

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.07.011

# 圆锥指数仪贯入沙土过程的三维离散元法模拟\*

李艳洁<sup>1</sup> 刘翼晨<sup>1</sup> 林剑辉<sup>1</sup> 徐泳<sup>2</sup>

(1. 北京林业大学工学院, 北京 100083; 2. 中国农业大学理学院, 北京 100083)

**【摘要】** 在圆锥指数仪贯入沙土试验的基础上,建立了半圆柱形沙土料床的三维数值模型,利用离散元法对圆锥指数仪贯入沙土过程进行了模拟,讨论了圆锥指数的主要影响因素及其影响规律。研究表明:贯入圆锥的铅垂方向阻力、圆锥指数及半圆柱形料床侧壁的正压力均随着贯入深度的增加而增大,且形状窄、粒径大的料床圆锥指数明显大于形状宽、粒径小的料床;贯入后的大颗粒料床侧壁正压力明显大于小颗粒料床;当圆锥贯入速度大于0.2 m/s时,圆锥指数才明显增大,此时贯入过程已经对料床产生较强的冲击效应。最后,把贯入后的料床根据颗粒的位移划分为4个区域,可以直观地判断出贯入过程的影响范围,为实地测量土壤坚实度时取样点间距的选取提供了理论依据。

**关键词:** 沙土 圆锥指数仪 离散元法 三维模拟

**中图分类号:** O347.7; S152.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)07-0063-06

## 3D DEM Simulations of the Cone Penetration Tests in Sandy Soil

Li Yanjie<sup>1</sup> Liu Yichen<sup>1</sup> Lin Jianhui<sup>1</sup> Xu Yong<sup>2</sup>

(1. School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China)

(2. College of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

### Abstract

Based on the experiments of the sandy soil penetration, a semi-cylindrical sandy soil bed in 3D was established, and the simulation with discrete element method for the penetration was investigated. According to the studies on the experiments and simulations, the analysis of influencing factors to the cone index of soil was discussed. And the result showed that the vertical resistance of the penetrometer, cone index and the normal force on the semi-cylindrical wall all increased as the increasing of the penetration depth. And the cone indexes of the narrow and big particle soil bed are much larger than the wide and small particle beds. Besides, the normal force on the semi-cylindrical wall of the big particle bed after penetration is larger than the small particle one. Only after the penetration velocity exceeded 0.2 m/s would cone index increase obviously because of impact force from the penetrometer on the particle bed. Finally, according to the displacement of particles, the particle bed after penetration was divided into four zones, and the influencing area could be defined easily, which provided theoretical foundation for determination of distance between measurement points in situ test of soil compaction.

**Key words** Sand soil, Cone penetrometer, Discrete element method, 3D simulation

### 引言

离散元法(discrete element method,简称DEM)由Cundall<sup>[1]</sup>首次提出,其理论的发展及应用领域正

不断扩大<sup>[2~7]</sup>。离散元在我国起步较晚,但是发展迅速,王泳嘉首次探讨了离散元法的基本原理<sup>[8]</sup>。

圆锥指数(cone index,简称CI)是指柱塞或锥体以恒定速率贯入土壤过程中与瞬时、垂直压力相

收稿日期:2011-09-01 修回日期:2011-10-11

\* 国家自然科学基金资助项目(3080665,11072260)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(YX2010-6,TD2011-26)

作者简介:李艳洁,讲师,博士,主要从事离散元法数值仿真及工程应用研究,E-mail:liyanjie.bjfu@gmail.com

的、单位面积上所受土壤阻力,物理单位为  $\text{kPa}^{[9-10]}$ ,是衡量土壤压实度的重要参数。用于测量圆锥指数的圆锥指数仪的形状和测量方法对测量结果有明显影响,为此美国农业工程师协会(ASAE)颁布了土壤圆锥指数仪的标准外形<sup>[9]</sup>及测定方法。

Huang W<sup>[11]</sup>等利用有限元法对圆锥指数仪贯入进行分析模拟。但有限元法无法观测到土壤颗粒间的微观作用,应用于土壤的贯入存在着一定的不足。高峰<sup>[12]</sup>、Jiang M J<sup>[13]</sup>和李艳洁<sup>[14]</sup>等均利用离散元法对圆锥贯入进行了二维仿真模拟,但实际的三维与简化后的二维模拟不尽相同。为此本文采用三维颗粒离散元法模拟圆锥贯入沙土的过程,为进一步研究各种因素对圆锥指数测量的影响提供理论支持。

