

3-SPR 并联机构运动学分析*

梅江平 高奔 谭杨 王兰

(天津大学机械工程学院, 天津 300072)

【摘要】 针对一种3-SPR 并联平台机构,依据机构的数学模型建立了机构的位置逆解模型,在此基础上推导出各支链的速度映射模型,通过算例和运动学仿真软件 CosmosMotion 的仿真结果对比分析验证了该速度模型正确有效,并通过利用 SolidWorks 软件进行虚拟机构的建模,对其工作空间进行仿真,得到机构工作空间的几何形状。

关键词: 并联机构 3-SPR 速度叠加 工作空间

中图分类号: TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)08-0215-06

Kinematic Analysis of 3-SPR Parallel Mechanism

Mei Jiangping Gao Ben Tan Yang Wang Lan

(School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract

The inverse and forward position model of a 3-SPR parallel platform mechanism was established. The velocity model of each chain was derived on basis of the position analysis. By comparing the calculation analysis of samples and the results derived by simulation software CosmosMotion, the position and velocity analyses were proved to be correct. The virtual mechanism was modeled by using SolidWorks. The geometric shape of workplace was obtained.

Key words Parallel mechanism, 3-SPR, Velocity stack, Workplace

引言

并联机构具有高速、高刚度、高承载能力以及误差不累积等特点^[1-4]。其中少自由度并联机构又以其结构简单、控制容易和制造成本低等优点,成为当前并联机构研究的热点^[5-7]。目前对少自由度并联机构的研究主要以3自由度为中心。空间3自由度并联机构以对3-RPS 并联平台的研究较多^[8-12]。其倒置机构3-SPR 作为另一种欠秩机构,正逐渐成为少自由度并联机构的研究热点^[13-14]。石岩等^[8]利用解析法对一种输入对称的空间并联3-SPR 机构进行运动学和静力分析,得到了机构的雅可比矩阵和奇异位形;Lu 等^[9]利用约束力和力矩对线性驱动少自由度并联机构的运动学进行了分析,得到了机构的驱动速度和驱动加速度。赵铁石^[10]研究了3-RPS 机构及其倒置3-SPR 机构的单纯

运动路径图谱以及机构的可达工作空间,发现了3-RPS 机构的允许移动路径只有一条,而3-SPR 机构的允许移动路径有无穷多条;Lu 等^[15-16]运用CAD 变量几何法对3-RPS 机构和3-SPR 机构的工作空间进行了对比和分析,结果表明3-SPR 机构比3-RPS 机构具有更好的特性。

本文针对一种几何对称的3-SPR 并联机构,利用空间矢量的解析法和速度叠加原理对机构进行速度建模,通过对杆件的驱动速度和角速度的分析,得到驱动速度和杆件角速度的关系,并得到运动过程中杆件的自旋速度;利用杆长逼近的方法^[1],通过三维建模软件建立机构虚拟模型,进行工作空间搜索。

1 机构位置

1.1 机构简介和坐标系

图1所示为3-SPR 并联机构简图,该机构主

要由静平台、3条对称布置的SPR支链和运动平台组成，S副与上方的静平台联接，R副与下方的动平台铰接， $A_i, B_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为联接动、静平台的铰链中心并分别构成等边三角形，其中心分别为 O_A 和 O_B ，外接圆半径分别为 a 和 b ，各支链与动平台联接的转动副轴线与 $\overline{O_A A_i}$ 垂直。分别在静、动平台的中心建立固定坐标系 O_Bxyz 和运动坐标系 O_Auvw ，令 x 轴与 $\overline{O_B B_3}$ 重合， z 轴垂直于 B_i 所在平面， y 轴满足右手定则；同样地，令 u 轴与 $\overline{O_A A_3}$ 重合， w 轴垂直于 A_i 所在平面， v 轴满足右手定则。为描述支链的运动情况，以 B_i 为中心建立牵连坐标系 $B_i x_i y_i z_i$ ， x_i 轴与联接动平台的R副轴线 c_i 平行， z_i 轴与 $\overline{B_i A_i}$ 重合并指向 A_i ， y_i 轴满足右手定则(图1)。

