

点云模型特征的提取算法*

邹冬 庞明勇

(南京师范大学教育技术系, 南京 210097)

【摘要】 提出一种基于移动最小二乘法的点云模型尖锐特征提取算法。首先使用投影残差来识别潜在的特征点,然后采用一种优化的主元分析法光滑潜在的特征点,再利用改进的折线生长方法生成特征线,最后为模型建立角点完善提取的特征线。实验表明,本文算法运行稳定,性能优于其他算法,可以准确地捕捉点云模型上的特征线。

关键词: 点云模型 特征提取 移动最小二乘法

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2011)11-0222-06

Algorithm for Extracting Sharp Features from Point Cloud Models

Zou Dong Pang Mingyong

(Department of Educational Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract

Based on the moving least squares method, a method for extracting feature curves from point clouds was presented. Firstly the algorithm calculated projection residuals and potential feature points were identified in point cloud model. The potential feature points were then smoothed by employing a modified version of the principal component analysis approach. Subsequently, a feature-polyline propagation technique was used to approximate the feature points by a set of polylines. Finally the feature curves were optimized by the algorithm to resolve gaps and recover the junctions. Experiments show that the algorithm is very robust, and it can extract feature curves from various point clouds.

Key words Point clouds, Feature extraction, Moving least squares

引言

由三维扫描设备得到的点云数据通常由表示模型形状的大量数据点构成,这些数据点包含了物体表面的几何特征信息,根据这些信息可以重建物体的数字化模型,并能进行编辑、修复、绘制等操作。因此,点云模型的处理技术变得日益重要^[1-2]。

Gumhold等^[3]通过在点云的局部邻域内建立黎曼图,并对邻域内的采样点进行主元分析(principal component analysis,简称PCA),再根据协方差矩阵的特征值来识别潜在的折痕点、边界点和角点。该方法将所有高曲率值的数据点定义为特征点,由一个包含所有特征点的点云子集能够较好地提取稀疏点云的特征,但其不能区分点云模型上的尖锐特征

和非尖锐特征。Pauly等^[4]也使用PCA方法识别点云在局部邻域内中的潜在特征点,通过调整点的邻域半径,实现对几何模型特征的多分辨率提取。该方法运用多尺度分析来提高特征的识别率,尤其是对含有噪声的模型,因此特征识别率较高,但涉及的计算量较大,因而算法效率受到了限制。文献[3]和文献[4]均采用最小生成树算法连接提取出的特征点,并最终重建模型的特征曲线。Demarsin等^[5]着重研究了点云数据中提取闭合特征线的方法。其方法是首先采用PCA方法计算各点的法向,在点云局部邻域内根据法向的变化将点云模型分割成若干片,再采用分片处理的方法来识别特征区域,最后采用最小生成树来连接经过聚类排序后的边界点。Fleishman等^[6]采用鲁棒的移动最小二乘(robust

收稿日期: 2010-12-24 修回日期: 2011-03-01

* 国家自然科学基金资助项目(60873175)和安徽省高校省级自然科学基金资助项目(KJ2010B423、KJ2010B142)

作者简介: 邹冬,硕士生,主要从事数字几何处理研究,E-mail: zoudong33@126.com

通讯作者: 庞明勇,教授,主要从事数字几何处理、非线性动力系统可视化研究,E-mail: panion@graphics.njnu.edu.cn

moving least squares, 简称 RMLS) 拟合方法来重建包含尖锐特征的点云曲面。为了从最终的移动最小二乘 (moving least squares, 简称 MLS) [7~8] 投影过程找到一个无异常值的区域, 该方法基于最小中位数 (least median) [9] 和正向查找算法 [10] 在点云局部邻域内拟合多个最小二乘曲面, 并将局部 RMLS 拟合的交汇区域定义为特征区域。Mrigot 等 [11] 提出一种称作“Voronoi 协方差”的理论, 该方法基于 Voronoi 图计算过程中的一个协方差矩阵, 得到点云曲面局部的主曲率和主方向, 通过改变局部邻域大小迭代计算协方差矩阵来提取特征点。本文针对点云模型的尖锐特征提出一个多步骤调整提取特征的算法, 该算法可以直接提取点云模型尖锐特征, 无需对点云模型进行相关预处理操作。与文献 [3~4] 的方法相比, 本算法不以法向或曲率等几何属性作为特征点识别的依据。因为在某些情况下, 通过几何属性来确定模型的特征不准确, 而且计算一个精确的几何属性通常代价大。此外, 本文提出一种改进的折线生长方法, 采用此方法生成的特征线更加光顺, 同时本算法为模型建立尖锐角点, 能够准确地表示点云模型的角型特征。