## 1 贯入试验

利用自行研制的土壤坚实度圆锥指数测试台,进行了圆锥贯入土壤的试验。该试验台可实现圆锥指数仪铅垂匀速的下降和上升。在贯入过程中,可实时地记录圆锥贯入的铅垂阻力。圆柱形的土槽内径 200 mm,高 500 mm,底板的中心钻有直径为 50 mm 的通孔,便于圆锥贯穿土槽。贯入试验选定圆锥直径为 10 mm,贯入速度为 30 mm/s,贯入深度约为 450 mm。贯入试验用土壤种类有沙土、壤土和黏土,且讨论了不同含水率和不同干密度的贯入过程。因本文模拟所使用的离散元模型为不带粘连的干颗粒软球线性接触模型,而进行的贯入试验的结果要与模拟结果进行完全比对的讨论,因此只给出含水率 2% 的沙土(土壤粒径小于 2 mm,干密度分别为 1.2、1.3 和 1.4  $\text{g}/\text{cm}^3$ )的贯入试验,涉及其他种类土壤的特性(如不同含水率)对贯入试验过程的影响规律<sup>[15]</sup>,由于土壤物性与 DEM 模型差别过大而在此不作赘述。

圆锥贯入沙土的试验研究得到的阻力与贯入深度之间关系曲线如图 1 所示。图中的曲线是在完全相同的工况下多次试验数据的平均值。由图 1 可看出,圆锥贯入沙土中的铅垂贯入阻力随贯入深度的增加而增大,而且一旦锥尖穿透了土壤,阻力立刻减为零。这表明:贯入的铅垂阻力绝大部分来自于圆锥尖端,而圆锥外圆柱表面受到的摩擦力对阻力的影响非常小。

## 2 数值模型构建

### 2.1 建立料床及设定工况

为了便于观察圆锥贯入过程,构建了半圆柱形

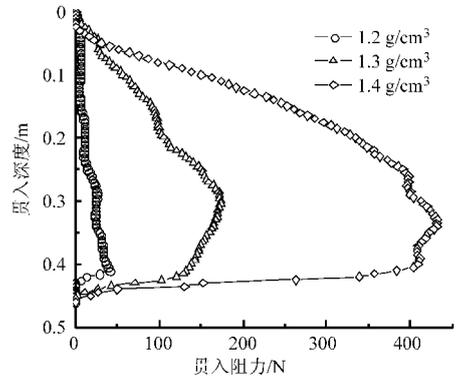


图 1 不同干密度沙土贯入深度与阻力关系试验曲线

Fig. 1 Relationship between depth and resistance of penetration tests for the sandy soil specimens with different bulk densities

料床,料床直径  $D$ ,圆锥头底面直径  $d$ ,并将料床水平地分为 40 层,每层厚度为 0.01 m,并用蓝色、黄色相间区别开,以便观测贯入后颗粒的变形情况。颗粒直径和料床尺寸分为两种工况,分别如表 1、表 2 所示。

表 1 小颗粒料床和粒径分布

Tab. 1 Granular bin and distribution of particle size of small particle group

| 参数         | 数值                        |
|------------|---------------------------|
| 料床直径 $D$   | 10.0d                     |
| 颗粒总数       | 153 846                   |
| 料床高度/mm    | 150                       |
| 粒径分布/mm    | 1.0, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0 |
| 不同粒径颗粒数量比例 | 1:2:4:2:1                 |

表 2 大颗粒料床和粒径分布

Tab. 2 Big particle soil bed and distribution of particle radius

| 参数         | 数值                               |
|------------|----------------------------------|
| 料床直径 $D$   | 10.0d, 12.5d, 15.0d, 17.5d       |
| 颗粒总数       | 60 491, 92 307, 131 687, 186 666 |
| 料床高度/mm    | 400                              |
| 粒径分布/mm    | 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0          |
| 不同粒径颗粒数量比例 | 1:2:4:2:1                        |

本文以文献[12]模拟的微观参数和文献[16]的单轴试验参数作为对比参考,使用弹簧-阻尼器线性接触 DEM 模型,所用颗粒微观参数如表 3 所示。

### 2.2 圆锥指数仪建模

参照文献[9],圆锥指数仪模型尺寸采用 ASAE 规定的 B 型圆锥指数仪的标准,采用 3 个壁面生成,如图 2 所示。圆锥指数仪模型在大颗粒试验组中总长为 0.46 m;小颗粒试验组中为 0.21 m,保证

