

# 空间转动 3-SPS-S 并联机构运动学性能分析\*

张艳伟<sup>1</sup> 韦斌<sup>2</sup> 王南<sup>1</sup> 谢立臣<sup>2</sup>

(1. 河北工程大学机电工程学院, 邯郸 056038; 2. 河北工程大学装备制造学院, 邯郸 056038)

**【摘要】** 提出了将空间三维转动 3-SPS-S 并联机构作为隧道管片安装机器人的微调机构, 对该机构进行了运动学性能分析。在建立机构运动学模型, 求解机构的位置逆解及其雅可比矩阵基础上, 建立了局部刚度、局部灵活度和驱动性能 3 项性能评价指标。结合具体应用对该机构进行了运动性能评价。分析结果表明该机构具有良好的运动性能, 能满足工程需要。

**关键词:** 并联机构 运动学 刚度 灵活度 驱动性能

**中图分类号:** TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)04-0212-04

## Kinematic Performance Analysis of 3-SPS-S Spatial Rotation Parallel Mechanism

Zhang Yanwei<sup>1</sup> Wei Bin<sup>2</sup> Wang Nan<sup>1</sup> Xie Lichen<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China

2. Equipment Manufacturing College, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

### Abstract

According to practical requirements, a 3-SPS-S parallel manipulator mechanism was proposed to be rotation fine-tuning manipulator in shield tunneling machines. Also the kinematics of the mechanism was investigated. Furthermore, the local stiffness, local dexterity and driving force which were important factors for evaluating the performance of the mechanisms on the basis of kinematic model, inverse kinematics and Jacobian matrix were investigated. The kinematic performance of the mechanism was evaluated according to the specific requirements. The results showed that the proposed mechanism had good kinematic performances and could be used in fields like shield tunneling machines.

**Key words** Parallel manipulator, Kinematics, Stiffness, Dexterity, Driving performance

### 引言

并联机构因其刚度大、积累误差小、承载能力大、动力性能好、容易控制等优点被广泛应用于工程中<sup>[1]</sup>。近年来,对有关空间 3 自由度并联机构的构型综合、正逆运动解析、瞬时运动特性及运动敏感性、尺度参数优化以及不同构型之间的性能比较等问题给予了较充分的研究<sup>[2-5]</sup>。

针对盾构法施工隧道管片拼装时高精度、重载荷和有限空间的需要,对 3-SPS-S 并联微调机构

进行运动学分析与性能评价。在建立该机构运动学模型并求解雅可比矩阵的基础上,根据拼装隧道管片需要,建立局部刚度、局部灵活度和驱动力 3 项性能指标,并依据该 3 项指标对机构的运动性能进行分析评价。

### 1 机构描述

#### 1.1 并联微调机构模型

在隧道管片拼装过程中,管片拼装机进行管片安装时,首先进行位置粗定位,即用抓取机构抓住管

片,完成隧道轴向移动、周向回转、径向举升的大行程运动;管片到达预定位置后,进行精确定位,即完成管片偏转、仰俯、横摇微调动作。

图1为盾构掘进机,其中管片拼装机构如图2所示。管片拼装机采用一组由平移机构、旋转机构和举升机构组成的3自由度串联机构来实现沿隧道轴向移动、周向旋转和径向移动,以达到管片的粗定位;采用3-SPS-S机构作为姿态机构,实现小范围的微调精确定位;二者相互串联构成位置与姿态运动相互解耦的混联机构。

