿面接触分析 已经做了一些很有价值的研究<sup>[2-8]</sup>,但研究内容主 要针对理论接触位置或者在考虑安装误差的情况下 进行,尚不能对齿面啮合位置进行有效预控。

鉴于此,本文基于摆线齿锥齿轮刀倾全展成加 工方法,在建立切齿加工模型及齿面滚检模型的基 础上,研究齿面预定位置的啮合接触分析算法,计算 出齿轮副轴向变动量,在此安装条件下对一对摆线 齿锥齿轮副进行齿面啮合仿真。

#### 1 切齿加工模型

#### 1.1 机床模型及运动分析

图 1 为带刀倾刀转机构的摆线齿锥齿轮摇台式 机床模型<sup>[9]</sup>。



图1 摇台式机床模型

Fig. 1 Machine model with cradle

1. 刀盘
 2. 刀倾机构
 3. 偏心机构
 4. 床鞍
 5. 摇台机构
 6. 刀转机构
 7. 立柱滑台
 8. 工件主轴
 9. 水平滑台
 10. 回转台

采用刀倾全展成法加工时,由于刀轴倾斜,此时 轮坯安装角与节锥角不等。加工开始,先按照调整 卡参数调整部件2、3、6、7、9、10 到设定位置。加工 过程中,部件4逐渐进给至齿深,此时刀盘与工件连 续分度,部件5 暂不转动。待工件已经切到预定齿 深,摇台开始转动,实现展成,此时工件既与刀盘按 照一定的速比转动,实现连续分度,同时又配合摇台 按一定的速比完成展成运动,最终工件的实际旋转 表现为两者运动的合成。

### 1.2 刀盘数学模型

图 2 为刀齿切削刃形状。为了能够实现齿廓修 形,可将刀刃设计成圆弧形状,通过改变圆弧曲率半 径控制刀刃曲线形状,当取圆弧曲率半径无穷大时, 刀刃视为直线。图中 G 为刀齿节点, $G_1$  为刀刃上任 一点,u 为 G 与  $G_1$  间距离, $\alpha_k$  为刀刃齿形角, $R_c$  为 圆弧刀刃曲率半径。刀刃节点处坐标系  $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ 与刀齿固连。





图 3 为刀盘数学模型。刀齿切削刃在刀盘端面 上的投影与一偏置圆相切,切点为 *E* 点。在刀盘上 建立与刀盘固连的坐标系  $S_{e1}(X_{e1}, Y_{e1}, Z_{e1}), Z_{e1}$ 轴沿 刀盘轴向方向,  $X_{e1}$ 轴正向由刀盘中心指向刀齿节 点, 令  $\delta_{0k} = \angle EGO_{e1}, 称为刀齿方向角, r_b 为 O_{e0} 与 G$ 间距离,称为刀齿径向半径。



Fig. 3 Cutter-head mathematical model

坐标系  $S_{e0}(X_{e0}, Y_{e0}, Z_{e0})$ 对应刀盘初始位置,当 刀盘顺时针转过  $\theta$  角,坐标系  $S_{e1}$ 偏离初始位置,相 对坐标系  $S_{e0}$ 顺时针转过  $\theta$  角。坐标系  $S_{e}(X_{e}, Y_{e}, Z_{e})$ 为 刀盘未刀倾时原始位置,此时,与坐标系  $S_{e0}$ 重合。 采用刀倾法加工时,刀轴  $Z_{e0}$ 相对  $Z_{e}$ 轴倾斜  $\lambda$  角。 齿轮不变位时,坐标系  $S_{i}(X_{i}, Y_{i}, Z_{i})$ 与坐标系  $S_{e}$ 重 合,当齿高变位时,坐标系  $S_{e}$ 随刀盘相对坐标系  $S_{i}$ 沿刀轴方向平移  $h_{x}$ ,称为变位移距。