能贯入到底。当料床全部颗粒堆积并稳定后,圆锥开始恒速贯入,直至锥尖接近底面时结束。本文DEM模拟为了与试验进行比较,并非对土壤圆锥指数实地测量,因此料仓侧壁为刚性。

表3 离散元模型微观参数

Tab.3 Parameters of DEM model

| 参数                                  | 数值     |
|-------------------------------------|--------|
| 颗粒密度/ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ | 2 650  |
| 颗粒摩擦因数                              | 0.5    |
| 壁面摩擦因数                              | 0.5    |
| 重力加速度/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ | 9.81   |
| 颗粒法向刚度/ $\text{N}\cdot\text{m}$     | $10^4$ |
| 颗粒切向刚度/ $\text{N}\cdot\text{m}$     | $10^4$ |
| 壁面法向刚度/ $\text{N}\cdot\text{m}$     | $10^5$ |
| 壁面切向刚度/ $\text{N}\cdot\text{m}$     | $10^5$ |

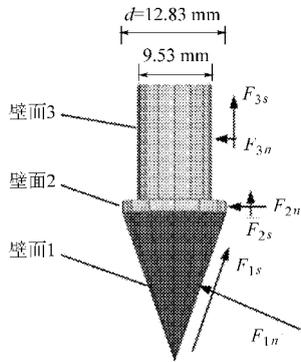


图2 圆锥指数仪锥尖几何形状及受力示意图

Fig.2 Geometric model and force analysis of the penetrometer tip

### 3 贯入模拟结果与讨论

#### 3.1 贯入过程的阻力和圆锥指数

首先使用大颗粒,且料床直径为圆锥直径10倍( $D=10.0d$ )的料床,分析了贯入阻力和圆锥指数与贯入深度的关系。图3所示为在不同贯入时刻的料床状态。

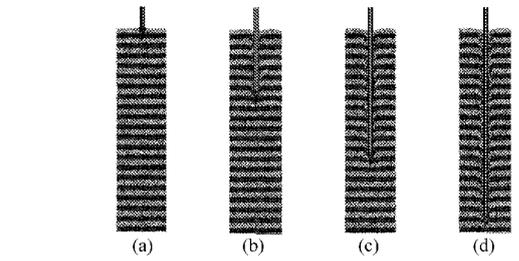
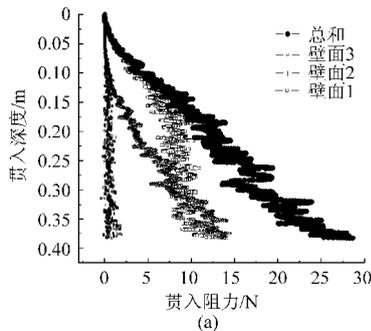


图3 不同时刻贯入情形

Fig.3 Profiles of penetration at different time

(a) 1 s (b) 5 s (c) 9 s (d) 13 s

由图3可见,圆锥指数仪周围的颗粒受到贯入圆锥的扰动最大,颗粒会紧贴贯入圆锥侧壁向下移动,中心部分颗粒向下移动明显,最外侧颗粒几乎不动。分析圆锥贯入时的受力情况如图2所示,可得圆锥贯入的铅垂阻力总和计算公式为

$$F_Z = F_{1s} + F_{2s} + F_{3s} \cos \alpha + F_{3n} \sin \alpha \quad (1)$$

式中  $\alpha$ ——锥尖角度的1/2,取 $15^\circ$

圆锥指数的计算公式为

$$I_c = \frac{F_Z}{0.5A} = \frac{F_Z}{0.5 \left( \frac{1}{4} \pi d^2 \right)} \approx 1.547 \times 10^4 F_Z \quad (2)$$

式中  $A$ ——圆锥底圆面积

图4a示出了圆锥各个壁面受到的铅垂贯入阻力情况。由图可知:贯入越深,摩擦力越大,料床的压实度也增加,因此圆锥3个壁面上的贯入阻力均增大。为了验证DEM模型的精准性,将图4a中贯入阻力的DEM模拟结果与图1中的干密度为 $1.2 \text{ g/cm}^3$ 的两条曲线进行对比(图4b),可见试验与模拟结果量级和变化趋势非常接近。