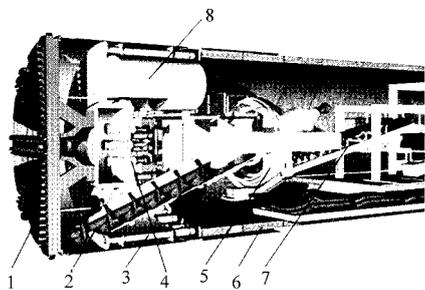


图1 盾构掘进机示意图

Fig. 1 Shield tunneling machine

- 1. 刀盘 2. 螺旋输送机 3. 推进油缸 4. 主驱动系统 5. 管片拼装机 6. 管片 7. 胶带输送机 8. 压缩仓

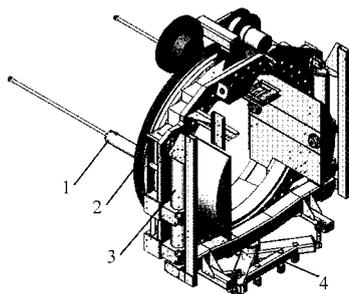


图2 隧道管片拼装机构

Fig. 2 Structure of segment assembly robot

- 1. 平移机构 2. 旋转机构 3. 举升机构 4. 并联微调机构

图3为3-SPS-1-S并联微调机构的结构简图。每个支链按照S-P-S的顺序串接而成,S代表球副,P代表移动副,3个驱动分支与上、下平台通过S副铰接;中间约束分支由S副组成(相当于3个R副串联),S副位于点W处,中间约束支链与上、下平台在其中心处固结。固定平台和运动平台是两个不同长度的等边三角形,它们顶点由3根可以伸缩的支承杆连接,为了方便分析,动坐标系 $P(x,y,z)$ 和静坐标系 $B(X,Y,Z)$ 被固定在点W。静坐标系的X轴平行于 $OB_1$ ,Z轴垂直于基座并且指向上,Y轴根据右手法则来确定。同理,动坐标系的x轴平行于 $PP_1$ ,z轴垂直于动平台,y轴由右手法则来确定。

### 1.2 自由度分析

应用CGK公式<sup>[6]</sup>,该机构的自由度为

$$F = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i - M_0 \quad (1)$$

式中  $d$ ——系统的阶数(平面机构  $d=3$ ,空间机构  $d=6$ )

$n$ ——连杆数目  $g$ ——关节数目

$f_i$ ——第  $i$  个关节的自由度

$M_0$ ——冗余自由度

此机构  $d=6$ ,有8个连杆,10个关节,对于每个驱动链都含有一个冗余自由度。通过对上述的分析可知该机构的自由度是3。

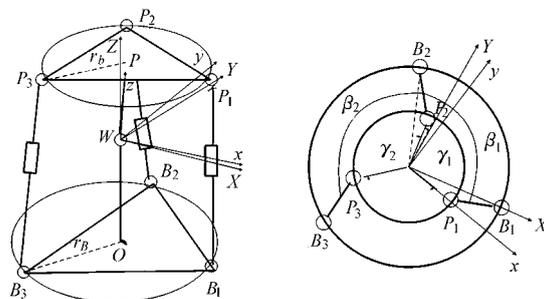


图3 3-SPS-1-S机构的构型及主、俯视图

Fig. 3 Schematic representation of 3-SPS-1-S mechanism

## 2 机构雅可比矩阵

### 2.1 位置逆解模型

位置逆解分析就是已知动平台的姿态 $(\psi, \theta, \phi)$ (操作变量),求解各驱动支链的杆长(关节变量),即

$$L_i = l_i q_i = b_i - B_i = Q^P P_i - B_i \quad (2)$$

式中  $L_i$ ——每个驱动杆的长度向量

$l_i$ ——第  $i$  个驱动杆的杆长

$q_i$ ——沿 $\overline{B_i P_i}$ 的单位向量

$b_i, B_i$ ——点  $P_i$  和点  $B_i$  相对于静坐标系  $B(X, Y, Z)$  的位置向量

$^P P_i$ ——点  $P_i$  相对于动坐标系  $P(x, y, z)$  的位置向量

$Q$ ——动平台相对于基座的旋转矩阵

动平台和基座的外接圆的半径分别是  $r_b$  和  $r_B$ 。点W到基座的距离是  $h_b$ ,点W到动平台的距离是  $h_o$ 。本文选择 $(X-Y-Z)RPY$ 角坐标系表示法描述姿态旋转矩阵<sup>[7]</sup>,定义回转角、俯仰角和偏转角 $(\psi, \theta, \phi)$ ,则

$$Q = R_z(\phi)R_y(\theta)R_x(\psi) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\phi\cos\theta & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\psi\sin\phi \\ \sin\phi\cos\theta & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi \end{bmatrix}$$