1 算法

假设点采样模型 (图 1a) 是采样自现实物体表面的、非结构化的三维点坐标集合, 即 $P = \{p_i = (x_i, y_i, z_i) \mid 1 \leq i \leq n\}$, 其中不显式地包含任何关于采样点的拓扑结构信息, 也没有参数化或局部微分性质 (如法向) 等方面的信息。

本文算法以 MLS 方法为基础。首先采用 MLS 方法为模型中的每个数据点拟合一个局部曲面片, 并计算该点在曲面上的投影残差值, 将投影残差值较大的点定义为潜在特征点 (图 1b); 其次, 采用统计分析中的相关性分析和优化的 PCA 方法来光顺这些潜在的特征点, 得到分布均匀、平滑光顺的特征点 (图 1c); 再次, 使用一种改进的折线生长方法来逼近光顺后的特征点, 产生一系列特征折线, 由此初步形成模型的特征曲线 (图 1d); 最后在模型的尖角区域为模型建立角点来完善特征曲线, 同时修复相邻特征线连接处的缺口 (图 1e), 并最终得到模型的特征曲线 (图 1f)。

2 潜在特征点的识别

算法首先为模型中的每个数据点在其确定的邻域范围内拟合出一个局部多项式曲面片, 并计算每一点在该曲面片上的投影残差, 再依据残差的大小来识别特征点。具体地, 给定一点 $p_i \in P$, 设其 r -邻

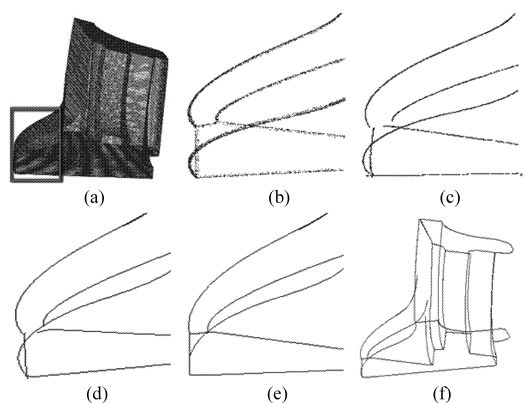


图 1 本文特征提取算法的处理步骤

Fig. 1 Over view of our feature extraction pipeline

(a) 原始点云模型 (b) 潜在特征点 (c) 光顺潜在特征点
(d) 折线生长 (e) 完善特征曲线 (f) 最终特征曲线

域点为 $N(p_i) = \{p_j \mid p_j \in P, \|p_j - p_i\| \leq r\}$ 。可由 $N(p_i)$ 建立点 p_i 的协方差矩阵为

$$M = \sum_{p_j \in N(p_i)} (p_j - c_i)(p_j - c_i)^T \quad (1)$$

其中

$$c_i = \frac{1}{k} \sum_{p_j \in N(p_i)} p_j \quad (2)$$

计算矩阵 M 的特征值 $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2$ 及相应的特征向量 v_0, v_1, v_2 。选择最大和次大特征值所对应的特征向量 v_0 与 v_1 支起参考平面 H_i 。显然 H_i 的法向 n_i 与 λ_2 对应的特征向量的方向相同, 且 $\|n_i\| = 1$ 。然后在参考平面 H_i 上以 c_i 为原点, 分别以 v_0, v_1 和 n_i 为 X, Y, Z 轴向, 建立局部坐标系 $(c_i; v_0, v_1, n_i)$ 。