图5示出了影响圆锥指数的3个主要因素对圆锥指数的影响规律。图5a显示料床直径会对圆锥指数的测量有影响,即当料床显著变细之后,圆锥指数会在同等条件下明显增大。这是因为当圆锥贯入后,锥尖附近的颗粒向四周外围移动,由于圆锥指数仪的尺寸不变,所以料床产生相同的变形量 $\Delta V$ ,高度相同但直径越小的料床,变形量与

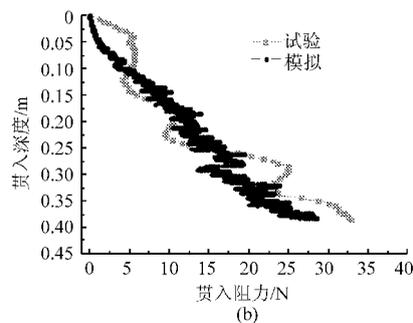


图4 贯入阻力与深度的关系

Fig.4 Relationship between penetration resistance and depth

(a) 圆锥各面的铅垂贯入阻力 (b) 贯入阻力的DEM模拟结果与试验结果对比

总体积的比值( $\Delta V/V$ )就越大,因此就需要更大的破坏力来使之变形。图5b显示颗粒粒径对圆锥指数是有影响的。由图可知,大颗粒的贯入阻力明显大于小颗粒的贯入阻力,且随着贯入深度的增加,两条曲线的差值加大。这是因为大颗粒体积大,在受到圆锥指数仪锥尖的挤压时,即使对于相同的孔隙率,大颗粒可移动的空间比小颗粒小,

使得在大颗粒料床的力链是量级较大的强力链,而小颗粒的料床力链是量级较小的弱力链。图5c显示当圆锥的贯入速度在0.01~0.2 m/s范围内变化时,速度的改变对圆锥指数的影响非常微小;但是当速度明显增大超过0.2 m/s之后,则由于圆锥对料床的冲击作用增大而导致所测的圆锥指数明显增大。

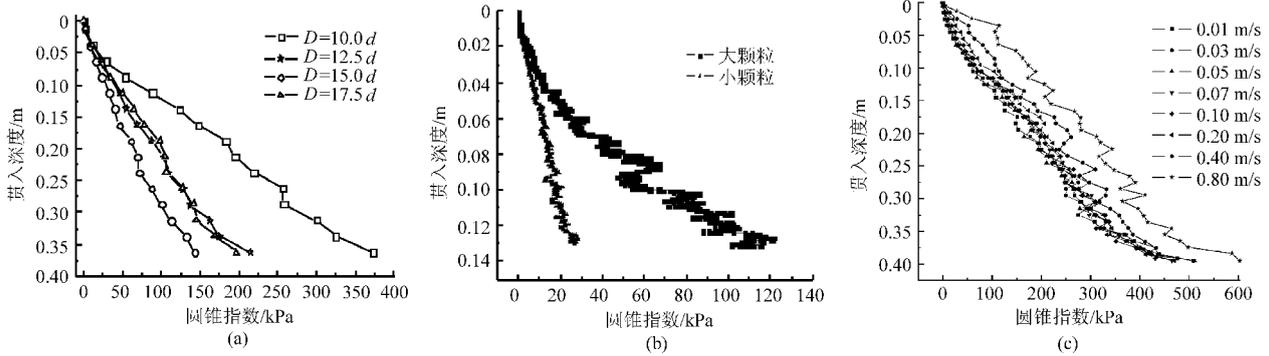


图5 不同因素对圆锥指数的影响

Fig. 5 Influence factors to the cone index

(a) 料床直径 (b) 颗粒粒径 (c) 贯入速度

### 3.2 料仓侧壁正压力

料仓侧壁正压力指的是与半圆柱形料仓侧壁接触的所有颗粒对侧壁法向压力之和。图6a显示的是料床直径对料仓侧壁正压力的影响。由每条曲线的上端顶点可观察到,在贯入之前的料仓侧壁上,料床直径越大,对于侧壁的正压力越大,这是由于颗粒数与侧壁的面积随着料床直径的增加均增大的缘故。而且,4种工况的料仓侧壁正压力与贯入深度间是近似的线性关系,10倍锥径曲线