式中, $(\psi, \theta, \phi)$ 是动平台的姿态。则由式(2)得到

$$l_i^2 = (\mathbf{Q}^P \mathbf{P}_i - \mathbf{B}_i)^2 = (\mathbf{Q}^P \mathbf{P}_i - \mathbf{B}_i)^T (\mathbf{Q}^P \mathbf{P}_i - \mathbf{B}_i) = \mathbf{B}_i^2 + (\mathbf{P}^P \mathbf{P}_i)^2 - 2\mathbf{B}_i^T \mathbf{Q}^P \mathbf{P}_i \quad (3)$$

对于已知定平台姿态 $(\psi, \theta, \phi)$ ,则由式(3)可以求出3-SPS-1-S型姿态机构的3个驱动支链的杆长,即求得机构的位置逆解。

## 2.2 雅可比矩阵求解

动平台上P点的速度表示为

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v} \quad \boldsymbol{\omega}]^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T \quad (4)$$

$l_i$ 和 $\mathbf{q}_i$ ( $i=1,2,3$ )分别表示驱动支链*i*的杆长和单位矢量,可用 $\mathbf{v}_{pi}$ 表示动平台上 $P_i$ 的速度,因为

$$l_i^2 = \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i \quad (5)$$

式(5)两边对时间求导,得

$$\dot{l}_i = \frac{\mathbf{L}_i}{l_i} \mathbf{v}_{pi} = \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{v}_{pi} \quad (6)$$

动平台铰点 $P_i$ 的速度 $\mathbf{v}_{pi}$ 可由平台的速度 $\mathbf{V}$ 求得

$$\mathbf{v}_{pi} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{b}_i = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{b}_i \quad (7)$$

式(7)代入式(6)得

$$\dot{l}_i = \mathbf{q}_i \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{b}_i) = (\mathbf{b}_i \times \mathbf{q}_i)^T \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (8)$$

则得到3-SPS-1-S并联机构关节速度与操作速度的映射模型

$$\dot{\mathbf{l}} = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} \quad (9)$$

$$\mathbf{J} = (\mathbf{b}_i \times \mathbf{q}_i)^T \quad (i=1,2,3) \quad (10)$$

式中  $\dot{\mathbf{l}}$ ——关节速度矢量

$\mathbf{J}$ ——机构雅可比矩阵

通过建立机构速度映射方程得到机构的雅可比矩阵,雅可比矩阵是分析刚度、灵活度和驱动性能等指标的前提条件。

## 3 机构运动学性能指标

### 3.1 局部刚度指标

当末端执行器作用于物体时,作用反力将引起末端机械手偏离其理想位置,其偏离的大小与其作用力和机械手的刚度有关。在笛卡尔空间上的局部刚度可以表示为

$$\mathbf{K}_L = \mathbf{J}^T \mathbf{K}_J \mathbf{J} \quad (11)$$

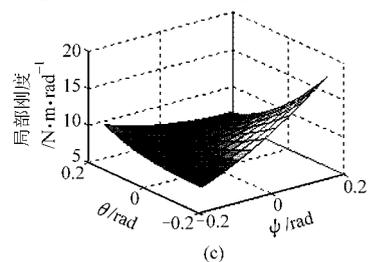
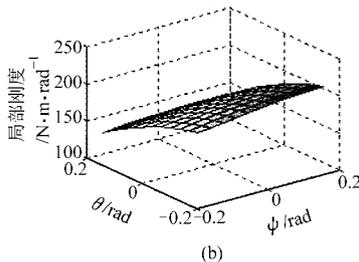
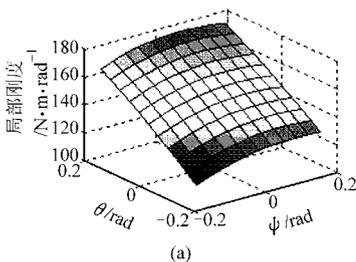


图4 机构局部刚度的空间分布

Fig.4 Local stiffness distribution in workspace

(a)  $\psi$ 方向 (b)  $\theta$ 方向 (c)  $\phi$ 方向

其中, $\mathbf{K}_J = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_n]$ , $\mathbf{K}_J$ 是这个并联机构的关节刚度矩阵, $k_i$ ( $i=1,2,\dots,n$ )表示每个驱动杆的关节刚度,把它模型为一个线性弹簧。在这里,每一个驱动杆都有相同的刚度,方程(11)可表示为

$$\mathbf{K}_L = k \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad (12)$$

