

柔性并联机器人动力学建模^{*}

胡俊峰¹ 张宪民² 朱大昌^{1,2} 陈强¹

(1. 江西理工大学机电工程学院, 赣州 341000; 2. 华南理工大学机械与汽车工程学院, 广州 510640)

【摘要】 针对一般柔性并联机器人动力学模型,提出了一种精确而简单的动力学建模方法。根据并联机器人结构特点,将其划分为若个刚性子结构和弹性子结构,形成一个刚柔结合的系统。静平台和动平台相对其他构件变形较小,将它们作为刚性子结构,各个支链作为弹性子结构。分别建立各子结构的动力学方程,弹性子结构采用有限元法和模态综合法建立其动力学方程;考虑各个柔性支链弹性变形对刚性子结构的影响,建立刚性子结构动力学方程;推导出相邻的刚性子结构和弹性子结构之间的几何约束关系。通过相邻子结构的协调矩阵,将各个子结构的方程进行装配形成系统的弹性动力学方程。通过一种高速并联机械手的动力学特性比较分析,表明该方法的正确性和可行性。由于引入刚性子结构和采用了模态综合法,减少了系统自由度数,从而简化了计算模型,为柔性并联机器人提供一种实用的建模方法。

关键词: 柔性并联机器人 弹性动力学 有限元法 动力学建模 模态综合法

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)11-0208-06

Dynamic Modeling of Flexible Parallel Robot

Hu Junfeng¹ Zhang Xianmin² Zhu Dachang^{1,2} Chen Qiang¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China

2. School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract

An accurate and simple method for dynamic modeling of general flexible parallel robot was proposed. According to the structural character of the parallel robot, it was divided into rigid sub-structure and elastic sub-structure, and the rigid-flexible coupling system was formed. The static platform and mobile platform were treated as rigid sub-structure because its deformations were smaller compared to the other part. The chains were treated as flexible sub-structure. The dynamic equations of each sub-structure were obtained, respectively. The dynamic equations of elastic sub-structure were obtained by using the finite element method and mode synthesis method. The dynamic equations of rigid sub-structure were built accounting for the effects of deformation of flexible sub-structure. The geometrical constraint relationship between three flexible sub-structures and the rigid platform was investigated to obtain a simple displacement and dynamic relation between them. The equations of all sub-structure were assembled to get the system dynamic equations. The comparative analysis of dynamic characteristics of a high-speed parallel manipulator show that the method is correct and feasible. Due to introducing the rigid sub-structure and application of the mode synthesis, the number of system freedom was reduced and the computational modeling was simplified. It provided a practical method for flexible parallel robot.

Key words Flexible parallel robot, Elastic dynamic, Finite element method, Dynamic modeling, Mode synthesis method

引言

并联机器人具有高速度、高精度、高承载能力等特点。目前,对并联机器人的研究主要基于运动学和刚体动力学分析^[1-2],工程实践表明,这种分析方法对于中、低速系统通常是适宜的。现代机械向高速、精密、轻型等方向发展,必须考虑并联机器人中构件的变形。因为构件的弹性变形影响原设计的精度并会导致整个机器人的冲击、噪声和疲劳,所以柔性并联机器人的研究具有重要的理论和实际意义^[1-2]。

柔性并联机器人是一个多闭环、多柔体的非线性动力学系统,其动力学方程的建立和动力学性能的分析较困难^[3-8]。柔性并联机器人动力学建模方面的研究还很不足,为了更有效地进行弹性动力学分析,设计出动力学性能最优的并联机器人和主动振动控制器,必须建立精确而简单的动力学模型。

本文以一般的柔性并联机器人为研究对象,根据并联机器人的结构特点,将其划分成一个刚体和柔性体结合的系统,分别建立它们的动力学方程,推导它们之间的几何约束关系,推导系统的弹性动力学方程。