#### 1.3 切齿加工坐标系

依据机床模型以及对切齿运动过程的分析建立 与之对应的切齿加工坐标系,如图4所示。 $S_m(X_m, Y_m, Z_m)$ 是机床坐标系,与机床固连, $X_m O_m Y_m$ 位于产 形轮的分度平面(即机床平面)内, $S_p(X_p, Y_p, Z_p)$ 为 摇台坐标系,与摇台固连,展成过程中,随摇台顺时 针转动,角 $\theta_g$  为坐标系  $S_p$  相对机床坐标系  $S_m$  的当 前转角, $\theta_g = \varphi_g + \varphi_g^{(0)}$ ,其中  $\varphi_g$  为摇台转过的角度,  $\varphi_g^{(0)}$  为摇台初始角度。q 为角向刀位,加工右旋轮 取正值,加工左旋轮取负值。 $E_x$  为  $O_m$  与  $O_t$  间距 离,称为径向刀位, $\gamma_m$  为轮坯安装角, $E_m$  为  $O_m$  与 A间距离,称为垂直轮位,加工左旋轮向下为正,加工 右旋轮向上为正。 $x_b$  为 A 与 B 间距离,称为床位修 正量。 $x_g$  为  $O_w$  与 B 间距离,称为水平轮位修正量。 坐标系  $S_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 为辅助坐标系,  $X_a$  与轮坯轴 线重合,坐标系  $S_w(X_w, Y_w, Z_w)$ 为工件坐标系,与轮 坯固连,展成过程中,绕齿轮轴线逆时针转动,角  $\varphi$ 为轮坯的当前转角。由加工运动可知, $\varphi = i_{cw}\theta - R_{gw}\varphi_g$ ,其中  $i_{cw}$ 为刀盘与工件连续分度速比, $R_{gw}$ 为切 齿滚比。



Fig. 4 Coordinate for machining process

依据各坐标系之间的关系,经坐标变换可推导 出被加工齿轮齿面方程  $r_w(\varphi_g, u, \theta)$ 。限于篇幅,详 细推导过程省略。

在展成过程中,啮合方程可表示为

$$f(\varphi_{g}, u, \theta) = \boldsymbol{n}_{w} \cdot \boldsymbol{v}_{w} = \frac{\frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial u}}{\left|\frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial u}\right|} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial \varphi_{g}} = 0 \quad (1)$$

由式(1)可得  $\varphi_g = \varphi_g(u, \theta)$ ,将其代入齿面方程,可 消去参数  $\varphi_g$ 得到齿面方程  $\mathbf{r}_w(u, \theta)$ 。

由微分几何知识可得齿面单位法矢

$$\boldsymbol{n}_{w}(u,\theta) = \left(\frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial u}\right) / \left| \frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}_{w}}{\partial u} \right| \quad (2)$$

#### 2 齿面啮合分析

#### 2.1 啮合滚检模型

图 5 为摆线齿锥齿轮啮合滚检数学模型,图中 坐标系  $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 、 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ 分别为与齿轮 1 和齿轮 2 固连的工件坐标系,啮合过程中随齿轮 转动,且转角分别为  $\phi_1$  和  $\phi_2$ 。坐标系  $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$ 为固定安装坐标系,坐标系  $S_d(X_d, Y_d, Z_d)$ 和  $S_{b}(X_{b}, Y_{b}, Z_{b})$ 为辅助坐标系。 $\Delta E$ 为齿轮副轴线之间垂直方向变动量, $\Delta H_{1}$ 和  $\Delta H_{2}$ 分别为齿轮 1 和齿轮 2 轴向位置变动量, $\Sigma$  为轴交角。