$\mathbf{K}_L$ 主对角线上的元素作为这个3自由度并联机构在方向 $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$ 上的局部刚度指数<sup>[8]</sup>。

### 3.2 局部灵活度指标

将局部灵活度指标定义为雅可比矩阵的条件数的倒数,即

$$L_{DI} = \frac{1}{k_j} \quad \left(0 \leq \frac{1}{k_j} \leq 1\right) \quad (13)$$

其中  $k_j = \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\|$  (14)

式中  $k_j$ ——雅可比矩阵条件数

$\|\cdot\|$ 表示向量或矩阵的范数,如果考虑F范数,则

$$\|\mathbf{J}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})} \quad (15)$$

在这里,F范数被定义为根号下雅可比矩阵每个元素的平方和,因此 $L_{DI}$ 可以写成

$$L_{DI} = \frac{1}{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})} \sqrt{\text{tr}((\mathbf{J}^{-1})^T \mathbf{J}^{-1})}} \quad (16)$$

### 3.3 驱动性能评价指标

姿态机构的驱动性能指标为

$$D = (\det(\mathbf{J}^T \mathbf{J}))^{1/2} \quad (17)$$

该值越大说明驱动性能越好,该值趋近于0则易发生奇异位形<sup>[9-10]</sup>。

## 4 算例分析

根据盾构管片拼装实际需求,取机构参数: $r_b = 0.4$  m, $r_B = 0.8$  m, $h_B = 0.31$  m, $\gamma_1 = \gamma_2 = 120^\circ$ ,微调机构的转动角度范围为: $-10^\circ \leq \psi \leq 10^\circ$ , $-10^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$ , $-10^\circ \leq \phi \leq 10^\circ$ 。

### 4.1 局部刚度分析

利用Matlab编制仿真程序,图4所示为 $\phi = 10^\circ$ 时在 $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$ 方向的局部刚度。从图中可以看出,姿态机构的刚度随机构位形的变化而改变,刚度变

化比较平稳,在任务空间分布比较均匀,说明机构的刚度性能比较稳定;从图中可以看出在 $\psi$ 和 $\theta$ 方向的刚度大,在 $\phi$ 方向的刚度比较小。即该方向容易发生变形。同理,当 $\phi=0^\circ$ 、 $-10^\circ$ 时,在 $\psi$ 方向的刚度在 $100 \sim 170 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 与 $90 \sim 160 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 内变化,在 $\theta$ 方向的刚度在 $130 \sim 200 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 与 $130 \sim 190 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 内变化,在 $\phi$ 方向的刚度在 $0.6 \sim 2.5 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 与 $0.5 \sim 2.3 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 内变化;同理其他情况下相应刚度值、刚度分布情况与上述结论一致。

### 4.2 局部灵活度分析

当 $\phi=10^\circ$ 时的局部灵活度见图5所示,从图中发现当 $\phi=10^\circ$ 时的局部灵活度在 $0.1 \sim 0.161$ 内变化;同理,可以得到 $\psi=10^\circ$ 、 $\theta=10^\circ$ 时局部灵活度空间分布图,当 $\psi=10^\circ$ 时局部灵活度在 $0.02 \sim 0.15$ 内变化,当 $\theta=10^\circ$ 时局部灵活度在 $0.02 \sim 0.16$ 内变化。同理可以得到其他角度时的灵活度。灵活度越大,机构的性能越好。

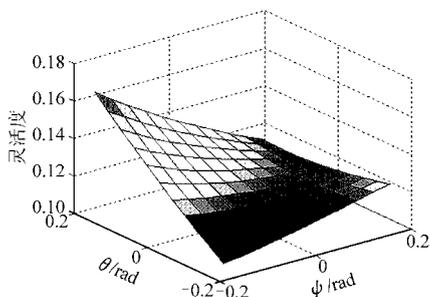


图5 当 $\phi=10^\circ$ 机构局部灵活度的空间分布

Fig.5 Local dexterity distribution in workspace

### 4.3 驱动性能分析

取机构的几何参数同上。利用 Matlab 编制仿真程序,图6为 $\psi=0^\circ$ 时,该机构的驱动力性能指标在工作空间上的分布情况。同理可以得 $\theta \in [-10^\circ, 10^\circ]$ , $\phi \in [-10^\circ, 10^\circ]$ , $\psi=0^\circ$ 、 $-10^\circ$ 、 $10^\circ$ 时驱动性能指标,及 $\theta=0^\circ$ 、 $-10^\circ$ 、 $10^\circ$ 和 $\phi=0^\circ$ 、 $-10^\circ$ 、 $10^\circ$ 时的驱动性能指标,如表1所示。

