DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.06.040

基于 NURBS 的空间分度凸轮廓面重构与仿真*

玄冠涛¹ 邵园园¹ 吕钊钦¹ 冯显英²

(1.山东农业大学机械与电子工程学院,泰安 271018; 2.山东大学机械工程学院,济南 250061)

【摘要】 利用空间分度凸轮廓面方程获取离散点云数据,采用非均匀有理 B 样条(NURBS)重构凸轮廓面,构 建空间凸轮参数化特征模型。基于该模型,进行凸轮分度机构的运动学仿真,生成加工制造模型,实现空间凸轮 NURBS 廓面的仿真加工和四轴铣削 NURBS 创成。仿真和创成误差分析结果表明,从动件运动规律曲线更加光顺, 最大速度 V_{max}和最大加速度 A_{max}等运动特性值均优于修正正弦曲线,廓面创成误差与加工路线的曲率有关,最大误 差出现在曲率绝对值最大处且不超过 0.01 mm。因此,廓面 NURBS 重构技术,是一种有效的空间凸轮设计和创成 方法。

关键词:空间凸轮 NURBS 廓面重构 仿真 中图分类号:TH112.2 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2012)06-0226-04

Profile Reconstruction of Spatial Indexing Cam and Simulation Based on NURBS

Xuan Guantao¹ Shao Yuanyuan¹ Lü Zhaoqin¹ Feng Xianying²

(1. Mechanical and Electronic Engineering College, Shandong Agricultural University, Taian 271018, China
2. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China)

Abstract

To construct the spatial cam parametric feature model efficiently and accurately, discrete point cloud data were obtained by profile equation of spatial cam. Non-uniform rational B-splines (NURBS) was adopted to reconstruct the profile of spatial cam. Based on the parametric feature model, the spatial cam indexing mechanism was set up to perform kinematics simulation, and then the manufacturing model was generated to simulate the spatial cam NC machining. Finally, the spatial cam was machined on four-axis CNC machining center by NURBS interpolation method. The results showed the follower motion curves (the maximum velocity and acceleration) were smoother than modified-sine curves. The profile machining error related to the processing route curvature, the maximum was not more than 0.01 mm and located in the maximum of the absolute curvature. Profile reconstruction based on NURBS was liable and effective for design and machining of spatial cam.

Key words Spatial cam, NURBS, Profile reconstruction, Simulation

引言

空间分度凸轮机构因其具有分度精度高、高速

性能好、运转平稳、传递扭矩大、体积小、结构紧凑等 优点,广泛应用于各种组合机械、加工中心、农业机 械等自动机械中。影响凸轮机构性能的关键是从动

收稿日期: 2011-06-21 修回日期: 2011-11-25

^{*}国家自然科学基金资助项目(50875153)、"十一五"国家科技支撑计划资助项目(2009BADA8B03)和山东省园艺机械与装备重点实验室 资助项目

作者简介: 玄冠涛,讲师,博士生,主要从事空间凸轮及农业机械设计与加工技术研究,E-mail: xuangt@ sina.com

通讯作者: 吕钊钦,教授,博士生导师,主要从事农业机械设计及理论研究, E-mail: Lzqsdau2003@126.com

件的运动规律及空间凸轮工作廓面。常见的凸轮曲 线有修正正弦、修正梯形和修正等速曲线^[1-3]等,但 这些曲线跃度不连续,一般用在中速凸轮机构中。 高速凸轮大多采用多项式曲线^[4],还有学者提出了 傅氏级数运动规律,近期一些学者尝试用样条函数 构造运动规律^[5-6],但很少有人对凸轮廓面做过相 关研究。事实上,空间分度凸轮机构主要依靠其工 作廓面完成分度运动,凸轮廓面对机构的运动有很 大影响。本文利用非均匀有理 B 样条(non-uniform rational B-splines,简称 NURBS)重构空间分度凸轮 廓面,构建空间凸轮参数化特征模型,基于该模型, 进行空间分度凸轮机构的动力学仿真,生成加工制 造模型,实现空间凸轮的仿真加工和四轴铣削 NURBS 创成。

1 空间凸轮 NURBS 曲面参数化特征

空间凸轮廓面是不可展的异型曲面,其数字模型的构建会直接影响凸轮机构的性能和传动精度,因此寻求一种高效的曲面造型方法就非常重要。

根据 NURBS 曲线的定义, 一条 k 次 NURBS 样条曲线可表示为

$$P(u) = \sum_{i=0}^{n} d_{i}R_{i,k}(u)$$
 (1)

$$R_{i,k}(u) = \frac{w_i B_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^{n} w_i B_{i,k}(u)}$$
(2)

