

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.01.037

可调球面四杆机构函数优化综合方法*

王 玫¹ 刘 锐² 杨随先¹

(1. 四川大学制造科学与工程学院, 成都 610065; 2. 环境保护部核与辐射安全中心, 北京 100082)

【摘要】 提出一种用于实现多函数的可调球面四杆机构优化综合方法。通过改变连架杆杆长实现可调球面四杆机构不同函数综合要求。在研究球面四杆机构输入角与输出角函数关系的基础上,建立了可调球面四杆机构函数优化综合数学模型。给出可调球面四杆机构多函数优化综合的目标函数,使函数生成机构的最大结构误差达到最小;给出函数优化综合的约束条件,保证机构存在曲柄并具有良好的传动性能。采用免疫遗传算法对可调球面四杆机构进行函数优化综合,相应的算例证明了方法的有效性。

关键词: 可调机构 球面四杆机构 函数综合 免疫遗传算法

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)01-0208-05

Optimal Synthesis of Adjustable Spherical Four-bar Mechanisms for Function Generation

Wang Mei¹ Liu Rui² Yang Suixian¹

(1. School of Manufacturing Science and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

(2. Nuclear and Radiation Safety Center, Ministry of Environmental Protection, Beijing 100082, China)

Abstract

An optimal synthesis method of adjustable spherical four-bar mechanisms for multi-function generation was put forward. Different functions can be generated by the same mechanism through adjusting the length of the connecting frame poles. Based on the function relation between the input angle and the output angle of the spherical four-bar mechanism, the optimization model was established. The objective function was given with the aim of minimizing the maximum of the absolute structural error, and the constraints were given to ensure the crank existed and that the mechanisms have good transmission quality. After this, the immune genetic algorithm was chosen for multi-function generation of adjustable spherical four-bar mechanisms. The result of the synthesis example verified the effectiveness of the proposed method.

Key words Adjustable mechanisms, Spherical four-bar mechanisms, Function synthesis, Immune genetic algorithm

引言

可调球面机构是一类结构参数(如构件杆长、铰链支点位置等)可以连续调节或手动调节的球面机构,比常规的不可调球面机构(包括闭链和开链球面机构)更具柔性,能够更经济、更有效地实现简单重复的工作^[1]。Chuenchom 等称可调机构为“可

编程机构”、“可调机器人机构”^[2]。目前,不可调球面机构已广泛应用在农业自动化生产中,如清粮机构、收割机构、翻耕机构、挖取机构等都用到此类机构^[3],但若使它们满足两个或者两个以上的机械性能,就必须重新进行设计,可调球面机构的上述优点使得其在农业自动化生产中具有更加广阔的应用前景,对可调球面机构的研究具有重要的意义。

收稿日期: 2011-01-15 修回日期: 2011-03-07

* 国家自然科学基金资助项目(50975186)

作者简介: 王玫,副教授,博士,主要从事机械制造及自动化研究, E-mail: sc_wm@263.net

球面四杆机构函数综合的目标在于确定机构的类型和尺寸,使其输入输出角变化满足一定的函数关系。国内外研究的球面四杆机构函数综合方法大致可以划分为精确点综合方法与优化综合方法两大类^[4-7],而精确点法又可以分为图解法和代数法。图解算法比较直观,易于理解,但作图复杂,仅适用于简单的尺度综合问题;代数法在综合球面连杆机构时,随着求解未知量个数的增多,建立的约束方程数愈多,求解愈困难。此外,精确点法虽具有精度高、重复性强等优点,但函数生成机构仅能在少数精确点处满足给定的函数关系,在绝大多数位置并不能达到预期要求,并且机构的综合结果受不同的精确点组合的影响,导致综合所得函数与欲实现函数之间的结构偏差发生变化。由于可调球面四杆机构在工作过程中,某一构件结构参数将发生变化,需要求解的未知量较多,因此工程上多采用优化方法。本文在分析球面四杆机构函数综合的基础上,以最大结构误差和最小为目标函数,建立可调球面四杆机构函数优化综合的数学模型,并应用免疫遗传算法对可调球面四杆机构模型进行求解。