1.2 位置分析

位置分析涉及位置的逆解和正解分析，依据机构的特点导出输入与输出量之间的关系。

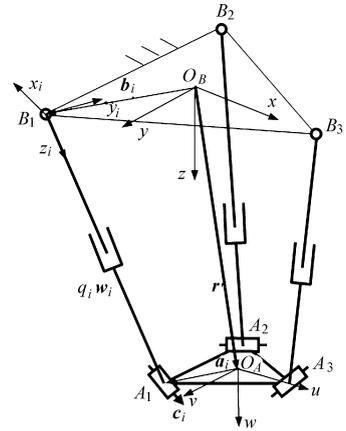


图1 3-SPR机构简图

Fig.1 Schematic diagram of 3-SPR mechanism

根据1.1节中所述的坐标系定义，坐标系 O_Auvw 相对于坐标系 O_Bxyz 的姿态矩阵 R 可用 $z-x-z$ 欧拉角可表示为

$$R = \text{Rot}(z, \psi) \text{Rot}(x, \theta) \text{Rot}(z, \delta) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\psi\cos\delta - \sin\psi\cos\theta\sin\delta & -\cos\psi\sin\delta - \sin\psi\cos\theta\cos\delta & \sin\psi\sin\theta \\ \sin\psi\cos\delta + \cos\psi\cos\theta\sin\delta & -\sin\psi\sin\delta + \cos\psi\cos\theta\cos\delta & -\cos\psi\sin\theta \\ \sin\theta\sin\delta & \sin\theta\cos\delta & \cos\theta \end{bmatrix} = [u \ v \ w] = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix}$$

式中 u, v, w ——轴 u, v 和 w 在坐标系 O_Bxyz 下的单位矢量

ψ, θ, δ ——欧拉角

式中 θ_i ——向量 c_i 的结构角，为向量 c_i 与 u 轴正方向的夹角

1.2.1 位置逆解模型

位置逆解是指给定末端输出量，求得3个驱动杆的长度 $q_i (i = 1, 2, 3)$ 。根据前述建立的数学模型可知，在固定坐标系 O_Bxyz 下，点 A_i 和点 B_i 的坐标可以表示为

$$\begin{cases} [X_{B_i} \ Y_{B_i} \ Z_{B_i}]^T = b[\cos\phi_i \ \sin\phi_i \ 0]^T \\ [X_{A_i} \ Y_{A_i} \ Z_{A_i}]^T = aR[\cos\phi_i \ \sin\phi_i \ 0]^T + [x_0 \ y_0 \ z_0]^T \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\phi_i = \begin{cases} 2\pi/3 & (i = 1) \\ -2\pi/3 & (i = 2) \\ 0 & (i = 3) \end{cases}$$

其中 $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ 为动平台中心点 O_A 在固定坐标系下 O_Bxyz 的坐标表示。则支链杆长 q_i 及其向量 $q_i w_i$ 可以表示为

$$q_i^2 = (X_{B_i} - X_{A_i})^2 + (Y_{B_i} - Y_{A_i})^2 + (Z_{B_i} - Z_{A_i})^2 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

$$q_i w_i = \overrightarrow{B_i A_i} = [X_{A_i} - X_{B_i} \ Y_{A_i} - Y_{B_i} \ Z_{A_i} - Z_{B_i}] \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5)$$

将式(5)中 $q_i w_i$ 代入约束方程(2)可以得

在坐标系 O_Bxyz 下建立机构的位置闭环约束方程

$$r = b_i + q_i w_i - a_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

其中

$$b_i = b[\cos\phi_i \ \sin\phi_i \ 0]^T$$

$$a_i = aR[\cos\phi_i \ \sin\phi_i \ 0]^T$$

$$\phi_i = \begin{cases} 2\pi/3 & (i = 1) \\ -2\pi/3 & (i = 2) \\ 0 & (i = 3) \end{cases}$$