由上述图表分析可以得到:驱动性能指标在任

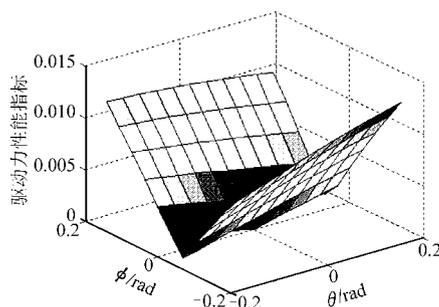


图6  $\psi=0^\circ$ 驱动力性能指标

Fig.6 Driving force index when  $\psi=0^\circ$

表1 驱动性能指标取值范围

Tab.1 Range of driving force index

位姿角	驱动力性能指标	
$\psi/(^\circ)$	-10	0.002 ~ 0.014
	0	0.001 ~ 0.012
	10	0.001 ~ 0.011
$\theta/(^\circ)$	-10	0.002 ~ 0.011
	0	0.001 ~ 0.012
	10	0.001 ~ 0.014
$\phi/(^\circ)$	-10	0.007 ~ 0.013
	0	0.0003 ~ 0.0180
	10	0.008 ~ 0.014

务空间变化幅度较小,分布均匀,随着机构位形的改变,驱动性能并没有发生大的变化,说明机构的稳定性较好;呈现出较好的对称性;驱动性能指标在 $0.0003 \sim 0.0180$ 内变化,不存在为0的情况。

## 5 结论

(1)针对空间3转动自由度3-SPS-S并联机构,对其进行运动学分析,通过对该机构的位置逆解分析,建立该机构的雅可比矩阵,为运动性能分析奠定了基础。

(2)根据工程实际需求,建立了刚度、灵活度和驱动性能指标,结合具体算例仿真分析了该并联微调机构的运动学性能指标在任务空间的分布规律。

(3)研究结果表明该机构的刚度、灵活度和驱动性能比较理想,能够满足工程的需要。

## 参 考 文 献

- Li Yangmin, Xu Qingsong. Design, analysis and applications of a class of new 3-DOF translational parallel manipulators[M] //Jee-Hwan Ryu. Parallel Manipulators, New Development, Vienna: In Tech Education and Publishing, 2008: 457 ~ 482.
- Karouia M, Hervé J M. An orientational 3-DOF parallel mechanism[C] // Proceedings of Parallel Kinematics Seminar, PKS 2002, 2002:23 ~ 25.
- 张艳伟,崔国华,孙振军,等. 空间转动3-SPS-1-S型并联机构奇异位形研究[J]. 农业机械学报,2010,41(4):199 ~ 203. Zhang Yanwei, Cui Guohua, Sun Zhenjun, et al. Singular loci analysis of 3-SPS-1-S spatial rotation parallel manipulator [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(4):199 ~ 203. (in Chinese)
- 崔国华,张艳伟,张英爽,等. 空间转动型3-SPS/S并联机器人的构型设计分析[J]. 吉林大学学报:工学版,2009, 39(增刊1):200 ~ 205.