图 5 齿轮啮合数学模型

Fig. 5 Mathematical model for tooth meshing

假设齿轮 1 和齿轮 2 齿面方程分别为  $r_1(u_1, \theta_1)$ 和  $r_2(u_2, \theta_2)$ ,法矢为  $n_1(u_1, \theta_1)$ 和  $n_2(u_2, \theta_2)$ 。将 其转换到固定坐标系  $S_h$ 中,可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{h1}(u_{1},\theta_{1},\phi_{1}) = \boldsymbol{M}_{hb}\boldsymbol{M}_{b1}\boldsymbol{r}_{1}(u_{1},\theta_{1}) \\ \boldsymbol{r}_{h2}(u_{2},\theta_{2},\phi_{2}) = \boldsymbol{M}_{hd}\boldsymbol{M}_{d2}\boldsymbol{r}_{2}(u_{2},\theta_{2}) \\ \boldsymbol{n}_{h1}(u_{1},\theta_{1},\phi_{1}) = \boldsymbol{L}_{hb}\boldsymbol{L}_{b1}\boldsymbol{n}_{1}(u_{1},\theta_{1}) \\ \boldsymbol{n}_{h2}(u_{2},\theta_{2},\phi_{2}) = \boldsymbol{L}_{hd}\boldsymbol{L}_{d2}\boldsymbol{n}_{2}(u_{2},\theta_{2}) \end{cases}$$
(3)

式(3)中 $M_{hb}$ 、 $M_{b1}$ 、 $M_{hd}$ 、 $M_{d2}$ 分别为对应坐标系之间的转换矩阵, $L_{hb}$ 、 $L_{b1}$ 、 $L_{d2}$ 分别为 $M_{hb}$ 、 $M_{b1}$ 、 $M_{hd}$ 、 $M_{d2}$ 删去最后一行和最后一列得到的矩阵。

齿轮副在啮合过程中,在任一啮合点处,两齿面 应有相同的径矢和单位法矢,因此可构建出齿面啮 合分析方程组

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{h1}(u_{1},\theta_{1},\phi_{1}) = \boldsymbol{r}_{h2}(u_{2},\theta_{2},\phi_{2}) \\ \boldsymbol{n}_{h1}(u_{1},\theta_{1},\phi_{1}) = \boldsymbol{n}_{h2}(u_{2},\theta_{2},\phi_{2}) \end{cases}$$
(4)

式(4)为含有6个未知参数的非线性方程组,可得 5个相互独立的标量方程。非线性方程组的求解收 敛性与未知参数的个数及初值选取关系很大。为了 能使式(4)有精确的收敛解,同时减少计算工作量, 可将其进一步简化。

由 
$$\boldsymbol{n}_{h1}(u_1, \theta_1, \phi_1) = \boldsymbol{n}_{h2}(u_2, \theta_2, \phi_2)$$
可得  

$$\begin{cases} \phi_1 = \phi_1(u_1, \theta_1, u_2, \theta_2) \\ \phi_2 = \phi_2(u_1, \theta_1, u_2, \theta_2) \end{cases} (5)$$

将式(5)代入式(4),消去 φ<sub>1</sub> 和 φ<sub>2</sub>,非线性方 程组可简化为

$$\boldsymbol{r}_{h1}(\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{\theta}_1) = \boldsymbol{r}_{h2}(\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{\theta}_2) \tag{6}$$

式(6)含有4个未知数,可得3个相互独立的标量方程,给定u2值和其余3个参数的初值,求解可得齿面参数的最终精确解。变动u2可得到齿面参数的一系列解,代入齿面方程可得到齿面接触迹线。

#### 2.2 传动误差和接触椭圆

传动误差[10] 定义为

 $\Delta \phi_2 = \phi_2 - \phi_2^{(0)} - (\phi_1 - \phi_1^{(0)}) z_1 / z_2$  (7)

式中, $\phi_1^{(0)}$ 和 $\phi_2^{(0)}$ 为参考点处啮合初始转角, $z_1$ 和 $z_2$ 分别为小轮和大轮齿数。将接触迹线上一系列点对应的 $\phi_1$ 和 $\phi_2$ 代入式(7)得到传动误差曲线。

点接触的锥齿轮在承受一定载荷后,接触迹线 上接触点在两齿面的公切面上将扩展成瞬时接触椭 圆,如图6所示。



图 6 齿面瞬时接触椭圆示意图 Fig. 6 Schematic diagram of instantaneous contact elliptic on tooth surface