式中 r ——动平台中心 O_A 的位置矢量

b_i ——各球铰中心 B_i 的位置矢量

q_i ——各支链的长度

w_i ——相应支链单位矢量

a_i —— $\overline{O_A A_i}$ 的位置矢量

ϕ_i ——各铰链在动静平台上的结构角，为向量 b_i 与 x 轴正方向的夹角

由机构的几何特点可以得到约束方程

$$q_i w_i \cdot c_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

其中

$$c_i = R[\cos\theta_i \ \sin\theta_i \ 0]^T$$

$$\theta_i = \begin{cases} \pi/6 & (i = 1) \\ 5\pi/6 & (i = 2) \\ \pi/2 & (i = 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 = \frac{bu_y(3v_y - u_x) + 2z_0w_x}{2w_z} \\ y_0 = \frac{bu_x(u_x - v_y) - 2bv_xu_y + 2z_0w_y}{2w_z} \\ \delta = \psi \end{cases} \quad (6)$$

将式(3)和(6)代入式(4)中或由式(1)可以得到杆长 $q_i (i=1, 2, 3)$ 为

$$\begin{cases} q_1^2 = b^2 + a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + by_0 - \sqrt{3}bx_0 - 2abu_x + 2\sqrt{3}abv_x \\ q_2^2 = b^2 + a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 3abv_y + abu_x - 2by_0 \\ q_3^2 = b^2 + a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + by_0 + \sqrt{3}bx_0 - 2abu_x - 2\sqrt{3}abv_x \end{cases} \quad (7)$$

根据式(1)或式(5)可以得到支链的方向向量

$$\mathbf{w}_i = \frac{\mathbf{r} + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i}{q_i} \quad (8)$$

综上,当已知动平台位置和姿态参量中的 $[\phi \ \theta \ z_0]$,根据式(7)和式(8)可以得到支链杆长 q_i 以及其姿态向量 \mathbf{w}_i 。

1.2.2 位置正解模型

位置正解的是指在给定驱动杆件的长度 q_i 求得末端动平台中心点 O_A 的坐标 $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ 和动平台的姿态角 $[\psi \ \theta \ \delta]$ 。

由式(1)可以得

$$q_i^2 = (\mathbf{r} + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i)^T (\mathbf{r} + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i) \quad (i=1, 2, 3) \quad (9)$$

由式(1)和式(2),可以将 x_0, y_0 和 δ 用 $[\psi \ \theta \ z_0]$ 来表示,得到

$$\begin{cases} x_0 = \frac{bu_2(3v_2 - u_1) + 2z_0w_1}{2w_3} \\ y_0 = \frac{bu_1(u_1 - v_2) - 2bv_1u_2 + 2z_0w_2}{2w_3} \\ \delta = \psi \end{cases} \quad (10)$$

通过式(9)和式(10)化简可得到关于 $[\psi \ \theta \ z_0]$ 的方程组为

$$\mathbf{G}(\psi, \theta, z_0) = \begin{bmatrix} g_1(\psi, \theta, z_0) \\ g_2(\psi, \theta, z_0) \\ g_3(\psi, \theta, z_0) \end{bmatrix} = 0$$

利用数值迭代,在取定初值 $\mathbf{x}^{(0)} = [\psi \ \theta \ z_0]$ 后,当误差 $\mathbf{y}^{(k)}$ 满足要求时,即可得到满足要求的 $[\psi \ \theta \ z_0]$ 值,从而利用式(7),最终得到动平台中心点 O_A 坐标 $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ 和动平台的位姿角 $[\psi \ \theta \ \delta]$ 。

2 机构速度映射模型

依据 3-SPR 机构的特点,速度映射模型涉及

末端动平台中心点 O_A 的速度 \mathbf{v} 和角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的关系解耦和建立点 O_A 的速度(即操作速度)与支链轴向的伸缩速度(关节速度)以及支链角速度之间的映射关系,由于机构的静平台和各个支链是通过球副进行铰接,因而在机构运动过程中,各个支链存在绕自身轴线的运动,所以支链的角速度的分析也涉及对杆件自旋速度的分析。