式中 d_i — 控制顶点 w_i — 权因子 $B_{i,k}(u)$ — 由节点矢量 $U = [u_0, u_1, \cdots, u_{n+k+1}]$ 决定的、沿 u 向的 k 次 B 样条有理基函数

$$S(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} d_{i,j} w_{i,j} B_{i,k}(u) B_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} w_{i,j} B_{i,k}(u) B_{j,l}(v)}$$
(3)

式中 $d_{i,j}$ — 矩形域上特征网格控制点列 $w_{i,j}$ — 权因子

B_{i,l}(v)——沿*v*向的*l*次 B 样条基函数

由上可以看出,通过节点矢量、控制顶点和权因 子的调整可以实现 NURBS 曲线曲面的优化,且改 变某一参数,仅改变 NURBS 曲线曲面的局部特征, 而不会影响整体的性能。因此,与传统的建模方法 相比,采用 NURBS 重构的凸轮廓面模型是参数化 特征模型,其曲面特征会跟随 NURBS 参量的改变 而产生关联性变化,从而提高凸轮廓面质量,改善空 间分度凸轮机构的工作性能。

2 空间凸轮廓面 NURBS 重构

2.1 空间凸轮廓面方程

以圆柱滚子摆动从动件圆柱凸轮机构为例,其 数学模型^[7]如图1所示,摆杆长 *l*₁,中心距 *a*,滚子 半径 *r*₀,已知摆杆运动规律曲线为 θ = *f*(φ),θ 和 φ 分别为摆杆摆角和凸轮转角。动坐标系 *Oxyz* 随凸 轮以匀角速度相对于定坐标系 *Ox*₁*y*₁*z*₁ 作逆时针回 转。由单参数曲面族包络面理论,空间凸轮绕自身 轴线旋转一周,凸轮廓面即为圆柱滚子廓面的包络 曲面,其中圆柱滚子在动坐标系 *Oxyz* 中的矢量方程 可表示为

$$\boldsymbol{r}(\delta,\beta,\varphi) = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \left(l_{1}\cos\left(\theta - \frac{\theta_{m}}{2}\right) + r_{0}\sin\beta - a\right)\cos\varphi + \delta\sin\varphi \\ l\sin\left(\theta - \frac{\theta_{m}}{2}\right) - r_{0}\cos\beta \\ - \left(l_{1}\cos\left(\theta - \frac{\theta_{m}}{2}\right) + r_{0}\sin\beta - a\right)\sin\varphi + \delta\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$(4)$$



图 1 圆柱凸轮机构数学模型 Fig. 1 Mathematical model of cylindrical cam

包络面同时满足

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \delta} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \beta}\right) \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \varphi} = 0 \tag{5}$$

整理得

$$\beta = \arctan \frac{l_1 \cos \left(\theta - \frac{\theta_m}{2}\right) \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\varphi}}{\delta + l_1 \sin \left(\theta - \frac{\theta_m}{2}\right) \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\varphi}} \tag{6}$$

式(4)、(6)联立即得圆柱凸轮理论廓面方程。 令滚子半径 r₀=0,则得滚子轴线的轨迹曲面方程。

2.2 空间凸轮廓面 NURBS 重构算法

空间凸轮廓面 NURBS 重构,就是根据廓面的 型值点反求出相应 NURBS 廓面的控制顶点及权因 子,获得工作廓面的参数化形式。为此,将圆柱滚子 的位移方向定义为 u向,与凸轮的接触线方向定义 为 v 向,由式(3),空间凸轮廓面 NURBS 重构可转 换为如图 2 沿(u,v)方向的 NURBS 曲线重构问题。 具体算法如下:

由圆柱凸轮理论廓面方程,沿(u,v)方向采集 廓面的离散点云数据。先构造u向 NURBS 曲线,根 据采集到u向n+1个数据点 $P_i(i=0,1,\cdots,n)$,则 由式(1)、(2)知三次 NURBS 曲线应满足

$$P(u_{i+3}) = \sum_{j=i}^{i+3} d_j R_{j,3}(u_{i+3}) = P_i$$

($u \in [u_{i+3}, u_{i+4}] \subset [u_3, u_{n+3}]; i = 0, 1, \dots, n$)
(7)