1 球面四杆机构

图 1 为球面四杆机构简图(字母对应斜体表示点),假设球面四杆机构在单位球面上, O 为球心, A 、 B 为固定铰链, C 、 D 为活动铰链, AD 、 CD 、 BC 、 AB 分别代表球面四杆机构的输入杆、连杆、输出杆和机架,杆长依次为球心角 α_k ($k=1,2,3,4$),输入二面角 $\angle DAB = \theta$,输出二面角 $\angle CBA = \psi$ 。建立图 1 所示坐标系 $Oxyz$, x 轴与 OA 重合,在 OAB 面内作 y 轴垂直于 x 轴,过 O 点按右手系得与平面 OAB 垂直的 z 轴。易知 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别为^[8]

$$\begin{cases} \mathbf{A} = (1, 0, 0) \\ \mathbf{B} = (\cos\alpha_4, \sin\alpha_4, 0) \\ \mathbf{C} = (l_{Oc_4} - l_{c_1c_2}, l_{c_3c_4} + l_{c_2c_3}, l_{cc_1}) = \\ (\cos\alpha_3\cos\alpha_4 + \sin\alpha_3\sin\alpha_4\cos\psi, \\ \cos\alpha_3\sin\alpha_4 - \sin\alpha_3\cos\alpha_4\cos\psi, \sin\alpha_3\sin\psi)^\top \\ \mathbf{D} = (l_{Od_2}, l_{D_1D_2}, l_{DD_1}) = \\ (\cos\alpha_1, \sin\alpha_1\cos\theta, \sin\alpha_1\sin\theta) \end{cases} \quad (1)$$

将式(1)代入向量 OC 与向量 OD 的数量积公式

$$x_c x_D + y_c y_D + z_c z_D = \cos\alpha_2 \quad (2)$$

得出球面四杆机构输入角与输出角的关系方程式

$$k_1 + k_2 \cos\theta - k_3 \cos\theta \cos\psi + k_4 \cos\psi + k_5 \sin\theta \sin\psi = 0 \quad (3)$$

其中 $k_1 = \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 \cos\alpha_4 - \cos\alpha_2$
 $k_2 = \sin\alpha_1 \cos\alpha_3 \sin\alpha_4$

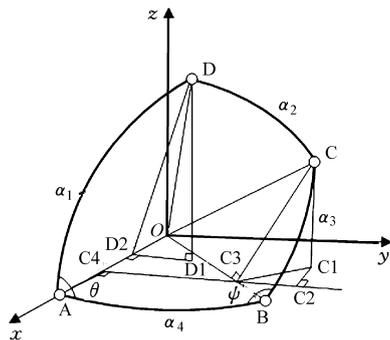


图 1 球面四杆机构简图

Fig. 1 Spherical four-bar mechanisms

$$\begin{aligned} k_3 &= \sin\alpha_1 \sin\alpha_3 \cos\alpha_4 \\ k_4 &= \cos\alpha_1 \sin\alpha_3 \sin\alpha_4 \\ k_5 &= \sin\alpha_1 \sin\alpha_3 \end{aligned}$$

由式(3)得出球面四杆机构的输出角^[9]

$$\psi = G(\theta) = \frac{180}{\pi} \times 2 \arctan \left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= k_1 + k_2 \cos\theta + k_3 \cos\theta - k_4 \\ b &= 2k_5 \sin\theta \\ c &= k_1 + k_2 \cos\theta - k_3 \cos\theta + k_4 \end{aligned}$$

式(4)中正负号对应机构的 2 种构型,为避免乱支乱序问题,取其中一种构型。设输出构件的初始角为 ψ_0 ,输出角变化为 ψ_j ,则

$$\psi = \psi_0 + \psi_j \quad (5)$$

根据式(5),式(4)可表示为

$$\psi_j = G(\theta_j) - \psi_0 \quad (j=1,2,\dots,q) \quad (6)$$

其中 q 为函数中所取的离散点位数。

机构函数综合的目的是使综合机构满足所有给定函数的输入输出要求,假设函数综合的理想输出为

$$\psi_j^d = F(\theta_j) \quad (j=1,2,\dots,q) \quad (7)$$

记 $S(\theta_j)$ 为 ψ_j^d 与 ψ_j 的结构偏差,即

$$S(\theta_j) = \psi_j^d - \psi_j \quad (j=1,2,\dots,q) \quad (8)$$

结构偏差越小,则函数综合结果越好。

2 可调球面四杆机构

图 2 为可调球面四杆机构简图,可实现多函数的任务。图 3^[10]给出一种可调球面杆的调节方式,通过可调杆上的可调连接来调节球面杆的长度,球面杆的长度与球心角的大小相对应,本文通过调节两连架杆 AD 、 BC 的长度来实现多个函数的任务。当可调连架杆 AD 、 BC 处于实线位置时,球面四杆机构实现运动过程中的第 1 个函数;当两连架杆的长度改变,处于虚线位置时,机构实现第 2 个函数,以此类推。