1 系统动力学方程

柔性并联机构是一个多闭环、多体的非线性动力学系统,其动力学建模比刚性并联机器人和柔性串联机器人复杂。在建模过程中,应该考虑以下因素:并联机构的结构特点是由若干独立运动支链、静平台和动平台组成。柔性并联机构运动包括刚体和弹性变形运动。在柔性并联机构中,为了简化模型视某些构件为刚体,所以它是由刚体和弹性体组成的多体系统。将结构尺寸大、刚度高的构件或部件作为刚性子结构;将有较大弹性变形的杆件或杆件组作为弹性子结构。根据轻型并联机构的结构和运动特点,一般其静平台和动平台相对于其他运动构件尺寸更大、刚度更高,而各个独立的运动支链一般是由细长杆组成,所以可以选择静平台和动平台作为刚性结构、各个运动支链为弹性子结构。

1.1 单元动力学方程

机器人的弹性构件用梁单元模拟。考虑刚体运动与弹性变形运动的耦合和几何刚化的影响,采用有限元法和浮点坐标法建立单元运动微分方程^[9]

$$\overline{m}\ddot{u} + 2\dot{\theta}\overline{b}\dot{u} + (\overline{k}_1 + \overline{k}_2 + \ddot{\theta}\overline{b} - \dot{\theta}^2\overline{m})u = \overline{p} \quad (1)$$

式中 $\overline{m}$ ——单元质量矩阵
 $\overline{k}_1$ ——单元刚体矩阵 $\overline{p}$ ——广义力

$$2\dot{\theta}\overline{b}$$
——陀螺阻尼 $\overline{k}_2$ ——几何刚化
 $\ddot{\theta}\overline{b} - \dot{\theta}^2\overline{m}$ ——离心刚度

1.2 弹性支链的动力学方程

将支链划分为有限个单元,根据有限元叠加原理,将单元动力学方程组合成子结构的动力学方程

$$\mathbf{M}_i\ddot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{C}_i\dot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{D}_i\mathbf{U}_i = \mathbf{P}_i \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}_i$ ——支链等效质量矩阵
 $\mathbf{C}_i$ ——支链等效阻尼矩阵
 $\mathbf{D}_i$ ——支链等效刚度矩阵
 $\mathbf{P}_i$ ——广义力
 $\mathbf{U}_i$ ——子结构的广义坐标

由于广义坐标数目较大,采用约束模态综合法缩减坐标。设 $\mathbf{U}_{ri}$ 为缩减后的坐标,它由支链的边界坐标与截断振型坐标组成, $\mathbf{A}$ 为模态变换矩阵^[9],则

$$\mathbf{U}_i = \mathbf{A}\mathbf{U}_{ri} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),并前乘 $\mathbf{A}^T$ 得到坐标缩减后的子结构的动力学方程

$$\mathbf{M}_{ri}\ddot{\mathbf{U}}_{ri} + \mathbf{C}_{ri}\dot{\mathbf{U}}_{ri} + \mathbf{D}_{ri}\mathbf{U}_{ri} = \mathbf{P}_{ri} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{M}_{ri} = \mathbf{A}^T\mathbf{M}_i\mathbf{A}$ $\mathbf{C}_{ri} = \mathbf{A}^T\mathbf{C}_i\mathbf{A}$
 $\mathbf{D}_{ri} = \mathbf{A}^T\mathbf{D}_i\mathbf{A}$ $\mathbf{P}_{ri} = \mathbf{A}^T\mathbf{P}_i$

1.3 几何约束关系

由于弹性子结构的弹性变形会使刚性子结构产生位置误差,为了将各子结构运动方程装配成系统的弹性动力学方程和减少系统自由度数,必须建立它们之间的协调矩阵。建立该协调矩阵的原则是已知弹性子结构与刚性子结构联接点的变形量来求解刚性子结构质心的位置误差,而且协调矩阵是关于它们独立的,这样便于得出它们之间的速度和加速度关系。如图 1 所示,1 为刚体,2 为某一弹性子结构与刚性子结构相连的弹性构件,二者在 A 点以运动副相连。刚体的质心为 C。在建立各弹性子结构方程时,弹性构件 2 在 A 点处有 6 个广义坐标 $\mathbf{U}_A = [\Delta X_A \ \Delta Y_A \ \Delta Z_A \ \Delta\theta_{Ax} \ \Delta\theta_{Ay} \ \Delta\theta_{Az}]^T$,前 3 个为位移,后 3 个为转角。刚体的广义坐标是由柔性支链的弹性变形在质心 C 产生的微位移和微转角,表示为 $\mathbf{U}_c = [\Delta X_c \ \Delta Y_c \ \Delta Z_c \ \Delta\theta_{cx} \ \Delta\theta_{cy} \ \Delta\theta_{cz}]^T$ 。质心 C 由理论位置运动到 C',A 点运动到 A'点。下面推导它们之间的几何关系。