为简化运算,若取 w_i 为常数1,根据式(7)得到的 n+1 个线性方程中包含 n+3 个未知的控制顶点,需再补充2 个边界条件方程。采用端点切矢条件为拟合曲线的边界条件,对式(1)求导为 $P'_i(u)$, 令 i=0,u=0,得曲线的首点切矢条件 $P'_0(0)$,再令 i=n,u=1,得末点的切矢条件 $P'_a(1)$ 。解此方程组即得 u向 NURBS 曲线的全部控制顶点。同理可得 v向的控制顶点,从而得到工作廓面的控制点列 $d_{i,j}$ 及权因子 $w_{i,j}$,代入式(3)利用 NURBS 曲面构建空间凸轮参数化特征模型。

2.3 重构实例

以表 1 中 24 工位圆柱凸轮机构为例,运动规律 为修正正弦,采用上述 NURBS 重构算法,得 3 × 1 次 NURBS 廓面 50 × 2 个控制顶点如图 2 所示,进而构 造圆柱凸轮廓面的实体模型^[8]如图 3 所示。

	表	1	圆柱分周	医凸轮机构主	E要	尺寸参数	
Tab.	1	Me	chanism	parameters	of	cvlindrical	cam

参数	数值
滚子高度 h_1/mm	20
滚子直径 ϕ_1 /mm	$34^{0}_{-0.01}$
滚子分布圆直径 ϕ_2/mm	570.88
凸轮槽深 h_2/mm	26
凸轮分度期转角 α/(°)	70
凸脊宽度 b/mm	36. 56 $^{-0.03}_{-0.05}$
中心距 a/mm	268.13
凸轮外径 ϕ_3 /mm	306







3 运动学仿真

分度盘滚子从动件圆柱分度凸轮机构是基于啮



合原理来工作的:当圆柱凸轮连续回转时,通过带动 分度盘上的滚子,在凸轮的曲线部分迫使分读盘作 回转运动(转位边),而在其直线部分(定位边)则使 分读盘固定不动。

根据这种运动关系,建立圆柱分度凸轮机构运动仿真模型(图4),进行运动学分析。将获得的实际运动规律曲线进行无量纲化处理后,得到图5~7 所示的无量纲运动规律曲线和表2的运动特性。



14 圆柱分度凸轮机构的运动仿真





从图中可以看出,廓面重构后的圆柱分度凸轮 机构,从动件的运动规律位移、速度、加速度曲线的 光顺性均好于修正正弦曲线,同时表2中的数据对



比也表明从动件的最大速度 V_{max} 、最大加速度 A_{max} 均小于修正正弦曲线,因此,NURBS 曲面重构技术 提高了空间分度凸轮的设计质量,改善了空间分度 凸轮机构的运动学性能,是一种准确高效的参数化 特征造型方法。

表 2 MS 和 NURBS 曲线的运动特性 Tab. 2 Motion characteristics of MS and NURBS curve

运动特性	$V_{\rm max}$	A_{\max}
MS	1.76	5.53
NURBS	1.68	5.31

4 空间凸轮廓面 NURBS 创成

4.1 仿真加工

利用 UG 的 CAM 模块提供的可变轴曲面轮廓 铣功能,可以实现空间凸轮的多轴仿真加工,实时显 示动态切削过程,进行干涉检查和程序诊断。基于 UG 的圆柱凸轮数控加工主要分为粗加工和精加 工,粗加工时的加工路线为滚子中心运动轨迹线及 其左右偏置线(图4)进行非等价加工^[9],驱动类型 为可变轮廓铣的"曲线/点",精加工则沿圆柱凸轮 NURBS 廓面以侧面铣削的方式加工,驱动类型为可 变轮廓铣的"曲面域"驱动。根据空间凸轮 NURBS 参数化特征模型、毛坯模型构建圆柱凸轮装配加工 主模型,建立 NC 加工仿真环境,实现圆柱凸轮的仿 真加工,生成刀具轨迹如图 8 所示,并分析该加工路 线上各点的曲率如图 9 所示。

最后,仿真加工的后置处理程序输入到具有



图 8 圆柱凸轮仿真加工 Fig. 8 Machining simulation of cylindrical cam

NURBS 插补功能的 DMU70V 型加工中心实现了圆柱凸轮四轴铣削加工。



4.2 创成廓面误差

为评价圆柱凸轮的创成质量,对创成廓面进行 三坐标测量,测量方案与圆柱凸轮 NURBS 廓面重 构方法相同,分别沿圆柱滚子的位移方向(*u*向)和 接触线方向(*v*向)均匀测量,计算实测点与 NURBS 廓面对应点之间的距离,以获取圆柱凸轮的廓面误 差如图 10 所示。



由图可知, NURBS 创成廓面最大误差不超过 0.01 mm, 对比图 9 的加工路线曲率, 发现最大误差 出现在曲率绝对值最大处, 曲率绝对值越大加工误 差越大, 这主要与 NURBS 插补本身引起的弓高误 差有关^[10]。