2.1 末端速度解耦

设支链 q_i 相对于末端动平台的角速度为 $\boldsymbol{\omega}_{reli}$,那么利用速度叠加原理,以动平台上点 A_i 为参考点,在动平台坐标系 O_Auvw 中,静平台球副中心点 B_i 的速度可以表示为

$$\mathbf{v}_{B_i} = \mathbf{v}_{A_i} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B_iA_i} + \mathbf{v}_{rel} \quad (i=1, 2, 3) \quad (11)$$

其中 $\mathbf{r}_{B_iA_i} = -q_i \mathbf{w}_i$ $\mathbf{v}_{A_i} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i$

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega}_{reli} + \boldsymbol{\omega} \quad \mathbf{v}_{rel} = -\dot{q}_i \mathbf{w}_i$$

式中 \mathbf{v}_{A_i} ——点 A_i 的速度

$\boldsymbol{\Omega}$ ——杆 q_i 的绝对角速度

\mathbf{v}_{rel} ——点 B_i 相对于点 A_i 的速度

将 $\mathbf{r}_{B_iA_i}, \mathbf{v}_{A_i}, \mathbf{v}_{rel}$ 代入式(11)中整理,同时两边点乘 \mathbf{c}_i ,由于点 B_i 的速度在 \mathbf{c}_i 的方向上的分量为 0,同时 $\boldsymbol{\omega}_{reli} \times (-q_i \mathbf{w}_i) \cdot \mathbf{c}_i = 0$ 及 $(-\dot{q}_i \mathbf{w}_i) \cdot \mathbf{c}_i = 0$ 整理可得 \mathbf{v} 和 $\boldsymbol{\omega}$ 的关系

$$\boldsymbol{\omega} = -\{[(\mathbf{r}_i - q_i \mathbf{w}_i) \times \mathbf{c}_i]^T\}^{-1} \mathbf{c}_i^T \mathbf{v} = \mathbf{J}_c \mathbf{v} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{J}_c = -\{[(\mathbf{r}_i - q_i \mathbf{w}_i) \times \mathbf{c}_i]^T\}^{-1} \mathbf{c}_i^T =$

$$-\begin{bmatrix} [(\mathbf{r}_1 - q_1 \mathbf{w}_1) \times \mathbf{c}_1]^T \\ [(\mathbf{r}_2 - q_2 \mathbf{w}_2) \times \mathbf{c}_2]^T \\ [(\mathbf{r}_3 - q_3 \mathbf{w}_3) \times \mathbf{c}_3]^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^T \\ \mathbf{c}_2^T \\ \mathbf{c}_3^T \end{bmatrix}$$

式中 \mathbf{J}_c ——速度 \mathbf{v} 和角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的耦合系数

2.2 支链轴向速度

在给出动平台的速度 \mathbf{v} 和角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的条件下,容易得到动平台端点(即转动副中心点) A_i 的速度为

$$\mathbf{v}_{A_i} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (13)$$

那么当将点 A_i 看作是杆件 q_i 的末端点时,点 A_i 在向量 \mathbf{w}_i 方向上的投影即为杆 q_i 沿着杆方向上的速度的大小,即

$$\dot{q}_i = \mathbf{v}_{B_i} \cdot \mathbf{w}_i = (\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{w}_i = \mathbf{J} \mathbf{v} \quad (i=1, 2, 3) \quad (14)$$

其中 $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \mathbf{w}_2^T \\ \mathbf{w}_3^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{w}_1)^T \\ (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{w}_2)^T \\ (\mathbf{r}_3 \times \mathbf{w}_3)^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_c$

式中 \mathbf{J} ——速度的雅可比矩阵

2.3 支链角速度分析

设动坐标系 $B_i x_i y_i z_i$ 的转动速度为 $\boldsymbol{\omega}_i$,由于该

动系与杆件 q_i 是固连在一起的,因而动系的角速度 ω_i 即为杆件 q_i 的角速度;令 C_i 为转动副轴线单位方向向量的末端点,即 $\overline{A_i C_i} = \mathbf{c}_i$,其长度为 1。

由速度叠加原理,相对于点 B_i ,点 A_i 的速度 \mathbf{v}_{A_i} 又可以表示为

$$\mathbf{v}_{A_i} = \mathbf{v}_{B_i} + \omega_i \times \mathbf{r}_{A_i B_i} + \mathbf{v}_{rel A_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (15)$$