为了描述它们的关系,定义 3 个坐标系, OXYZ 为总体坐标系, $CX_cY_cZ_c$ 为原点在 C 的随刚体一起运动的局部坐标系, $C'X_{c'}Y_{c'}Z_{c'}$ 为原点在 C'的局部坐标系。设 $\mathbf{R}$ 为 $CX_cY_cZ_c$ 相对于总体坐标系的广义变换矩阵, $\Delta\mathbf{R}$ 为 $C'X_{c'}Y_{c'}Z_{c'}$ 相对于 $CX_cY_cZ_c$ 的广义变换矩阵, $\mathbf{R}'$ 为 $C'X_{c'}Y_{c'}Z_{c'}$ 相对于 OXYZ 的广义变换矩阵,它们分别为

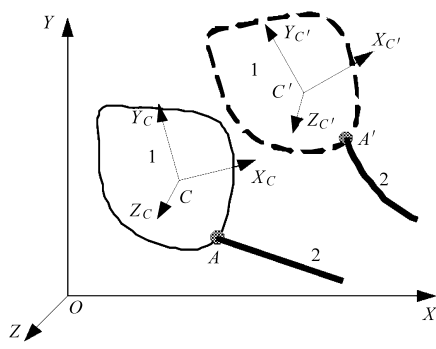


图1 几何约束关系
Fig.1 Geometric constraints

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{Cx} & -\sin\theta_{Cz} & \sin\theta_{Cy} & X_C \\ \sin\theta_{Cz} & \cos\theta_{Cy} & -\sin\theta_{Cx} & Y_C \\ -\sin\theta_{Cy} & \sin\theta_{Cx} & \cos\theta_{Cz} & Z_C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 θ_{Ci} ——坐标系与总体坐标系坐标轴的夹角,
 $i = x, y, z$

(X_C, Y_C, Z_C) ——C点在总体坐标系下坐标

由于弹性变形很小,质心C产生的微位移和微转角也很小,则可以假设

$$\cos\Delta\theta_{Ci} \approx 1 \quad (6)$$

$$\sin\Delta\theta_{Ci} \approx \Delta\theta_{Ci} \quad (7)$$

则 $C'X_{C'}Y_{C'}Z_{C'}$ 相对于 $CX_C Y_C Z_C$ 的广义变换矩阵为

$$\Delta\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\theta_{Cz} & \Delta\theta_{Cy} & \Delta X_C \\ \Delta\theta_{Cz} & 1 & -\Delta\theta_{Cx} & \Delta Y_C \\ -\Delta\theta_{Cy} & \Delta\theta_{Cx} & 1 & \Delta Z_C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

所以, $C'X_{C'}Y_{C'}Z_{C'}$ 相对于 $OXYZ$ 的广义变换矩阵为

$$\mathbf{R}' = \Delta\mathbf{R}\mathbf{R} \quad (9)$$

设A点和A'点的坐标分别用 $[X_A \ Y_A \ Z_A]^T$ 和 $[X'_A \ Y'_A \ Z'_A]^T$ 表示。由坐标变换可得

$$\begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \\ 1 \end{bmatrix}_O = \mathbf{R}' \begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \\ 1 \end{bmatrix}_{C'} \quad (10)$$

其中,下标O和C'分别表示在OXYZ和C'X_{C'}Y_{C'}Z_{C'}下的坐标。因为

$$\begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \end{bmatrix}_{C'} = \begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \end{bmatrix}_C \quad (11)$$

所以

$$\begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \\ 1 \end{bmatrix}_O = \Delta\mathbf{R}\mathbf{R} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ 1 \end{bmatrix}_C = \Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ 1 \end{bmatrix}_O \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta X_A \\ \Delta Y_A \\ \Delta Z_A \\ 1 \end{bmatrix}_O = \begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \\ 1 \end{bmatrix}_O - \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ 1 \end{bmatrix}_O = (\Delta\mathbf{R} - \mathbf{I}) \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ 1 \end{bmatrix}_O \quad (13)$$