通过上述方法建立的局部坐标系的 Z 轴正向 (即曲面法向 n_i 的方向) 可能指向点云模型的内部或外部。为了能够正确地识别模型的特征, 需要对曲面法向的方向进行一致性调整 [12], 使点云中每一点的法向都指向模型表面的外侧。局部坐标系的 Z 轴正向也相应地调整为与法向的方向一致。再采用多项式 g_i 逼近 $N(p_i)$, 使其满足

$$\min \sum_{p_j \in N(p_i)} \langle p_j - p_{g_i}, n_i \rangle^2 \theta(\cdot) \quad (3)$$

其中, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为点积算子, $\theta(\cdot)$ 为权函数, 如 $\theta(s) = e^{-s^2/h^2}$; 点 p_{g_i} 为点 p_j 沿 n_i 方向在局部曲面 g_i 上的投影; g_i 是局部坐标系 $(c_i; v_0, v_1, n_i)$ 下的二元多项式函数, 本文取其为二次双变量多项式

$$g_i(u, v) = a + bu + cv + duv + eu^2 + fv^2 \quad ((u, v) \in [-h, h]^2) \quad (4)$$

这时, 式 (3) 可转换为

$$\min \sum_{p_j \in N(p_i)} ((p_j - c_i) \cdot n_i - g_i(u_j, v_j))^2 \theta(\cdot) \quad (5)$$

其中 (u_j, v_j) 是点 $p_j \in N(p_i)$ 在局部坐标系 $(c_i; v_0, v_1, n_i)$ 下 $X-Y$ 平面上的坐标, $g_i(u_j, v_j)$ 为局部 Z 轴坐标。

对于参考平面 H_i 上的任何一点 q , 其在局部曲面 g_i 上的投影点是以 u_q, v_q 为局部 X, Y 轴坐标, 通过式(5)求得二次多项式系数, 计算 $g(u_q, v_q)$ 作为投影点的局部 Z 轴坐标, 即点 q 投影点为 $(u_q, v_q, g(u_q, v_q))$ 。将点 q 和其投影点之间的距离定义为投影残差。

计算点 p_i 所有 r -邻域点的投影残差值, 选择其中最大值作为点 p_i 的残差值, 即

$$\text{res}(p_i) = \max_{p_j \in N(p_i)} \|p_j - p_{g_i}\| \quad (6)$$

其中点 p_{g_i} 是点 p_j 沿法向 n_i 方向在 g_i 上的投影点, 如图 2 所示。

对于点云中的尖锐特征, 其上的数据点通常远离局部多项式曲面, 使得投影残差较大。对于任何一点 $p_i \in P$, 如果其投影残差 $\text{res}(p_i) > \tau$ (τ 是用户设定的阈值), 则认为其是潜在的特征点, 将其添加到特征点集合 F 中。这种识别特征的方法依赖于阈值 τ 的选择。本文通过自适应阈值计算来确定 τ 。实验表明, 将 τ 设置为所有数据点的平均残差, 即

$$\tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{res}(p_i) \quad (7)$$

能够获得较好的结果。用户也可以通过交互地修改 τ 来得到更好的结果。最后得到潜在特征点集合 F 。

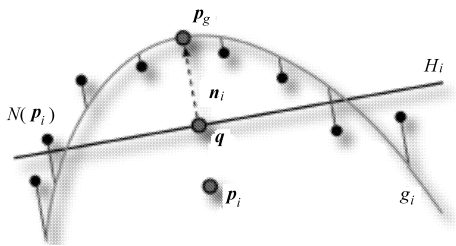


图 2 计算采样点投影残差值的示意图
Fig. 2 Schematic of computing residual for sample points

3 光顺特征点

通过将所有潜在特征点投影到其邻域主轴上的方法来实现特征点的光顺, 光顺效果取决于邻域半径 δ 的大小。为了获得稳定的光顺效果, 本文基于相关性分析、优化的 PCA 方法和采用一种自适应邻域增长的方法^[13]对特征点进行光顺处理。