其中 $\mathbf{r}_{A_i B_i} = q_i \mathbf{w}_i$ $\mathbf{v}_{rel A_i} = (\mathbf{v}_{A_i} \cdot \mathbf{w}_i) \mathbf{w}_i$ $\mathbf{v}_{B_i} = 0$

式中 $\mathbf{v}_{rel A_i}$ ——点 A_i 相对于动坐标系的速度

将式 $\mathbf{r}_{A_i B_i}$ 、 $\mathbf{v}_{rel A_i}$ 、 \mathbf{v}_{B_i} 代入式 (15) 中,同时两边左叉乘向量 \mathbf{w}_i ,并将式 (13) 代入,可得 ω_i 在平面 $x_i B_i y_i$ 上的投影

$$\omega_{ixy} = \frac{1}{q_i} [\mathbf{w}_i \times \mathbf{v} + (\mathbf{w}_i^T \mathbf{r}_i) \omega - \mathbf{r}_i (\mathbf{w}_i^T \omega)] \quad (i = 1, 2, 3) \quad (16)$$

当将向量 \mathbf{c}_i 看作动平台上的向量时,那么点 C_i 的速度可以表示为

$$\mathbf{v}_{C_i} = \mathbf{v} + \omega \times (\mathbf{r}_i + \mathbf{c}_i) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (17)$$

当将向量 \mathbf{c}_i 看作杆件 q_i 上的一个向量时,点 C_i 的速度又可以表示为

$$\mathbf{v}_{C_i} = \mathbf{v}_{A_i} + \omega_{A_i} \times \mathbf{r}_{C_i A_i} = \mathbf{v} + \omega \times \mathbf{r}_i + \omega_i \times \mathbf{c}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (18)$$

由式 (17) 和式 (18) 经过化简,并在式两边点乘向量 \mathbf{y}_i ,可得杆件 q_i 的自旋速度

$$\omega_{iz} = (\omega \cdot \mathbf{w}_i) \mathbf{w}_i = (\mathbf{w}_i^T \omega) \mathbf{w}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (19)$$

由式 (16) 和式 (19),可以得到支链 q_i 的角速度为

$$\omega_i = \omega_{ixy} + \omega_{iz} = \mathbf{J}_{di} \mathbf{v} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (20)$$

其中 $\mathbf{J}_{di} = \frac{1}{q_i} [[\mathbf{w}_i \times] + ((\mathbf{w}_i^T \mathbf{r}_i) \mathbf{E}_3 - \mathbf{r}_i \mathbf{w}_i^T) + q_i (\mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^T)] \mathbf{J}_c$

式中 $[\mathbf{w}_i \times]$ —— \mathbf{w}_i 向量的反对称矩阵

\mathbf{E}_3 ——三阶单位矩阵

3 可达工作空间

机器人的可达工作空间是指机构末端参考点 (如动平台中心点) 所能达到的空间的集合。

根据上述描述的机构模型,本文讨论的机构的可达工作空间是指动平台中心点 O_A 所能到达的空间点的集合。利用计算机三维造型软件辅助建立虚拟机构的方法,给定机构杆长 q_i ($i = 1, 2, 3$) 的取值范围 (一般给定杆长 q_i 的最大值 q_{max} 和最小值 q_{min}),利用杆长逼近的方法得到机构工作空间的边界曲面,该边界曲面包围的空间即为机构末端动平台中心点 O_A 可达工作空间。构造方法如下:①令杆长 $q_1 = q_{min}$ 。②连续改变杆长 q_3 的值,以步长为 Δq 的间隔来改变杆长 q_2 的值,两者的变化范围均