将式(8)代入式(13)并整理得

$$\begin{bmatrix} \Delta X_A \\ \Delta Y_A \\ \Delta Z_A \end{bmatrix} = [\mathbf{I} \ \mathbf{T}_A] \begin{bmatrix} \Delta X_C \\ \Delta Y_C \\ \Delta Z_C \\ \Delta\theta_{Cx} \\ \Delta\theta_{Cy} \\ \Delta\theta_{Cz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{T}_A = \begin{bmatrix} 0 & Z_A & -Y_A \\ -Z_A & 0 & X_A \\ Y_A & -X_A & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中 $\mathbf{I}$ ——单位矩阵

A点的转动角位移等于C点的角位移,即

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_{Ax} \\ \Delta\theta_{Ay} \\ \Delta\theta_{Az} \end{bmatrix} = \mathbf{I} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{Cx} \\ \Delta\theta_{Cy} \\ \Delta\theta_{Cz} \end{bmatrix} \quad (16)$$

综合式(14)和(16)可得刚性子结构和弹性子结构的位移协调矩阵

$$\mathbf{U}_A = \mathbf{B}\mathbf{U}_C \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{T}_A \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{0}$ 分别为 3×3 的单位矩阵和零矩阵, $\mathbf{B}$ 为位移协调矩阵。由式(15)可知, $\mathbf{T}_A$ 只和A点的坐标有关,则由式(15)~(18)可以得知刚性子结构和弹性子结构之间的位移协调矩阵 $\mathbf{B}$ 是关于 $\mathbf{U}_A$ 和 $\mathbf{U}_C$ 独立的,也就是说矩阵 $\mathbf{B}$ 不含变量 $\mathbf{U}_A$ 和 $\mathbf{U}_C$ 。所以,对式(17)两边求一次和两次导数可以分别得出它们之间速度和加速度的关系为

$$\dot{\mathbf{U}}_A = \mathbf{B}\dot{\mathbf{U}}_C + \dot{\mathbf{B}}\mathbf{U}_C \quad (19)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_A = \mathbf{B}\ddot{\mathbf{U}}_C + \dot{\mathbf{B}}\dot{\mathbf{U}}_C + \ddot{\mathbf{B}}\mathbf{U}_C \quad (20)$$

1.4 刚性子结构动力学方程

设C'点和C点在总体坐标系下的位移和转角分别为 $\mathbf{P}_{C'}$ 、 $\mathbf{P}_C$,它们表示为

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{C'} = [X_{C'} & Y_{C'} & Z_{C'} & \theta_{C'x} & \theta_{C'y} & \theta_{C'z}]^T \\ \mathbf{P}_C = [X_C & Y_C & Z_C & \theta_{Cx} & \theta_{Cy} & \theta_{Cz}]^T \end{cases} \quad (21)$$

同理,它们有如下关系

$$\mathbf{P}_{C'} = \mathbf{P}_C + \mathbf{B}_C\mathbf{U}_C \quad (22)$$

其中

$$\mathbf{B}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{T}_C \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_c = \begin{bmatrix} 0 & Z_c & -Y_c \\ -Z_c & 0 & X_c \\ Y_c & -X_c & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

对式(22)两边求导,可得 C' 点的速度

$$\dot{\boldsymbol{P}}_{C'} = \dot{\boldsymbol{P}}_c + \dot{\boldsymbol{B}}_c \boldsymbol{U}_c + \boldsymbol{B}_c \dot{\boldsymbol{U}}_c \quad (24)$$

则刚体的动能可以表示为

$$T = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{P}}_{C'}^T \boldsymbol{M}^* \dot{\boldsymbol{P}}_{C'} \quad (25)$$

其中

$$\boldsymbol{M}^* = \begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中 m_c ——刚性子结构质量
 I_x ——绕 x 轴转动惯量
 I_y ——绕 y 轴转动惯量
 I_z ——绕 z 轴转动惯量

刚体重力势能为

$$U = mg[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \boldsymbol{P}_{C'} \quad (27)$$