斜率最小,12.5倍锥径曲线次之,另两种工况曲线斜率差别较小。说明随着料床直径的增大,圆锥贯入对于料仓侧壁的正压力影响逐渐减小,而且当料床直径增加到一定值时,圆锥的贯入将对料仓侧壁上的正压力几乎没影响。由图6b可知,在大颗粒料床中贯入前后对圆柱正压力的影响很大;而小颗粒中贯入前后对圆柱正压力的影响不大。也正说明了在相同条件下,颗粒越大,贯入的影响范围越大。

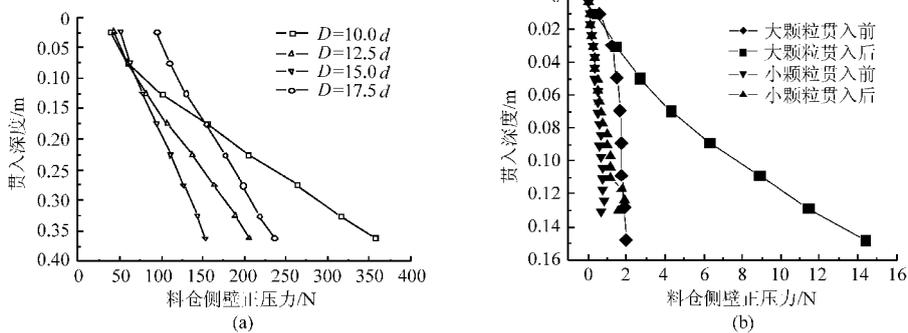


图6 不同因素对料仓侧壁正压力的影响

Fig. 6 Influence factors to the normal force on the silo wall

(a) 料床直径 (b) 颗粒粒径

### 3.3 料床的变形

为了更深入地分析圆锥贯入过程在料床中的影响范围,本研究进一步分析了贯入过程对颗粒位移的影响,从而根据颗粒位移,将圆锥贯入后的料床划分为4个区域(设颗粒的平均半径为 $\bar{R}$ ,颗粒的位移大小为 $R$ )。各区域划分依据并无严格的标准,主要

考虑划分结果的直观可视性,受颗粒粒径的影响较大。因此以颗粒平均半径的倍数作为分区指标。

(1) 破坏区( $R \geq 5\bar{R}$ ):此区域颗粒由于受到圆锥贯入的剪切力而向下运动的同时向外法向移动,纵向总位移不小于颗粒平均半径 $\bar{R}$ 的5倍,料床呈破坏性变形特征。

(2) 回弹区( $2\bar{R}/3 \leq R < 5\bar{R}$ ): 此区域的特征为变化呈连续性, 并且变形量逐渐变小。以相邻两颗粒铅垂方向位置的变化角度大于  $15^\circ$  为依据, 因此颗粒铅垂方向位移变化量为  $2\bar{R}\tan 15^\circ$ 。大颗粒料床中  $\bar{R} = 1.5 \text{ mm}$ ; 小颗粒料床中  $\bar{R} = 0.75 \text{ mm}$ 。由于回弹区颗粒同时受到圆锥指数仪的排斥力, 根据该区域颗粒的位移情况, 取  $2\bar{R}/3 \leq R < 5\bar{R}$  为划分依据。

(3) 弹性区( $\bar{R}/10 \leq R < 2\bar{R}/3$ ): 此区特征为变形形式基本为压缩变形, 外力撤出之后可以恢复原样, 颗粒间的接触力基本为法向压力。

(4) 稳定区( $R < \bar{R}/10$ ): 此区域的颗粒位置几乎不受圆锥指数仪贯入的影响。

为了对变形量进行量化, 在对颗粒进行着色的同时计算变形量。根据文献[11]所述, 合成变形量  $r_p$  为水平方向变形量与垂直方向变形量的平均值, 即

$$r_p = (r_{ph} + r_{pv})/2 \quad (3)$$

式中  $r_{ph}$  ——水平方向变形量

$r_{pv}$  ——竖直方向变形量

在圆锥面之上的颗粒, 采用所有颗粒到  $Z$  轴距离的平均值作为  $r_{ph}$ , 因此  $r_{ph}$  是圆柱面平均半径; 在锥尖底面圆之下的颗粒, 采用所有颗粒到圆锥底面圆心距离的平均值作为  $r_{pv}$ , 因此  $r_{pv}$  是球面平均半径。对于破坏区, 各平均半径设为  $m_{rh}$ 、 $m_{rv}$ 。因此对于各变形区域,  $\pi m_{rh}^2 = \frac{\pi r_{ph}^2 - \pi r_h^2}{2}$ , 即

$$r_{ph} = \sqrt{2m_{rh}^2 + r_h^2} \quad (4)$$

式中  $r_h$  ——上一级变形量的  $r_{ph}$ , m

对于破坏区,  $r_h = 0.004\ 765 \text{ m}$ 。  $\frac{4}{3}\pi m_{rh}^3 = \frac{4}{3}\pi \times$