给定特征点 $p_i \in F$, 定义其在集合 F 中的邻域点集合为 $N_F(p_i) = \{p_j \mid p_j \in F, \|p_j - p_i\| \leq \delta\}$, 采用与式(2)相同方法计算 $N_F(p_i)$ 的重心 c_i^F , 采用与式(1)类似的方法由 $N_F(p_i)$ 建立点 $p_i \in F$ 的协方差矩阵 M^F , 得到特征值 $\lambda_0^F \geq \lambda_1^F \geq \lambda_2^F$ 和相应的特征向量 v_0^F, v_1^F, v_2^F 。进一步可得过重心 c_i^F 且方向与最大特征值所对应的特征向量 v_0^F 方向一致的一条空间

直线 L , 将 p_i 投影到直线 L 上便可得到投影点 p'_i 。为了取得较好的光顺效果, 提出一种优化的 PCA 方法(图 3)。在主元分析时采用点 q , 使得点 q 满足

$$\min \sum_{i=0}^m \langle t \cdot p_i - q \rangle \quad (8)$$

t 可以为任意的 v_0^F, v_1^F, v_2^F 。点 q 在由 t 和 c_i^F 定义的直线上。通过设置 $q = c_i^F + a \cdot t$, 式(8)可以改写为

$$\min \sum_{i=0}^m \langle t \cdot p_i - (c_i^F + a \cdot t) \rangle \quad (9)$$

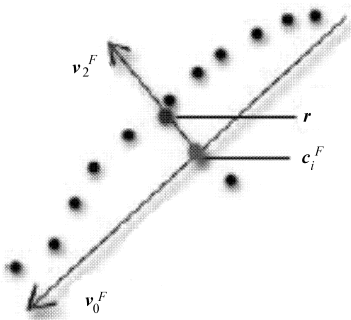


图 3 PCA 优化示意图
Fig. 3 Schematic of PCA optimization

最小化 t 的优化方法: 令 $r = c_i^F$, 按式(1)计算协方差矩阵 M^F 得到 v_0^F ; 沿由 r 和 v_0^F 定义的直线, 使用牛顿法最小化 t , 使得 $q = r + a \cdot t$ 。

当获得 q 时, 设置 $r = q$, 计算新的协方差矩阵 M^F 并得到一个新的 v_1^F 。重复步骤(2)在 v_1^F 和 r 定义的直线上寻找一个新点 q , 再计算 v_2^F 。通过最终的协方差矩阵 M^F 获得一个新点 q 。

本文采用自适应邻域选择方法, 对于具体的特征点 p_i , 在其邻域 $N_F(p_i)$ 内进行 PCA 分析, 利用特征向量 v_1^F, v_2^F 和点 c_i^F 建立平面, 将邻域点 $N_F(p_i)$ 投影到该平面上。然后为投影点建立局部坐标系, 采用随机变量 X, Y 表示投影点在平面上的分布, 其相关系数^[14]为

$$\rho_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)} \sqrt{D(Y)}} \quad (10)$$

ρ_{XY} 的值在 $-1 \sim 1$ 之间, 它表示随机变量 X, Y 的线性相关度。较大值的 ρ_{XY} 表示 X, Y 之间有较强的线性相关度, 也意味着邻域点 $N_F(p_i)$ 沿特征线分布。如果相关系数 ρ_{XY} 不够大则需要增加 δ (图 4)。本文中取 $\rho_{XY} > 0.6$, 如果 δ 大于预设的阈值, 点 p_i 将会被当作噪声点丢弃掉。