设刚性子结构的广义坐标为 $\boldsymbol{U}_c$,将式(25)和(27)代入 Lagrange 方程并整理可得刚性子结构的动力学方程

$$\boldsymbol{M}_R \ddot{\boldsymbol{U}}_c + \boldsymbol{C}_R \dot{\boldsymbol{U}}_c + \boldsymbol{D}_R \boldsymbol{U}_c = \boldsymbol{F}_R - \boldsymbol{Q}_R \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_R &= \boldsymbol{B}_c^T \boldsymbol{M}^* \boldsymbol{B}_c & \boldsymbol{C}_R &= 2 \boldsymbol{B}_c^T \boldsymbol{M}^* \dot{\boldsymbol{B}}_c \\ \boldsymbol{D}_R &= \boldsymbol{B}_c^T \boldsymbol{M}^* \ddot{\boldsymbol{B}}_c \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{Q}_R = \boldsymbol{B}_c^T \boldsymbol{M}^* \ddot{\boldsymbol{P}}_c + mg \boldsymbol{B}_c^T [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

式中 $\boldsymbol{F}_R$ ——外力矢量等效到质心处的力矢量

1.5 系统弹性动力学方程

假设有 i 个弹性支链,根据支链的动力学方程(4)得知,各个支链的广义坐标为 $\boldsymbol{U}_{ri}$,它包括了 $\boldsymbol{U}_A$ 这 6 个广义坐标,由于存在式(17)表示的约束关系,则可选取系统广义坐标为

$$\boldsymbol{U} = [\boldsymbol{U}_{1-6} \ \cdots \ \boldsymbol{U}_{i-6} \ \boldsymbol{U}_c]^T \quad (29)$$

$\boldsymbol{U}_{i-6}$ 表示第 i 个支链所有广义坐标,除了在 A_i 点(第 i 个支链与动平台的联结点)的 6 个坐标。广义坐标包含动平台的位置误差,这就便于求解。由此,可以得各个子结构广义坐标与系统广义坐标的关系为

$$\boldsymbol{U}_{ri} = \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{U} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{U}_c = \boldsymbol{B}_{i+1} \boldsymbol{U} \quad (31)$$

将式(30)、(31)代入各子结构动力学方程并前乘 $\boldsymbol{B}_j$,所有的方程叠加起来可得系统动力学方程

$$\boldsymbol{M} \ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{D} \boldsymbol{U} = \boldsymbol{P} \quad (32)$$

其中

$$\boldsymbol{M} = \sum_{j=1}^{i+1} \boldsymbol{B}_j^T \boldsymbol{M}_j \boldsymbol{B}_j \quad \boldsymbol{P} = \sum_{j=1}^{i+1} \boldsymbol{B}_j^T \boldsymbol{P}_j$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C} &= \sum_{j=1}^{i+1} \boldsymbol{B}_j^T \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{B}_j + 2 \boldsymbol{B}_j^T \boldsymbol{M}_j \dot{\boldsymbol{B}}_j \\ \boldsymbol{D} &= \sum_{j=1}^{i+1} \boldsymbol{B}_j^T \boldsymbol{D}_j \boldsymbol{B}_j + \boldsymbol{B}_j^T \boldsymbol{M}_j \ddot{\boldsymbol{B}}_j + \dot{\boldsymbol{B}}_j^T \boldsymbol{C}_j \dot{\boldsymbol{B}}_j \end{aligned}$$

式中 $\boldsymbol{M}$ ——系统等效质量矩阵
 $\boldsymbol{C}$ ——系统等效阻尼矩阵
 $\boldsymbol{D}$ ——系统刚度矩阵 $\boldsymbol{P}$ ——系统广义力

2 算例

为了验证该建模方法的有效性,以实验室高速机械手为算例^[10]。该机械手如图 2 所示,由 2 条主动支链、2 条从动支链、1 个动平台和 1 个静平台组成。每条主动支链含有 1 条主动臂和 1 条从动臂。机械手各构件的材料是铝合金,弹性模量和密度分别为 6.94×10^4 MPa、 2.7×10^3 kg/m³。机械手的动平台质量为 0.30 kg,机械手的主动臂、从动臂和从动支链横截面为工字型,滑动杆是长为 365 mm、直径为 8 mm 的圆杆。机构的结构参数如表 1 所示。