- 9 Wang Q, Liu G. A thermoelastic asperity contact model considering steady-state heat transfer [J]. *STLE Tribology Transactions*, 1999, 42(4): 763 ~ 770.
- 10 Liu G, Wang Q. Thermoelastic asperity contact, frictional shear, and parameter correlations [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2000, 122(1): 300 ~ 307.
- 11 Huang J H, Ju F D. Thermomechanical cracking due to moving frictional loads [J]. *Wear*, 1985, 102(1 ~ 2): 81 ~ 104.
- 12 Polonsky I A, Keer L M. A fast and accurate method for numerical analysis of elastic layered contacts [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2000, 122(1): 30 ~ 35.
- 13 Liu S, Wang Q. A three-dimensional thermomechanical model of contact between non-conforming rough surfaces [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2001, 123(1): 17 ~ 26.
- 14 Liu G, Wang Q, Liu S. A three-dimensional thermo-mechanical asperity contact model for two nominally flat surfaces in contact [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2001, 123(3): 595 ~ 602.
- 15 Liu G, Wang Q, Ao Y. Convenient formulas for modeling three-dimensional thermo-mechanical asperity contacts [J]. *Tribology International*, 2002, 35(7): 411 ~ 423.
- 16 Boucly V, Ne'lias D, Liu S, et al. Contact of friction heating and plastic behavior [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2005, 127(2): 355 ~ 364.
- 17 Prasanta S, Niloy G. Finite element contact analysis of fractal surfaces [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2007, 40(14): 4 245 ~ 4 252.
- 18 Yan W, Komvopoulos K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces [J]. *Journal of Applied Physics*, 1998, 84(7): 3 617 ~ 3 624.
- 19 黄健萌,高诚辉,唐旭盛,等. 盘式制动器热结构耦合的数值建模与分析 [J]. *机械工程学报*, 2008, 44(2): 145 ~ 151.  
Huang Jianmeng, Gao Chenghui, Tang Xusheng, et al. Numerical modeling and analysis of the thermal-structure coupling of the disc brake [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(2): 145 ~ 151. (in Chinese)
- 20 Gao C H, Huang J M, Lin X Z, et al. Stress analysis of thermal fatigue fracture of brake disks based on thermomechanical coupling [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2007, 129(3): 536 ~ 543.
- 21 机械工程材料性能数据手册编委会. 机械工程材料数据手册 [M]. 北京:机械工业出版社, 1994.
- 22 工程材料实用手册编辑委员会. 工程材料实用手册 [M]. 北京:中国标准出版社, 1989.
- 23 Ozera A, Sofuoglu H. Thermo-mechanical analysis of the magnetic head-disk interface with a fractal surface description [J]. *Wear*, 2009, 266(11 ~ 12): 1 185 ~ 1 197.
- 24 Robert L J, Ravi S D, Hasnain M, et al. An analysis of elasto-plastic sliding apherical asperity interaction [J]. *Wear*, 2007, 262(1 ~ 2): 210 ~ 219.
- 25 李建国. 磨损金属学 [M]. 北京:冶金工业出版社, 1990.

(上接第 215 页)

- 5 刘玉斌,赵杰,蔡鹤皋. 新型 6-PRRS 并联机器人运动学和动力学研究 [J]. *吉林大学学报:工学版*, 2008, 38(5): 1 220 ~ 1 224.  
Liu Yubin, Zhao Jie, Cai Hegao. Study on kinematics and dynamics of a novel 6-PRRS parallel robot [J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2008, 38(5): 1 220 ~ 1 224. (in Chinese)
- 6 车林仙. 4-RUP-aR 并联机器人机构及其运动学分析 [J]. *机械工程学报*, 2010, 46(3): 35 ~ 41.  
Che Linxian. 4-RUP-aR parallel robot mechanisms and their kinematics analysis [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(3): 35 ~ 41. (in Chinese)
- 7 虞启凯,游有鹏,韩江义. 3-U-rSR 6 自由度并联机构位置分析 [J]. *农业机械学报*, 2011, 42(12): 215 ~ 219.  
Yu Qikai, You Youpeng, Han Jiangyi. Position analysis of 3-U-rSR parallel mechanism with 6-DOF [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(12): 215 ~ 219. (in Chinese)
- 8 Zhang Dan, Gao Zhen. Hybrid head mechanism of the groundhog-like mine rescue robot [J]. *Robotics and Computer-integrated Manufacturing*, 2011, 27(2): 460 ~ 470.
- 9 于靖军,刘辛军,丁希仑,等. 机器人机构学的数学基础 [M]. 北京:机械工业出版社, 2007.
- 10 Tadokoro S, Kimura I, Takamori T. A measure for evaluation of dynamic dexterity based on a stochastic interpretation of manipulator motion [C] // *Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Robotics (91 ICAR, IEEE)*, 1991, 1: 509 ~ 514.