在 $q_{min} \sim q_{max}$ 之间,得到曲线簇 (面) W_1 。③令 $q_1 = q_{max}$,重复步骤②,得到曲线簇 (面) W_2 。④令 $q_2 = q_{min}$ 。⑤连续改变 q_3 的值,并且以步长为 Δq 的间隔来改变 q_1 的值,两者的变化范围均在 $q_{min} \sim q_{max}$ 之间,得到曲线簇 (面) W_3 。⑥令 $q_2 = q_{max}$,重复步骤⑤,得到曲线簇 (面) W_4 。⑦令 $q_3 = q_{min}$ 。⑧连续改变杆长 q_1 的值,以步长为 Δq 的间隔来改变杆长 q_2 的值,两者的变化范围均在 $q_{min} \sim q_{max}$ 之间,得到曲线簇 (面) W_5 。⑨令 $q_3 = q_{max}$,重复步骤⑧,得到曲线簇 (面) W_6 。⑩综合曲线簇 (面) $W_1 \sim W_6$,可以得到一个规则的空间几何体,即为模拟机构在给定条件下的机构的工作空间。

4 数值算例

为了验证上述速度模型的正确性,选取如图 2 的折线轨迹。设点 O_A 在操作空间中过固定坐标系 z 轴的任意截面边界上作所示的折线运动,以当 $\gamma = 0^\circ$ 时轨迹为例。

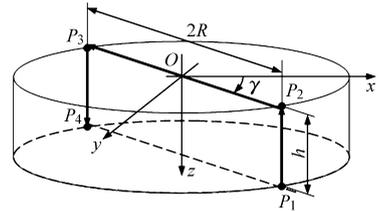


图 2 过 z 轴任意截面上的轨迹规划
Fig. 2 Trajectory planning in random plan through z -axis

由图可见,点 O_A 的运动可分解为 3 个直线轨迹段 $\overline{P_i P_j}$,其中 $l_{P_1 P_2} = l_{P_3 P_4} = h$, $l_{P_2 P_3} = 2R$ 。

给定动平台参考点 O_A 的最大移动速度 $v_{max} = 0.75 \text{ m/min}$ 和最大加速度 $a_{max} = 10 \text{ m/s}^2$,运用 3-4-5 多项式运动规律来验证,即

$$S = \frac{a_{max} T^2}{5.7735} (10\rho^3 - 15\rho^4 + 6\rho^5) \left(\rho = \frac{t}{T} \right) \quad (21)$$

$$v_{max} = \frac{a_{max} T}{5.7735} (30\rho^2 - 60\rho^3 + 30\rho^4) \left(\rho = \frac{1}{2} \right) \quad (22)$$

机构的几何参数和轨迹参数如表 1 所示。

表 1 3-SPR 几何参数和轨迹参数

Tab. 1 Geometric and trajectory parameters of 3-SPR

参数	R	h	a	b	q_{max}	q_{min}
数值	0.400	0.200	0.210	0.455	0.750	0.500

利用 Matlab、SolidWorks 以 CosmosMotion 等建模仿真工具进行运动学仿真,利用 SolidWorks 进行机构的建模后,对其添加正确的约束,通过 Matlab

进行计算,将得到的杆长度导入 CosmosMotion 中进行机构的运动学仿真,得到机构末端动平台中心点 O_A 的轨迹如图 3 所示,得到的各个驱动支链的驱动速度如图 4 所示。通过对理论上的计算所推导出来的驱动速度与利用仿真软件得到的驱动速度进行对比,可以得知上述速度分析的正确性。

根据前述杆长逼近的方法进行模拟机构的工作空间的求取方式如图 5 所示。利用 CosmosMotion

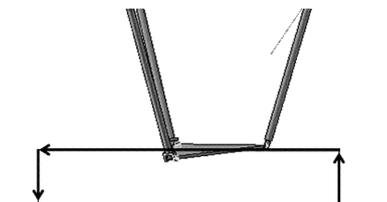


图 3 根据理论杆长得出的仿真轨迹
Fig. 3 Simulation trajectory calculated by theoretical chain length