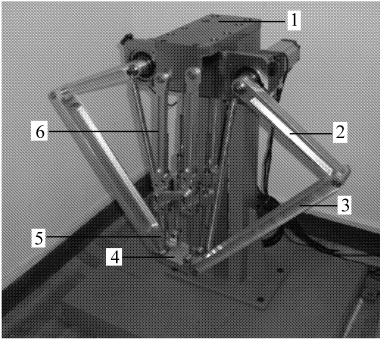


图 2 并联机械手

Fig. 2 Parallel manipulator

1. 静平台 2. 主动臂 3. 从动臂 4. 动平台 5. 滑动杆 6. 从动支链

表 1 机械手结构参数

Tab. 1 Structural parameters of the manipulator

构件	长度 /mm	截面参数/mm			
		高度	翼缘厚	翼缘宽	腹板厚
主动臂	280	30	8	30	5
从动臂	505	60	4	27	4
从动支链	360	23	4.5	15	5

根据该并联机械手的结构特点,将其划分为由主动臂和从动臂组成的 2 个弹性支链,由从动支链与滑动杆组成的 4 个弹性支链,总共 6 个弹性支链,动平台作为刚性子结构。为保证计算精度,每个弹性支链分为 10 个单元,整个机构共 60 个单元,61 个结点,由于该机械手为平面机构,每个结点有 3 个广义坐标,整个机构共 183 个自由度。如图 3 所示,采用模态综合法,每一个弹性支链取其边界处的坐标为 4 个,取自前 3 阶截断振型坐标,则每一个弹

性支链有 7 个坐标,6 个弹性支链共 42 个坐标。由于用动平台质心的微位移和微转角 U_c 作为广义坐标,它与弹性支链点 A_i 处的广义坐标存在式(17)所表述的几何约束关系,则整个系统的广义坐标只有 27 个,这样大大减少了系统坐标的数量,简化了数学模型。按上述方法分别建立各个支链的动力学方程,并得到机械手系统动力学方程。

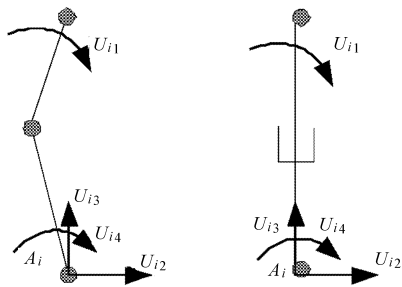


图 3 弹性支链广义坐标

Fig. 3 Generalized coordinates of elastic sub-chain

为了验证该方法的有效性和正确性,利用该方法得到的系统动力学方程进行机械手的动力学特性比较分析。首先,分析比较其固有频率,第 1 种方法是使用式(32)的质量矩阵和刚度矩阵计算系统固有频率,第 2 种方法是使用 Ansys Workbench 对机械手进行模态分析得到其固有频率,机械手的网格划分如图 4 所示,为了与第 1 种方法比较,在网格划分时,静平台和动平台均设为刚体,其他构件的联结关系设为相应的运动副。使用这两种方法分别计算了机械手在平衡位置时的前 3 阶固有频率,比较结果如表 2 所示。从表 2 可以看出,前 3 阶的固有频率的相对误差分别为 4.3%、4.8%、6.4%,可见两种方法计算的结果比较接近,这说明该方法是可行的。

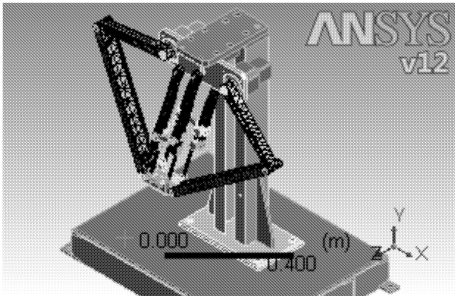


图 4 机械手的网格划分

Fig. 4 Mesh generation for the manipulator

机械手在高速运动过程中,由于构件的弹性变形机械手动平台(末端执行器)会产生位置误差,它是衡量并联机构精度的一个重要指标。机械手的关节空间最优运动轨迹参考文献[11]。根据前面系统动力学方程的建立过程,通过求解由式(32)表示的系统微分方程可得到动平台质心的位置误差。为了验证该建模方法的有效性和正确性,分别运用本