4 特征折线生长

由上节得到了经过光顺处理的特征点集合 E , 但集合 E 中的特征点是无序的, 且不包含任何拓扑结构信息。在许多实际应用中, 通常需要用连续

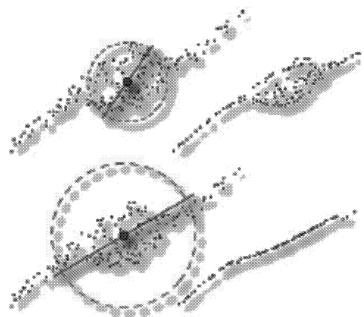


图 4 自适应邻域增长示意图

Fig. 4 Schematic of adaptive neighborhood growth scheme

的特征线。本文采用折线生长技术为模型建立连续的特征线,该技术采用一组首尾相接线段连接特征点,从而形成特征线。

基于 Lee 的方法^[13]提出一种改进的特征折线生长算法。Lee 方法首先随机选择一个种子点 $p \in E$,求得点 p 的 r -邻域点 $N_E(p) \subset E$,对其邻域点 $N_E(p)$ 进行主元分析,并选择最大特征值所对应的特征向量和点 p 建立空间直线,所有邻域点被投影到直线上,产生投影点,选择沿直线方向上离点 p 最远点作为生长点,以同样的方法在直线的相反方向选择点作为另一个生长点。

本文的折线生长方法是,首先建立一个用来存储所有特征点的队列 Q , Q 中的一些数据点将会作为种子点。实验表明从具有较高特征相关性的边点开始生长操作会取得更好的效果。为此采用 PCA 方法为每一特征点计算一个相关系数 η 。对任一特征点 $p \in E$,在其邻域点 $N_E(p)$ 内进行 PCA 分析,计算出 3 个特征值 $\lambda_0^E \geq \lambda_1^E \geq \lambda_2^E$,依据公式

$$\eta = \frac{\lambda_0^E}{\lambda_0^E + \lambda_1^E + \lambda_2^E} \quad (11)$$

计算特征相关系数 η 。采用同样的方法计算出所有特征点的相关系数,根据其相关系数 η 的大小,将所有特征点按从大到小的顺序存入队列 Q 。由此可避免选择一个具有较小相关系数的角点作为种子点进行折线生长的可能。

为了得到光滑的特征折线,本文需要为生长操作计算一个生长方向 v_g ,对种子点 p 的 r -邻域点进行 PCA 分析(图 5a),选择最大特征值所对应的特征向量,对其单位化后作为生长方向 v_g ,通过 $p_j = p + r_{\max} * v_g$ 计算一个新的生长点(图 5b),将其添加到特征折线中,其中 $r_{\max} \leq r$ 。下一次生长将从新点 p_j 开始采用以上方法重复执行,直到在生长方向上查找不到邻域点为止(图 5c)。然后选择初始种子点 p 生长方向的反方向 $-v_g$,进行反向的生长操作(图 5d)。

实验发现,特征折线在模型的角部区域会出现

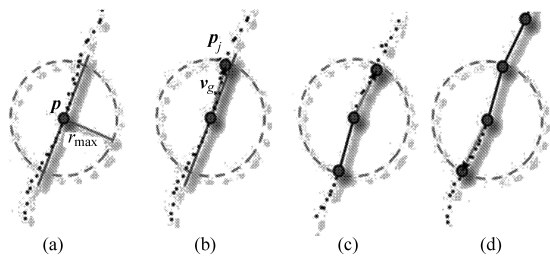


图 5 特征折线生长方法示意图

Fig. 5 Schematic of feature-polyline propagation method

(a) PCA 分析 (b) 计算生长方向
(c) 生成一段特征折线 (d) 反向生长

重复生长的情况,为了避免这一情况,算法增加一个操作中止条件:判断方向 v_j 。判断方向 v_j 是上一生长点的判断方向和当前特征点生长方向的平均方向,即 $v_j = (v_j + v_g)/2$ 。在计算一个新生长点 p_j 前,需要判断目前的生长方向 v_g 与判断方向 v_j 的夹角是否在一个特定的范围内,即使 $\langle v_g, v_j \rangle \leq \cos \theta$ 。如果夹角小于 θ 则继续生长,否则退出。实验表明当 $\theta = 30^\circ$ 时会取得较好的效果。当获得一个新的生长点 p_j 后,需要更新判断方向 $v_j = (v_j + v_g)/2$ 。