5 结论

(1) 基于 NURBS 曲线曲面理论,重构了空间凸 轮工作廓面,构建了空间凸轮参数化特征模型。

(2)利用空间凸轮参数化特征模型,进行了空间分度凸轮机构运动学分析,仿真结果表明,空间凸轮 NURBS 廓面光顺性较好,运动规律曲线优于修正正弦曲线。

(3)应用 UG 软件对 NURBS 廓面以侧面铣削 的方式实现了仿真加工和 NURBS 创成,提高了创 成精度,空间凸轮机构实际工作中运行更为平稳。 廓面 NURBS 重构技术,是一种有效的空间凸轮设 计和创成方法。(下转第234页) [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(10): 223 ~ 226. (in Chinese)

- 7 Sun G, Li M Z, Yan X P, et al. Study of blank-holder technology on multi-point forming of thin sheet metal[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2007, 187 ~ 188: 517 ~ 520.
- 8 孙刚,李明哲,邓玉山,等.柔性压边和刚性压边技术在薄板类件多点成形中的对比分析[J]. 机械工程学报,2008, 44(5):147~151.

Sun Gang, Li Mingzhe, Deng Yushan, et al. Comparison between flexible and rigid blank-holding in multi-point forming[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(5): 147~151. (in Chinese)

- 9 谭富星,许旭东,李光俊,等. 柔性夹持多点拉形过程的数值模拟[J]. 西安交通大学学报,2008,42(9):1160~1164. Tan Fuxing, Xu Xudong, Li Guangjun, et al. Numerical simulation in the process of multi-point stretch forming with flexible clamp mode[J]. Journal of Xi' an Jiaotong University, 2008, 42(9):1160~1164. (in Chinese)
- 10 Li H X, Wen X Z, Nan Y. Study on effect of draw bead on slip line of stamping part surface [J]. Materials Research Innovations, 2011, 15(Supp.1):340 ~ 342.
- 11 吉林大学.板材拉形机:中国,200910067003.6[P].2009-05-25.
 Jilin University. Stretch forming machine: CN, 200910067003.6[P].2009-05-25. (in Chinese)

(上接第 229 页)

参考文献

- 1 彭国勋,肖正扬. 自动机械的凸轮机构设计[M]. 北京:机械工业出版社,1990.
- 2 牧野洋. 自动机械机构学[M]. 北京:科学出版社,1980.
- 3 Chen F Y. Mechanics and design of cam mechanisms [M]. New York: Pergamon Press, 1982.
- 4 葛正浩,冯涛,彭国勋.可以任意增加局部控制条件的凸轮机构通用多项式运动规律[J].机械科学与技术,1998, 17(6):986~987.

Ge Zhenghao, Feng Tao, Peng Guoxun. General polynomial motion law with arbitrarily added local control conditions [J]. Mechanical Science and Technology, 1998, 17(6):986 ~ 987. (in Chinese)

- 5 Tsay D M, Huey C O. Cam motion synthesis using spline function [J]. ASME Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design, 1988,110(2):161~165.
- 6 Yoon K, Rao S S. Cam motion synthesis using cubie spline[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1993, 115(3):441 ~ 446.
- 7 付振山,冯显英,李蕾,等. 钢球滚子弧面分度凸轮载荷分布[J]. 农业机械学报,2011,42(5):231~234.

Fu Zhenshan, Feng Xianying, Li Lei, et al. Load distribution of globoidal indexing cam mechanism with steel ball [J].Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011,42(5):231 ~ 234. (in Chinese)

8 狄驰,田原嫄,郑国君,等. 车身覆盖件 CAD 模型曲面缝合技术[J]. 农业机械学报,2010,41(8):223~226. Di Chi, Tian Yuanyuan, Zheng Guojun, et al. Healing method of CAD geometric model for automobile panels [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010,41(8):223~226. (in Chinese)

9 玄冠涛.圆柱凸轮数字化创成技术研究[D].济南:山东大学,2004. Xuan Guantao. Study on digital design and machining technology of cylindrical cam[D]. Ji'nan: Shandong University,2004. (in Chinese)

10 赵国永,徐志祥. 高速高精度数控加工中 NURBS 曲线插补的研究[J]. 中国机械工程,2006,17(3):291~294.
 Zhao Guoyong, Xu Zhixiang. Study on NURBS curve interpolator in the high speed and high accuracy CNC machining[J].
 China Mechanical Engineering, 2006,17(3): 291~294. (in Chinese)