由齿轮啮合原理可以求得齿面接触点处两个相 互垂直方向的单位矢量及对应的法曲率和挠率,通 过坐标变换转换到公切面上,假定齿面1上两个相 互垂直的方向矢量为 $e_f$ 和 $e_h$ ,对应法曲率和挠率分 别为 $k_f$ 、 $k_h$ 和 $\tau_f$ 、 $\tau_h$ ,齿面2上两个相互垂直的方向 矢量为 $e_s$ 和 $e_q$ ,对应法曲率和挠率分别为 $k_s$ 、 $k_q$ 和  $\tau_s$ 、 $\tau_q$ , $e_f$ 到 $e_s$ 的方向转角为 $\alpha$ , $e_f$ 到 $e_u$ 的方向转角 为 $\beta$ 。 $e_u$ 和 $e_s$ 分别为接触椭圆长轴方向和短轴方 向单位矢量。

由欧拉公式的推广公式可知,齿面1和齿面2 在 *e* "和 *e* "方向上的法曲率<sup>[11]</sup>为

$$\begin{cases} k_{1u} = k_f \cos^2 \beta + k_h \sin^2 \beta + \tau_f \sin(2\beta) \\ k_{1v} = k_f \sin^2 \beta + k_h \cos^2 \beta - \tau_f \sin(2\beta) \end{cases}$$
(8)  
$$\begin{cases} k_{2u} = k_s \cos^2(\beta - \alpha) + k_q \sin^2(\beta - \alpha) + \\ \tau_s \sin(2\beta - 2\alpha) \\ k_{2v} = k_s \sin^2(\beta - \alpha) + k_q \cos^2(\beta - \alpha) - \\ \tau_s \sin(2\beta - 2\alpha) \end{cases}$$
(9)

在接触椭圆长轴方向  $e_u$  和短轴方向  $e_v$ 上,两 共轭齿面相对主曲率为

$$\begin{cases} \Delta k_{u} = k_{1u} - k_{2u} \\ \Delta k_{v} = k_{1v} - k_{2v} \end{cases}$$
(10)

则接触椭圆长半轴和短半轴长度为

$$\begin{cases} a = \sqrt{2\xi/|\Delta k_u|} \\ b = \sqrt{2\xi/|\Delta k_v|} \end{cases}$$
(11)

式中 *ξ* 取 0.006 35 mm(格里森标准)。

### 3 齿面预定位置啮合分析求解流程

#### 3.1 大轮齿面预定位置及求解

在大轮旋转投影面齿面上预定一啮合点  $P_2$ ,用 参数 dz 和 dy 控制其在齿面上的位置,如图 7 所示。



Fig. 7 Predetermined position on gear flank

由图中几何关系可求得预定位置 *P*<sub>2</sub> 点在坐标 系 *S*<sub>2</sub>(*Y*<sub>2</sub>, *O*<sub>2</sub>, *Z*<sub>2</sub>)中的坐标 *P*<sub>2</sub>(*Z*<sub>2</sub>, *Y*<sub>2</sub>)。根据旋转 投影关系<sup>[12]</sup>可得

$$\begin{cases} \sqrt{x_2^2(u_2, \theta_2) + y_2^2(u_2, \theta_2)} = Y_2 \\ z_2(u_2, \theta_2) = Z_2 \end{cases}$$
(12)

式(12)中, $x_2(u_2, \theta_2), y_2(u_2, \theta_2)$ 和  $z_2(u_2, \theta_2)$ 为  $r_2(u_2, \theta_2)$ 的3个坐标分量。对式(12)进行求解,可 得出齿面参数 $(u_2, \theta_2)$ ,代入齿面方程可得到大轮齿 面预定位置空间坐标。

#### 3.2 小轮齿面共轭点近似求解

将大轮和小轮装配在一起,旋转投影面内两齿 面上啮合点位置<sup>[13]</sup>如图8所示。



图 8 中, *P*<sub>1</sub> 点为小轮齿面上与大轮齿面预定点 *P*<sub>2</sub> 相对应的点, 在坐标系 *S*<sub>10</sub>(*Y*<sub>10</sub>, *P*, *Z*<sub>10</sub>) 中可表示 为(dz, - dy), 由图中几何关系可求得其在坐标系 *S*<sub>1</sub>(*Y*<sub>1</sub>, *O*<sub>1</sub>, *Z*<sub>1</sub>) 中的坐标 *P*<sub>1</sub>(*Z*<sub>1</sub>, *Y*<sub>1</sub>)。根据旋转投影 关系可得