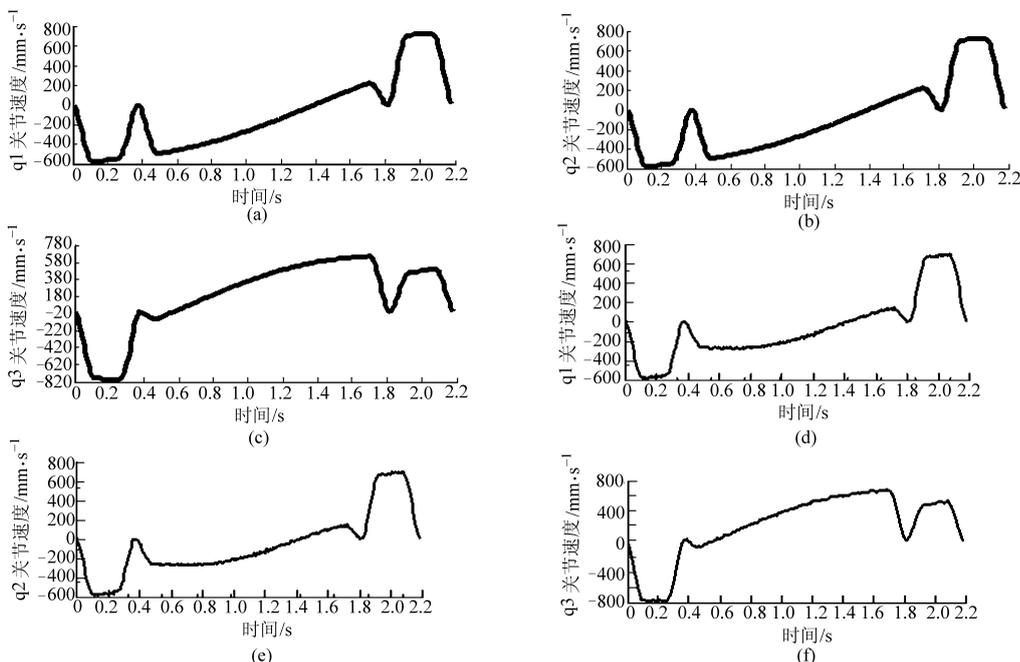


图 4 各关节速度理论值和仿真值

Fig. 4 Theoretical and simulation curves of joint velocity

- (a) q1 关节速度理论曲线 (b) q2 关节速度理论曲线 (c) q3 关节速度理论曲线
- (d) q1 关节速度仿真曲线 (e) q2 关节速度仿真曲线 (f) q3 关节速度仿真曲线

仿真得到的数据,通过 Matlab 软件进行曲面的绘制,得到模拟机构在杆长为 $q_{min} \sim q_{max}$ 时的动平台中心点 O_A 的可达工作空间如图 6 所示,根据图 6 可以对机构的工作空间的体积等参数进行计算。

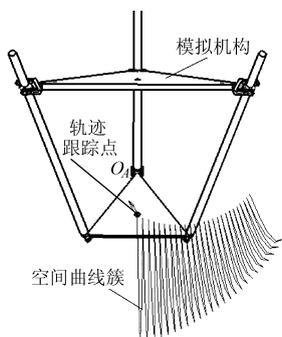


图 5 模拟机构的空间边界面的求取

Fig. 5 Border curves of simulation mechanism

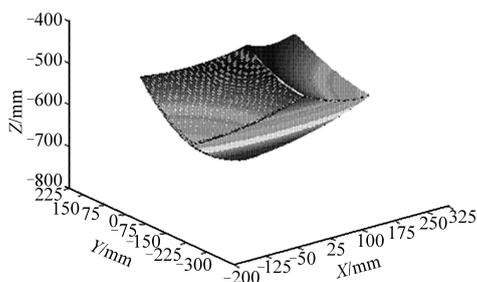


图 6 工作空间包络面

Fig. 6 Envelope surface of workplace

和动坐标系的思想进行的速度分析易于理解。对各个支链的自旋速度分析,为应用时的实际控制中研究杆件自旋运动对机构位形的影响提供了参考。利用运动学仿真软件对虚拟机构进行的运动学仿真所得到的结果与理论上得到的曲线一致,并且利用上述的位置分析得到的杆长进行驱动的机构得到了十分接近于理想状态的轨迹,证明了上述方法建立的速度模型的可靠性和正确性。利用杆长逼近法进行的工作空间的模拟,得到了机构工作空间的几何形状。