$\frac{r_{pv}^3 - r_v^3}{2}$ , 即

$$r_{pv} = \sqrt[3]{2m_{rh}^3 + r_v^3} \quad (5)$$

式中  $r_v$  ——上一级变形量的  $r_{pv}$  (破坏区  $r_v = 0$ ), m

最终计算出大颗粒组  $D = 10.0d$  的料床各区域变形量, 如图 7 所示。由图可知, 在圆锥向下贯入的过程中, 弹性区曲线开始急剧上升, 之后逐步减小, 且所有数值都大于料床半径  $0.05 \text{ m}$ , 可能由于起初一些表层颗粒紧实度不高, 受到圆锥贯入的作用力之后向下压紧, 导致圆锥下部分一些颗粒位移增大, 使  $r_p$  值增大, 之后由于料床下部的颗粒无法再继续向下移动, 因此影响范围逐渐减小, 从而使  $r_p$  值减小。4 种直径的料床在贯入 9 s 时刻的分区情况如图 8 所示。

对于  $D = 17.5d$  的料床, 圆锥贯入对料床周围

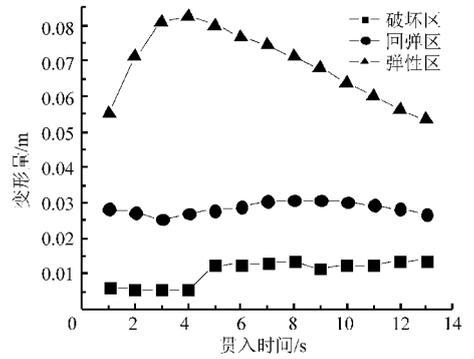


图 7 料床各区域变形量

Fig. 7 Revolution for the deformation regions

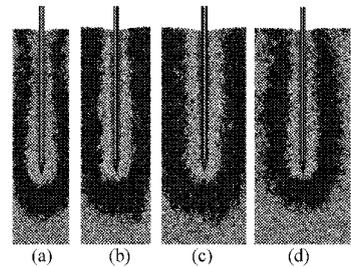


图 8 料床变形情况

Fig. 8 Profiles of the deformation regions for particle bed

(a)  $D = 10.0d$  (b)  $D = 12.5d$

(c)  $D = 15.0d$  (d)  $D = 17.5d$

边界的影响区域如图 8d 所示, 弹性区完整呈现, 若继续增大料床直径, 则圆锥指数仪的贯入对外层的颗粒几乎无影响。因此在实际测量圆锥指数的过程中, 采样点的距离不宜过近, 否则误差可能较大。Farrell 和 Greacen<sup>[10]</sup>对圆锥贯入土壤时土壤产生的破坏与扰动作了定性分析, 并将圆锥贯入后的土床划分了变形区域, 本文研究结果与 Farrell 的结论极为相似。

图 9 示出了  $D = 10.0d$  的大、小颗粒料床在相同贯入深度的变形区对比情况; 图 9a 中大颗粒料床

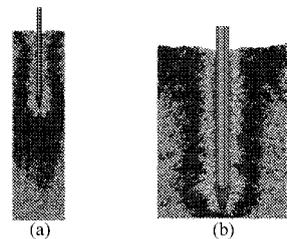


图 9 大、小颗粒料床变形区

Fig. 9 Penetration into material bed between

big and small particles

(a) 大颗粒 (b) 小颗粒

的弹性区大于图 9b 的小颗粒料床。这是因为颗粒越大, 料床越粗糙, 对于圆锥给料床的力的作用传递范围更大; 而颗粒越小, 料床越细腻, 对于发生同样位移的颗粒来说, 小颗粒比大颗粒能更灵活地移动来填补周围的空隙, 因而力的传递范围小。