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2(u_1, \theta_1) + y_1^2(u_1, \theta_1)} = Y_1 \\ z_1(u_1, \theta_1) = Z_1 \end{cases}$$
(13)

式(13)中, $x_1(u_1, \theta_1)$ 、 $y_1(u_1, \theta_1)$ 和 $z_1(u_1, \theta_1)$ 为  $r_1(u_1, \theta_1)$ 的3个坐标分量。对其求解,可得小轮齿

面共轭点齿面参数( $u_{01}, \theta_{01}$ )。当齿轮副轴向位置变 动后,小轮齿面共轭点位置将发生变化,此时齿面参 数 $(u_{01}, \theta_{01})$ 可作为小轮齿面精确啮合位置求解的初 值。

### 3.3 齿轮副轴向位置变动量求解

在大轮齿面上预定啮合位置后,为使大轮和小 轮齿面能在该预定点共轭,需要对齿轮副轴向位置 进行调整,因此必须对轴向位置变量进行求解。

待大轮齿面预定位置齿面参数确定后,分别将 大轮和小轮啮合点坐标转换到图 5 所示安装坐标系  $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$ 中,可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{h1} = \boldsymbol{r}_{h1} \left( u_1, \theta_1, \phi_1, \Delta H_1, \Delta E \right) \\ \boldsymbol{r}_{h2} = \boldsymbol{r}_{h2} \left( \phi_2, \Delta H_2 \right) \end{cases}$$
(14)

将式(5)代入式(14),可消去参数  $\phi_1$  和  $\phi_2$ , 式(14)可转换为

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{h1} = \boldsymbol{r}_{h1} \left( u_1, \theta_1, \Delta H_1, \Delta E \right) \\ \boldsymbol{r}_{h2} = \boldsymbol{r}_{h2} \left( u_1, \theta_1, \Delta H_2 \right) \end{cases}$$
(15)

在齿轮副啮合接触位置,有啮合方程

 $\boldsymbol{\Phi}_{h} = \boldsymbol{n}_{h2} \cdot (\boldsymbol{\omega}_{h1} \times \boldsymbol{r}_{h1} - \boldsymbol{\omega}_{h2} \times \boldsymbol{r}_{h2}) = 0$ (16) 式中  $\boldsymbol{\omega}_{\mu}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_{\mu}$ ——小轮和大轮角速度

此外为调整啮合间隙, $\Delta H_1$ 和  $\Delta H_2$ 满足<sup>[14]</sup>

 $\Delta H_2 = -\Delta H_1 \tan \delta_1$ (17)

式中 δ,——小轮节锥角

由  $r_{h1} = r_{h2}$  可得到3个标量方程,联立式(16)和 式(17)共得5个标量方程,对由该5个方程组成的 非线性方程组求解可计算出齿轮副轴向位置变量 位置的齿面接触分析。

#### 4 试验

以一对奥利康摆线齿锥齿轮副为例,在大轮工 作齿面(凸面)上预定3个啮合位置,分别对其进行 了齿面啮合分析。齿轮副几何参数、刀具参数和基 本加工参数见表1~3,表4为预定位置控制参数。 图 9~11 分别为对应表 4 中 3 种预定位置下齿面啮 合仿真结果。