从队列中取出一点作为种子点,应用以上生长算法便可以产生一条特征折线,在具体的实施过程中,可能会出现在同一条特征线上多次设置种子点进行折线生长、重复收集这条边上的点的问题。为解决这一问题,在生长过程中,每当取出队列中的点 p 时,同时删除队列中点 p 的所有邻域点。生长过程中,只要队列不空就继续取出队列中的点作为种子点进行生长操作。由折线生长操作可得一系列的特征线 $Ploy = \{f_i\}$ 。

5 特征修复

为了给模型建立完整光滑的特征线,最后需要为交汇的特征线建立合适的连接角点。本文将主要解决以下 3 种情况:单个特征边的缺口;2 条特征边在角部区域形成的夹角;3 条或更多特征边在角部区域形成的尖角。

一种简单的特征修复方法是寻找特征折线尾部特征点,判断这些特征折线的尾部特征点的空间距离是否小于预设阈值,如果小于预设阈值,则计算一个重心点来合并尾部特征点。为了增加特征角点的精确度,本文提出如图 6 所示的方法。

从特征折线集 $Ploy = \{f_i\}$ 中选择特征折线 f_i ,以其尾部特征点 p 为中心、 r_{join} 为半径构造包围球,查找其 r -邻域点 $N_{\text{ploy}}(p)$ 。如果在 $N_{\text{ploy}}(p)$ 中除了点 p 之外没有其他尾部特征点,则标记点 p 为缺口。如果 r -邻域点 $N_{\text{ploy}}(p)$ 的数目大于 2,则需要计算一个角点。

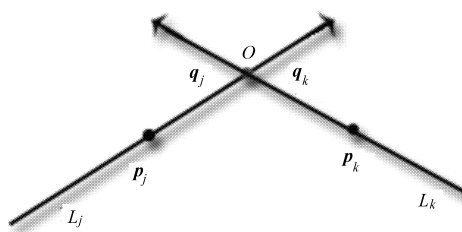


图 6 特征修复示意图

Fig. 6 Schematic of feature recovery

设点 $p_j, p_k \in N_{\text{ploy}}(p)$, 本文修复方法需要以点 p_j 和其所在特征折线的方向定义空间直线。先查找尾部特征点 p_j 的次尾部特征点 p_{j-1}, p_{j-2} , 计算平均方向 $e(p_j)$, 利用 $e(p_j)$ 和点 p_j 建立直线 L_j 。同样为点 p_k 建立直线 L_k 。然后在直线 L_j 上找到点 q_j , 直线 L_k 上找到点 q_k , 使得点 q_j 和点 q_k 相距最近。再计算点 q_j 和点 q_k 的重心点作为模型的角点。注意, 如果找到的最近点不在以点 p 为中心、 r_{join} 为半径的包围球内, 则采用尾部特征点来计算重心点 o 。为了能够覆盖特征线之间的空白区域, 半径参数 r_{join} 应该选择稍大一些。

6 实验结果和讨论

运用 VC 6. 0 和 OpenGL 在 PC 机上实现了本文的点云模型尖锐特征提取算法。所有的实验数据和实验效果均在硬件配置平台为 1. 8 GHz 奔腾处理器、1 GB 内存的 PC 机上获得。图 7 是算法对 ScallopCube、Double_torus、Octhedron 3 个模型进行特征提取的效果。图中提取的特征曲线很好地刻画了模型的几何特征, 模型的尖锐边和尖锐角都被正确地重建出来。实验结果表明, 本文特征提取算法运行稳定, 可以有效地提取不同点云模型上的尖锐线型特征。

本文算法步骤中的光滑特征点和特征折线生长可以有效地控制噪声。为测试算法的抗噪性, 采用 ScallopCube 模型来测试效果。加入噪声的方式是将点集的每一点 p 沿随机向量 $\delta(p)$ 进行扰动合成噪声, $\|\delta(p)\| \leq u d_B$, u 是噪声程度, d_B 是模型包围盒的对角线长度。在实验中 u 分别取 0. 01、0. 06、0. 10。图 8 为加入不同程度噪声的 ScallopCube 模型提取特征线的效果图。对于较低噪声的模型, 本文算法可以准确地提取模型的特征曲线, 如图 8 当加入 $0. 06 d_B$ 噪声时, 模型的特征曲线出现少数缺口, 主要特征线仍然光滑。当加入 $0. 10 d_B$ 噪声时, 提取的特征线比较粗糙。由此可见, 本文算法具有一定的抗噪性。