5 结束语

针对一种几何对称的 3-SPR 机构,建立机构的正逆解模型,利用空间矢量法,结合速度叠加原理

参 考 文 献

- 1 石岩,路懿. 运动副布置对3-SPR并联机构工作空间的影响分析[J]. 燕山大学学报,2008,32(4):304~310.
Shi Yan, Lu Yi. Analysis about workplace of 3-SPR parallel manipulator influenced by the joints' distribution[J]. Journal of Yanshan University, 2008,32(4):304~310. (in Chinese)
- 2 黄真,孔令富,方跃法,等. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997.
- 3 黄真,赵永生,赵铁石,等. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- 4 王攀峰,梅江平,黄田. 高速并联机械手抓放操作时间最优轨迹规划[J]. 天津大学学报,2007,40(10):1139~1145.
Wang Panfeng, Mei Jiangping, Huang Tian. Time optimal path planning of a 2-DOF high-speed parallel robot[J]. Journal of Tianjin University, 2007, 40(10):1139~1145. (in Chinese)
- 5 黄真,李秦川. 少自由度并联机器人机构的型综合原理[J]. 中国科学:E辑,2003,33(9):813~819.
- 6 张利敏,梅江平,赵学满,等. Delta机械手动力尺度综合[J]. 机械工程学报,2010,46(3):1~7.
Zhang Limin, Mei Jiangping, Zhao Xueman, et al. Dynamic dimensional synthesis of Delta robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(3):1~7. (in Chinese)
- 7 赵铁石,黄真. 一种三维移动并联平台机构的运动学分析[J]. 中国机械工程,2001,12(6):613~616.
Zhao Tieshi, Huang Zhen. Kinematics of a three-dimension translational parallel platform mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2001,12(6):613~616. (in Chinese)
- 8 石岩,路懿. 输入对称3-SPR并联机构运动静力学分析[C]//2007机械工程全国博士生学术论坛,2007.
- 9 Lu Yi, Hu Bo. Unification and simplification of velocity/acceleration of limited-DOF parallel manipulators with linear active legs [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008,43(9):1112~1128.
- 10 赵铁石. 空间少自由度并联机器人机构分析与综合的理论研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2000.
Zhao Tieshi. Some theoretical issues on analysis and synthesis for spatial imperfect-DOF parallel [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2000. (in Chinese)
- 11 李永刚,宋铁民,冯志友,等. 基于牛顿欧拉法的3-RPS并联机构逆动力学分析[J]. 航空学报,2007,28(5):1210~1215.
Li Yonggang, Song Yimin, Feng Zhiyou, et al. Inverse dynamics of 3-RPS parallel mechanism by Newton-Euler formulation [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2007,28(5):1210~1215. (in Chinese)
- 12 韩方元,赵丁选,李天宇. 3-RPS并联机构正解快速数值算法[J]. 农业机械学报,2011,42(4):229~233.
Han Fangyuan, Zhao Dingxuan, Li Tianyu. A fast forward algorithm for 3-RPS parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011,42(4):229~233. (in Chinese)
- 13 黄真,赵铁石,王晶. 欠秩三自由度并联平台机构工作空间中的单纯性运动路径[J]. 机器人,1999,21(3):229~233.
Huang Zhen, Zhao Tieshi, Wang Jing. Simple-motion trajectory in workspace of deficiency-rank three-DOF parallel manipulator[J]. Robot, 1999,21(3):229~233. (in Chinese)
- 14 Vladimir Lukan. Inverse kinematics, forward kinematic and working space determination of 3-DOF parallel manipulator with S-P-R joint structure [J]. Periodica Polytechnica: Mechanical Engineering, 2005,49(1):39~61.
- 15 Lu Yi, Zhao Yonghe. Position and workspace analyses of 3-SPR and 3-RPS parallel manipulators [C]//ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE2005), Long Beach, California, USA, 2005.
- 16 Lu Yi, Xu Jiayin. Using CAD geometric variation approach for lettering complicated letter on 3D free-form surface by a 3-DOF parallel machine tool[C]//Proceedings of 2007 10th IEEE International Conference on Computer Aided Design and Computer Graphics, 2007:246~251.