设可调球面四杆机构的未知变量 \mathbf{X} 为

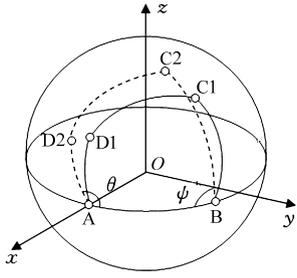


图2 可调球面四杆机构简图

Fig.2 Adjustable spherical four-bar mechanisms

$$\mathbf{X} = (\alpha_2, \alpha_4, \alpha_{i1}, \alpha_{i3}, \psi_{i0}, \dots, \alpha_{i1}, \alpha_{i3}, \psi_{i0}, \dots, \alpha_{p1}, \alpha_{p3}, \psi_{p0}) \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (9)$$

其中 p 为要求综合函数的任务数, $\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{i1}, \dots, \alpha_{p1}$ 和 $\alpha_{i3}, \dots, \alpha_{i3}, \dots, \alpha_{p3}$ 分别为输入杆 AD、输出杆 BC 在实现第 i 个函数时对应的球心角, $\psi_{i0}, \dots, \psi_{i0}, \dots, \psi_{p0}$ 为输出杆 BC 在实现第 i 个函数时对应的初始角。

设机构综合第 i 个函数时结构偏差绝对值的最大值为

$$S_i = \max \{ |S_i(\theta_j)| \quad (i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, q) \} \quad (10)$$

机构优化综合以 S_i 最小为目标。此类多目标优化问题, 可以将其转化为单目标优化问题求解。若给每个子目标函数 S_i 赋予权重 $u_i (i = 1, 2, \dots, p)$, 则各个子目标函数 S_i 的线性加权和表示为 $U(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^p u_i S_i$ 。

3 优化综合模型的建立

球面四杆机构优化综合问题通常是非线性约束问题, 为使综合出的机构满足一定的设计要求, 需要给定一些约束条件。考虑机构运动中的杆长大于零、曲柄存在、传力特性的要求, 给出可调球面四杆机构函数综合的约束条件。

(1) 杆长大于零

$$g_1(\mathbf{X}) = \varepsilon - \min(\alpha_{i1}, \alpha_2, \alpha_{i3}, \alpha_4) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (11)$$

式中 ε ——限制最小杆长的小正数

(2) 曲柄存在

铰链四杆机构的 3 种基本形式包括: 曲柄摇杆机构、双曲柄机构和双摇杆机构。在生产实际中, 驱动机械的原动机(电动机、内燃机等)一般作整周转动, 因此要求机构的主动件也能作整周转动, 即原动件为曲柄。曲柄存在问题是机构综合中的最基本问

题, 具有工程实际意义。曲柄存在条件约束为^[11]

$$g_2(\mathbf{X}) = \cos(\alpha_4 - \alpha_{i1}) - \cos(\alpha_{i3} - \alpha_2) \leq 0 \quad (12)$$

$$g_3(\mathbf{X}) = \cos(\alpha_2 + \alpha_{i3}) - \cos(\alpha_{i1} + \alpha_4) \leq 0 \quad (13)$$

(3) 传力特性

称二面角 $\angle BCD$ 为可调球面四杆机构的传动角, 用符号 γ 表示, 传动角是在机构设计中表征机构传动质量的重要指标, 传动角愈大对机构传动愈有利。为了保证所设计的机构具有良好的传动性能, 通常将机构传动角限制在一定的许用范围 $[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$ 内。文献[11]给出

$$\gamma = \arccos((\cos\alpha_{i1}\cos\alpha_4 + \sin\alpha_{i1}\sin\alpha_4\cos\theta_i - \cos\alpha_2\cos\alpha_{i3}) / (\sin\alpha_2\sin\alpha_{i3})) \quad (14)$$

则传动角约束可表述为

$$g_4(\mathbf{X}) = \gamma_{\min} - \gamma \leq 0 \quad (15)$$

$$g_5(\mathbf{X}) = \gamma - \gamma_{\max} \leq 0 \quad (16)$$

基于上面的分析结果, 可调球面四杆机构函数优化综合的模型为

$$\begin{cases} \min U(\mathbf{X}) \\ \text{s. t. } g_m(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (m = 1, 2, \dots, 5) \end{cases} \quad (17)$$

4 算法设计

提出的可调球面四杆机构函数优化综合模型的优化变量和目标函数之间具有极强的非线性映射关系, 属于多参数复杂系统的全局总体优化问题, 采用种群进化技术的遗传算法可有效解决此类问题。基本遗传算法(simple genetic algorithm, 简称 SGA)的选择、交叉、变异操作一般是在概率条件下随机进行的, 一定程度上不可避免的存在早熟和收敛速度慢等缺点, 制约其在球面机构优化综合领域的应用。