图 9 为本文方法与采用 Gumhold^[3]、Demarsin^[5] 方法的特征提取效果比较。采用

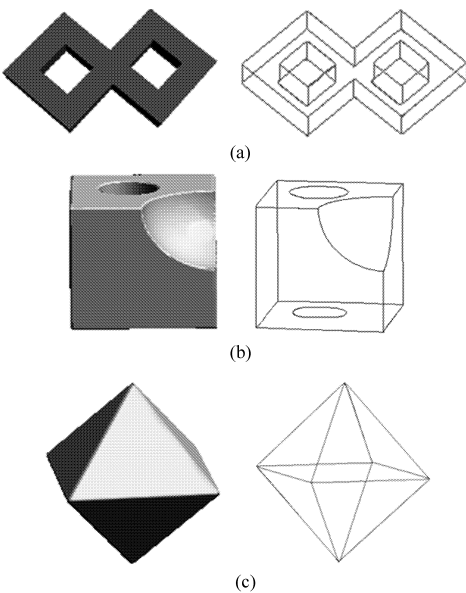


图 7 本文算法针对不同点云模型的尖锐特征提取效果
Fig. 7 Experimental results of feature extraction algorithm for different point clouds

(a) Double_torus 模型 (b) ScallopCube 模型 (c) Octhedron 模型

Gumhold 方法提取的特征曲线较为粗糙, 采用 Demarsin 方法通过对提取的特征曲线进行光滑处理, 达到满意效果, 但是降低了算法的效率, 对于 Fandisk 模型本文算法时间为 47. 22 s, 而 Demarsin 算法需要 62. 35s。此外, 本文算法还为 Fandisk 模型建立了尖锐的角型特征。

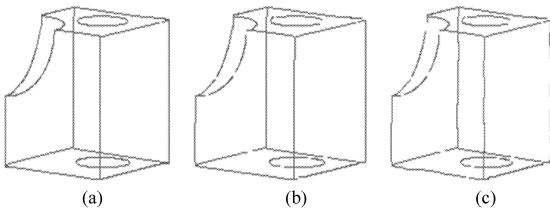


图 8 从带有噪声的 ScallopCube 模型中提取的特征曲线
Fig. 8 Features extracted from ScallopCube with noise

(a) $\|\delta(p)\| \leq 0. 01 d_B$ (b) $\|\delta(p)\| \leq 0. 06 d_B$
(c) $\|\delta(p)\| \leq 0. 10 d_B$

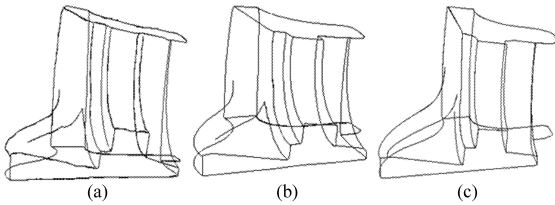


图 9 本文方法与 Gumhold 方法^[3]及 Demarsin 方法^[5]的比较
Fig. 9 Comparison of Gumhold, Demarsin and our method

(a) Gumhold 方法 (b) Demarsin 方法 (c) 本文方法

表 1 是本文算法 4 个步骤的执行时间。实验表明, 本文算法的特征识别时间代价较高, 其中包含了法向计算、法向调整、局部多项式曲面拟合等多个过程。当实验模型特征较为复杂繁多时, 算法的各个阶段的执行时间呈线性增加。随着噪声的增加, 算