对图 9~11 进行分析可得:在大端啮合,(ΔE,  $\Delta H_1, \Delta H_2$ ) = (-0.3176, 0.0420, -0.0370), 传动 误差交点处幅值为-15.47",啮合位置处接触椭圆 长轴 a = 6.1710 mm;在中间啮合位置,( $\Delta E, \Delta H_1$ ,  $\Delta H_2$ ) = (0.1574, 0.0017, -0.0016), 传动误差交 点处幅值为-20.71",啮合位置处接触椭圆长轴 a= 6.9394 mm;齿面小端啮合位置,( $\Delta E$ , $\Delta H_1$ , $\Delta H_2$ ) = (0.5758,-0.1006,0.0838),传动误差交点处幅 值为 - 26.27", 啮合位置处接触椭圆长轴 a = 8.0266 mm。由此可以看出,啮合接触位置由大端移

奥利康锥齿轮几何参数 Tab. 1 Geometrical parameters of Oerlikon bevel gears

表 1

参数	小轮	大轮
齿数	25	29
旋向	左旋	右旋
轴夹角/(°)	90	90
偏置距/mm	0	0
参考点法向模数/mm	2. 308 441	2. 308 441
参考点螺旋角/(°)	35	35
压力角/(°)	20	20
齿宽/mm	25	25
全齿高/mm	5. 193 992	5. 193 992
齿顶高/mm	2. 539 285	2.077 597
参考点分度圆半径/mm	86. 775 337	100.660 00
节锥角/(°)	40. 762 699	49.237 301

表 2 刀具参数 Tab.2 Cutter-head parameters

参数	小轮	大轮
刀组数	11	11
内刀齿方向角/(°)	7.184687	7. 267 516
外刀齿方向角/(°)	7.1269 84	7.321086
内刀半径/mm	99. 598 923	100. 365 234
外刀半径/mm	100. 401 100	99. 634 789
内刀齿形角/(°)	12.259140	20
外刀齿形角/(°)	- 27. 743 879	- 20

表 3 基本加工参数

Tab. 3 Basic processing parameters

参数	小轮	大轮
基本刀倾角/(°)	11.083 700	0
径向刀位/mm	88.846298	88.848000
角向刀位/(°)	87.170 898	87.059097
安装角/(°)	35.848 801	49. 237 301
垂直轮位/mm	0	0
水平轮位修正量/mm	-0.002121	0
床位修正量/mm	-4.342 200	0
滚比	1. 525 884	1.320272

表 4 预定位置参数 Tab. 4 Predetermined position parameters

		• •	
参数	位置1	位置2	位置3
dz/mm	5	0	- 5
dy∕mm	0	0	0

至小端,传动误差逐渐增大,接触椭圆也逐渐增大。 观察齿面接触区还可以看出,按计算的轴向位置变



量对齿轮副安装位置调整,啮合仿真接触区中心在 齿面上的位置与预定位置一致。

此外,为验证齿面啮合分析结果,在滚检机上分 别按3个位置的轴向位置调整量安装齿轮副,对齿 面进行了滚检实验,齿面接触印痕如图12所示。对 图9~12进行对比可知,齿面啮合仿真接触区与滚 检接触印痕基本一致。

#### 5 结论

(1)基于摆线齿锥齿轮刀倾全展成加工方法, 建立了切齿加工数学模型和含齿轮副轴向位置变量



图 12 齿面接触印痕 Fig. 12 Tooth contact pattern (a) 大端 (b) 中间 (c) 小端

的齿面滚检数学模型,推导出了齿面预控位置的啮 合分析算法。

(2)与传统的齿面接触分析方法相比,该算法可以实现对齿面啮合位置的预控,并可计算出齿轮副轴向位置调整量,这为摆线齿锥齿轮接触区的修

正及研齿过程中齿轮轴向位置运动控制提供了理论 依据。

(c)

(3) 以一对摆线齿锥齿轮副为例进行了不同预 定位置的齿面啮合分析,仿真结果与滚检结果基本 一致,从而验证了啮合分析算法的有效性。

参考文献

1 吴乃云. 延伸外摆线等高齿的设计及应用[J]. 汽车工艺与材料, 2008(2): 49~51.