免疫遗传算法(immune genetic algorithm, 简称 IGA)是将生命科学中的免疫原理与基本遗传算法相结合, 基于生物免疫机制提出的一种改进遗传算法^[12]。在保留基本遗传算法全局随机搜索能力的基础上, 免疫遗传算法将目标函数定义为抗原, 将待求问题的解定义为抗体, 通过引进抗原记忆、抗体多样性保持、抗体促进与抑制等机制, 在很大程度上避免早熟, 加快搜索速度, 提高了算法的整体性能。

将 IGA 应用于可调球面四杆机构函数优化综合问题, 定义最大结构误差和最小为抗原, 设计过程中可调球面四杆机构的中间结果为抗体, 通过抗原和抗体的亲和力(适应度)来描述可行解与最优解的逼近程度, 通过抗体与抗体之间的亲和力(相似度)描述可行解与可行解之间的逼近程度, 从而计算抗体浓度。免疫遗传算法根据适应度和抗体的浓度进行选择操作, 实现了浓度调节机制, 保持了可调球面四杆机构抗体种群的多样性, 避免了个体重复

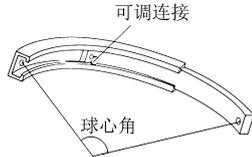


图3 一种可调球面杆的连接方式

Fig.3 Practical way to produce an adjustable spherical link

计算,使可调球面四杆机构抗体种群快速收敛,最终得到符合性能需求的可调球面四杆机构。免疫遗传算法基本程序如图 4 所示,IGA 中涉及的基本概念与可调球面四杆机构函数优化综合的基本概念对照如表 1 所示。

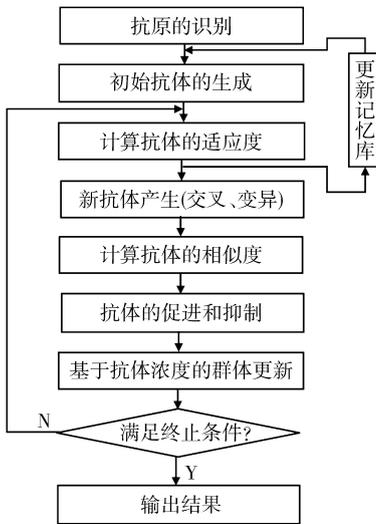


图 4 免疫遗传算法基本程序流程图

Fig.4 Immune genetic algorithm flowchart

表 1 IGA 基本概念对照表

Tab.1 Basic concepts of IGA

免疫遗传算法	可调球面四杆机构函数优化综合
抗原	待求问题的目标函数 $\min U(X)$
抗体	优化变量 X
抗体与抗原之间亲和力(适应度)	描述可行解与最优解的逼近程度,越优化的抗体亲和力越大
抗体与抗体之间亲和力(相似度)	反映了抗体之间的相似程度
抗体浓度	相似抗体在群体中所占的比重
基于抗体浓度的群体更新	适应度高的抗体受到促进,浓度高的抗体受到抑制
记忆库	由特定抗体组成,用于保持种群的多样性,以及求解过程中的最优解
早熟	算法在搜索到全局最优解之前就过早地收敛于某一局部极值点

5 综合算例

为检验提出的可调球面四杆机构函数优化综合方法的可行性与有效性,给出如下计算实例。

综合球面四杆机构,实现函数

$$\psi = \tau \frac{180}{\pi} (1 + \sin\theta) \quad (18)$$

其中自变量 θ 的变化范围为 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, 参数 τ 满足 $0 \leq \tau \leq \pi$ 。 τ 取 0.6 和 0.8, 即 $p=2$ 。对式(18)每隔 20° 进行离散, 此外取 $u_1 = u_2 = 1, \gamma_{\min} = 15^\circ, \gamma_{\max} =$

165° , 利用提出的方法编写计算程序进行优化综合, 综合结果如表 2 所示, 综合的过程如图 5 所示。由仿真结果可知, 随着免疫遗传算法进化过程的进行, 群体中适应度较低的个体逐渐被淘汰, 而适应度高的个体越来越多, 随着代数的进一步增加, 免疫遗传算法搜索到问题的最优解。综合机构的结构偏差见图 6, 可以看出当 $\tau = 0.6$ 时最大结构偏差约为 1.177° , 当 $\tau = 0.8$ 时最大机构偏差约为 2.707° 。

表 2 可调球面四杆机构函数优化综合结果

Tab.2 Optimization result of function synthesis for adjustable spherical four-bar mechanisms