## 4 结论

(1) 沙土贯入试验的结果与 DEM 的模拟结果比较吻合,验证了所用数值模型和选用模拟参数的正确性。

(2) 贯入阻力和圆锥指数随贯入深度的增加而增大;并且会受到贯入速度、颗粒粒径和料床直径的影响。

(3) 料仓侧壁正压力随着贯入深度的增加而增大;并且料仓侧壁正压力随料床直径的增大和颗粒粒径的减小而减小。

(4) 料床在贯入后可根据颗粒的位移量进行分区显示料床的整体变形。通过分区显示料床的变形可知:在较宽的料床内圆锥贯入的影响区域可较完整地展现,并且颗粒的大小会对料床的变形区域产生较大的影响。

## 参 考 文 献

- Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky system [C]//Balkema A A. Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics. Rotterdam: ProQuest-CSA, 1971: 8~12.
- Zhu H P, Zhou Z Y, Yu A B. Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments [J]. Chemical Engineering Science, 2007, 62(13): 3 378~3 396.
- 徐泳,孙其诚,张凌,等. 颗粒离散元法研究进展[J]. 力学进展,2003,33(2): 251~260.  
Xu Yong, Sun Qicheng, Zhang Ling, et al. Advances in discrete element methods for particulate materials [J]. Advances in Mechanics, 2003,33(2): 251~260. (in Chinese)
- 王卫华,李夕兵. 离散元法及其在岩土工程中的应用综述[J]. 岩土工程技术,2005, 19(4): 177~181.  
Wang Weihua, Li Xibing. A review on fundamentals of discrete element method and its applications in geotechnical engineering [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2005, 19(4): 177~181. (in Chinese)
- Cleary P W. DEM prediction of industrial and geophysical particle flows [J]. Particology, 2010, 8(2): 106~118.
- Kuwagi K, Mikami T, Horio M. Numerical simulation of metallic solid bridging particles in a fluidized bed at high temperature [J]. Powder Technology, 2000, 109(1~3): 27~40.
- 唐志平,胥建龙. 离散元与壳体有限元结合的多尺度方法及其应用[J]. 计算力学学报,2007,24(5):591~596.  
Tang Zhiping, Xu Jianlong. A combined discrete/cylindrical shell finite element multiscale method and its application [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2007,24(5):591~596. (in Chinese)
- 王永嘉,邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳:东北工学院出版社, 1991:3~7.
- ASAE S313.3 FEB04. Soil cone penetrometer[S]. 1999.
- Farrell D A, Greacen E L. Resistance to penetration of fine probes in compressible soil [J]. Australian Journal of Soil Research, 1966, 4(1):1~17.
- Huang W, Sheng D, Sloan S W, et al. Finite element analysis of cone penetration in cohesionless soil [J]. Computers and Geotechnics, 2004, 31(7):517~528.
- 孙鹏,高峰,李雯,等. 圆锥贯入过程的离散元仿真[J]. 农业机械学报, 2009,40(1):184~188.  
Sun Peng, Gao Feng, Li Wen, et al. Discrete element simulation of cone penetration press [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009,40(1):184~188. (in Chinese)
- Jiang M J, Yu H S, Harris D. Discrete element modeling of deep penetration in granular soils [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2006, 30(4): 335~361.
- 李艳洁,林剑辉,徐泳. 圆锥指数仪贯入沙土试验的离散元法模拟[J]. 农业机械学报,2011,42(11):44~48.  
Li Yanjie, Lin Jianhui, Xu Yong. Discrete element simulations of the cone penetration tests in sandy soil[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011,42(11):44~48. (in Chinese)
- 林剑辉,孙宇瑞,曾庆猛,等. 土壤圆锥指数、水分与容重耦合模型的试验比较研究—II. 水分与深度的影响[J]. 应用基础与工程科学学报,2009,17(1):62~68.  
Lin Jianhui, Sun Yurui, Zeng Qingmeng, et al. Experimental comparison of various models related soil water content and bulk density to cone index—II. Components effect of water content and depth [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2009, 17(1):62~68. (in Chinese)
- 李艳洁,徐泳. 土壤试样单轴压缩试验与离散元法模拟对比研究[J]. 中国农业大学学报,2009,14(4):103~108.  
Li Yanjie, Xu Yong. Comparison study between the soil uniaxial compression test and the discrete element simulation [J]. Journal of China Agricultural University, 2009, 14(4):103~108. (in Chinese)