Wu Naiyun. Design and application of extended epicycloid equal-height spiral bevel gear [J]. Automobile Technology and Material, 2008(2): 49 ~ 51. (in Chinese)

- Fan Q. Computerized modeling and simulation of spiral bevel and hypoid gears manufactured by Gleason face hobbing process
   [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2006, 128(6):1 315 ~ 1 327.
- 3 Fan Q. Kinematical simulation for face hobbing indexing and tooth surface generation of spiral bevel and hypoid gears [J]. Gear Technology, 2006, 23(1):30 ~ 38.



- 4 李海涛,魏文军. 摆线齿锥齿轮齿面接触区的计算机辅助分析[J]. 中国农业大学学报,2004,9(5):45~50. Li Haitao, Wei Wenjun. Computer aided analysis for contact pattern of prolate epicycloids bevel and hypoid gears[J]. Journal of China Agricultural University,2004,9(5):45~50. (in Chinese)
- 5 Shih Y P, Fong Z H, Lin G C Y. Mathematical model for a universal face hobbing hypoid gear generator [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(1):38 ~ 47.
- 6 Fan Q. Enhanced algorithms of contact simulation for hypoid gear drives produced by face-milling and face-hobbing processes [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007,129(1):31 ~ 37.
- 7 Shih Y P, Fong Z H. Flank modification methodology for face-hobbing hypoid gears based on ease-off topography[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(12):1 294 ~ 1 302.
- 8 Vimercati M. Mathematical model for tooth surfaces representation of face-hobbed hypoid gears and its application to contact analysis and stress calculation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(6):668 ~ 690.
- 9 Shih Y P. A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(8): 1 108 ~ 1 124.
- 10 Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory [M]. United Kingdom: Cambridge University Press, 2004.
- 11 董学朱. 摆线齿锥齿轮及准双曲面齿轮设计和制造[M]. 北京:机械工业出版社, 2002.
- 12 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989.
- 13 唐进元, 雷国伟. 含误差的齿面接触分析初始点确定算法[J]. 航空动力学报, 2010,25(7):1670~1675.
   Tang Jinyuan, Lei Guowei. Algorithm for determination of the initial point in error tooth contact analysis [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(7): 1670~1675. (in Chinese)
- 14 魏冰阳,方宗德,周彦伟,等. 螺旋锥齿轮振动研磨的运动模型研究与分析[J]. 机械科学与技术,2004,23(3): 253~259.
   Wei Bingyang, Fang Zongde, Zhou Yanwei, et al. Study on kinematics model of vibration lapping process for spiral bevel gears [J]. Mechanical Science and Technology,2004, 23(3): 253~259. (in Chinese)

#### (上接第234页)

- 11 Huang R J, Schmerr L W, Sedov A. Multi-Gaussian ultrasonic beam modeling for multiple curved interfaces—an ABCD matrix approach [J]. Research in Nondestructive Evaluation, 2005, 16(4): 143 ~ 174.
- 12 Kim H J, Schmerr L W, Sedov A. Generation of the basis sets for multi-Gaussian ultrasonic beam models—an overview [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2006, 119(4): 1 971 ~ 1 978.
- 13 官火梁,吴强,席平. RCS 计算中 NURBS 曲面和射线求交的快速计算[J]. 工程图学学报, 2006,27(1): 87~91.
   Guan Huoliang, Wu Qiang, Xi Ping. A fast algorithm for intersection calculation of ray and NURBS surface in predicting radar cross section calculation [J]. Journal of Engineering Graphics, 2006, 27(1): 87~91. (in Chinese)
- 14 王保庆,张俐,李东升. 逆向工程中 NURBS 曲面与直线交点快速计算[J]. 工程图学学报, 2010,31(2): 149~152.
   Wang Baoqing, Zhang Li, Li Dongsheng. Rapid calculation of intersection points between NURBS surface and line in reverse engineering [J]. Journal of Engineering Graphics, 2010, 31(2): 149~152. (in Chinese)
- 15 江健,郭天太,吴思源,等.曲面构件一体化超声自动检测方法研究[J].传感技术学报,2006,19(2):383~392. Jiang Jian, Guo Tiantai, Wu Siyuan, et al. Research of integrated ultrasonic auto detecting method on curved surfaces [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2006, 19(2):383~392. (in Chinese)