参数	数值	参数	数值
杆长 α_2	1.599 1	杆长 ψ_{10}	1.002 8
杆长 α_4	1.565 6	杆长 α_{21}	0.759 1
杆长 α_{11}	0.583 7	杆长 α_{23}	1.572 5
杆长 α_{13}	1.570 4	杆长 ψ_{20}	0.805 4

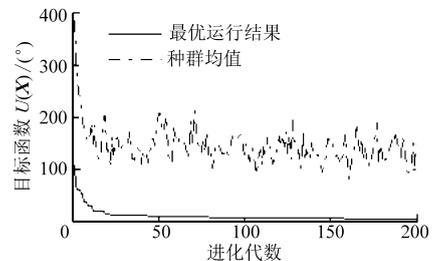


图 5 目标函数的优化过程

Fig.5 Optimization process of objective function

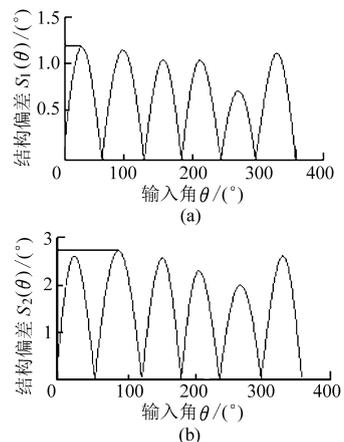


图 6 函数综合结构偏差

Fig.6 Structural deviation of function synthesis

(a) $\tau = 0.6$ (b) $\tau = 0.8$

6 结束语

以球面四杆机构为研究对象,在研究球面四杆机构输入角与输出角函数关系的基础上,通过调节连架杆的杆长生成不同的函数。建立的可调机构优化综合模型能够保证机构作单向连续整周旋转并且

具有良好的传动性能。利用免疫遗传算法对模型进行求解,为可调球面四杆机构进行函数优化综合提

供了一种新方法。综合算例结果验证了所提出方法的有效性。

参 考 文 献

- 1 张均富,徐礼钜. 可调连杆机构非线性弹性动力学模型[J]. 四川大学学报:工程科学版, 2005, 37(4):129~133.
Zhang Junfu, Xu Liju. Nonlinear elastodynamics model of adjustable mechanisms [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2005, 37(4):129~133. (in Chinese)
- 2 Chuenchom T, Kota S. Synthesis of programmable mechanisms using adjustable dyads [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1997, 119(2): 232~237.
- 3 李剑锋,袁守军. 球面四杆机构性能图谱的绘制及图谱应用[J]. 农业机械学报, 1995, 26(4):73~78.
Li Jianfeng, Yuan Shoujun. The construction and application of characteristic diagrams of spherical four-bar linkages [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1995, 26(4):73~78. (in Chinese)
- 4 Cemil B. Geometric methods for the synthesis of spherical mechanisms for the generation of functions, paths and rigid-body positions using conformal projections[J]. Mechanism and Machine Theory, 1984, 19(2): 113~127.
- 5 J Jesús C S, Hugo I M C, José M R M, et al. Some improvements on the exact kinematic synthesis of spherical 4R function generators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(1): 103~121.
- 6 王德伦,王淑芬,张保印. 球面四杆机构近似函数综合的自适应方法[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 45~49.
Wang Delun, Wang Shufen, Zhang Baoyin. New approach to function synthesis for spherical mechanisms [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 45~49. (in Chinese)
- 7 Chiang C H. Kinematics of spherical mechanisms [M]. New York; Cambridge University Press, 1988.
- 8 Rasim I A, Özgür K. Analytical synthesis of function generating spherical four-bar mechanism for the five precision points [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(7): 863~878.
- 9 Suixian Y, Hong Y, Tian G Y. Optimal selection of precision points for function synthesis of spherical 4R linkage [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2009, 223(9): 2 183~2 189.
- 10 Boyang H, Arthur G E. A method for adjustable planar and spherical four-bar linkage synthesis [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2005, 127(3): 456~463.
- 11 张均富,徐礼钜,王杰. 可调球面六杆机构轨迹综合[J]. 机械工程学报, 2007, 43(11): 50~55.
Zhang Junfu, Xu Liju, Wang Jie. Synthesis of adjustable spherical six-bar mechanisms for path generation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(11): 50~55. (in Chinese)
- 12 王煦法,张显俊,曹先彬,等. 一种基于免疫原理的遗传算法[J]. 小型微型计算机系统, 1999, 20(2): 117~120.
Wang Xufa, Zhang Xianjun, Cao Xianbin, et al. An improved genetic algorithm based on immune principle [J]. Mini-Micro Systems, 1999, 20(2): 117~120. (in Chinese)