法需要扩大最小二乘拟合半径以降低噪声对特征表现的影响,所以特征识别的处理时间会增加较快,同时也需要修复较多缺口,所以整个算法的时间也会增加。

表 1 多种模型进行特征提取的执行时间统计
Tab.1 Run time statistic of feature curves extraction

模型	模型大小/Mb	噪声	运行时间/s				
			特征识别	特征光顺	折线生长	特征修复	合计
Octhedron	2.1	0.00	8.11	1.17	2.84	0.75	12.87
		0.06	10.30	2.04	3.12	1.44	16.90
		0.10	12.85	2.18	3.55	2.83	21.41
Double_torus	6.59	0.00	25.02	3.54	5.41	1.92	35.87
		0.06	29.54	4.42	6.21	2.51	42.68
		0.10	35.17	4.16	6.37	2.89	48.59
Fandisk	7.52	0.00	34.51	3.76	6.52	2.43	47.22
		0.06	39.23	4.42	7.64	2.87	54.16
		0.10	43.41	5.03	8.25	3.66	60.35
ScallopCube	10.2	0.00	39.75	1.53	3.16	1.07	45.51
		0.06	45.58	2.26	4.52	1.88	54.24
		0.10	50.29	2.18	4.98	2.46	59.91

7 结束语

提出了一种直接提取点云模型特征曲线的算法,该算法是一个多步骤调整的过程。具体包括潜在特征点识别、特征点光顺、特征折线生长以及特征修复。本文算法提取的特征线平滑光顺,同时为模型建立了尖锐角点。实验结果表明,该算法可以准确提取点云模型的特征,且算法具有较好的稳定性。

参 考 文 献

1 Scheidegger C E, Fleishman S, Silva C T. Triangulating point set surfaces with bounded error [C]//Proceedings of the 3rd Eurographics: Symposium on Geometry Processing, 2005: 63 ~ 72.

2 赵春江,杨亮,郭新宇,等. 基于立体视觉的玉米植株三维骨架重建[J]. 农业机械学报,2010,41(4):145 ~ 148.
Zhao Chunjiang, Yang Liang, Guo Xinyu, et al. Corn skeleton reconstruction based on stereo vision [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(4): 145 ~ 148. (in Chinese)

3 Gumhold S, Wang X, McLeod R. Feature extraction from point clouds [C]//Proceedings of the 10th International Meshing Roundtable, 2001: 293 ~ 305.

4 Pauly M, Keiser R, Gross M. Multi-scale feature extraction on point-sampled surfaces [J]. Computer Graphics Forum, 2003, 22 (3): 281 ~ 290.

5 Demarsin K, Vanderstraeten D, Volodine T, et al. Detection of closed sharp edges in point clouds using normal estimation and graph theory [J]. Computer Aided Design, 2007, 39 (4): 276 ~ 283.

6 Fleishman S, Cohen O D, Silva C T. Robust moving least squares fitting with sharp features [J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 544 ~ 552.

7 Alexa M, Adamson A. On normal and projection operators for surfaces defined by point sets [C]//Procecdings of the Eurographics Symposium on Point-based Graphics, 2004: 149 ~ 155.

8 Lipman Y, Cohen-Or D, Levin D. Data-dependent MLS for faithful surface approximation [C]//Proceedings of the 5th Eurographics Symposium on Geometry Processing, 2007: 59 ~ 67.

9 David M M, Nathan S N, Kathleen R, et al. A practical approximation algorithm for the LMS line estimator [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2007, 51(5): 2461 ~ 2486.

10 Atkinson A C, Riani M. Regression diagnostics for binomial data from the forward search [J]. Journal of the Royal Statistical Society Series D—the Statistician, 2001, 50(1): 63 ~ 78.

11 Mrigot Q, Ovsjanikov M, Guibas L J. Robust voronoi-based curvature and feature estimation [C]//Proceedings of 2009 SLAM/ACM Joint Conference on Geometric and Physical Modeling, 2009: 1 ~ 12.

12 Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, et al. Surface reconstruction from unorganized points [C]//Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 1992, 26(2): 71 ~ 78.

13 Lee I K. Curve reconstruction from unorganized points [J]. Computer Aided Geometric Design, 2000, 17(2): 161 ~ 177.

14 Pitman J. Probability [M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1992.