方法和 Ansys 来求解动平台中心的位置误差。图 5 和图 6 分别表示使用这两种方法动平台中心在 X、Y 方向的位置误差。由图 5 和图 6 可知,这两种方法得到的结果较接近,证明该方法正确。

表 2 固有频率比较结果

Tab. 2 Comparison results of the natural frequencies

固有频率	本方法计算 结果/Hz	Ansys 计算 结果/Hz	相对误差 /%
第 1 阶	74.362	75.951	4.3
第 2 阶	98.874	94.256	4.8
第 3 阶	173.846	166.650	6.4

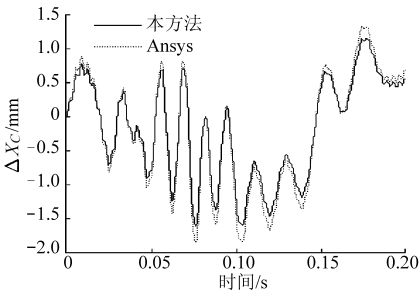


图 5 动平台质心的 X 方向位置误差

Fig. 5 Displacement error along X direction of center of the moving platform

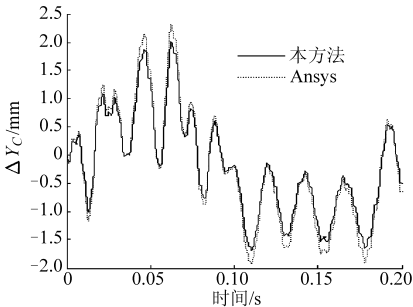


图 6 动平台质心的 Y 方向位置误差

Fig. 6 Displacement error along Y direction of center of the moving platform

3 结论

(1)根据并联机构是若干独立运动支链、静平台和动平台组成的特点,引入刚性子结构,推导出相邻的刚性子结构和弹性子结构之间的几何约束关系。使用动平台质心的微位移和微转角作为系统广义坐标并采用了模态综合法,减少了系统自由度,简化了模型。

(2)通过一种高速并联机械手的动力学特性比较分析,表明该方法是可行的,而且建模方便、直观,便于求解并联机构的末端执行器的位置误差。这为柔性并联机器人的疲劳分析、优化设计、振动控制等的研究提供一种实用的建模方法。

参 考 文 献

- 1 高峰. 机构学研究现状与发展趋势的思考[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 3~17.
Gao Feng. Reflection on the current status and development strategy of mechanism research [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(8): 3~17. (in Chinese)
- 2 邹慧君, 高峰. 现代机构学进展[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- 3 Wang Xiaoyun, James K M. Dynamic modeling of flexible-link planar parallel platform using a sub-structuring approach [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(6): 671~687.
- 4 Zhang Xianmin, Liu Jike, Shen Yunwen. A high efficient frequency analysis method for closed flexible mechanism systems [J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(8): 117~125.
- 5 Zhang Xianmin, Liu Hongzhao, Shen Yunwen. Finite dynamic element analysis for high-speed flexible linkage mechanisms [J]. Computers & Structures, 1996, 60(5): 787~796.
- 6 Zhang Xuping, James K M. Dynamic modeling and experimental validation of a 3-PRR parallel manipulator with flexible intermediate links[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2007, 50(4): 323~340.
- 7 贾晓辉, 田延岭, 张大卫. 3-PRR 柔性并联机构动力学分析 [J]. 农业机械学报, 2010, 41(10): 199~203.
Jia Xiaohui, Tian Yanling, Zhang Dawei. Dynamics analysis of 3-PRR compliant parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(10): 199~203. (in Chinese)
- 8 鲁开讲, 师俊平, 高秀兰, 等. 平面柔性并联机构弹性动力学研究 [J]. 农业机械学报, 2010, 41(6): 208~215.
Lu Kaijiang, Shi Junping, Gao Xiulan, et al. Elastic-dynamics of planar flexible parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(6): 208~215. (in Chinese)
- 9 张策, 黄永强, 王子良, 等. 弹性连杆机构的分析与设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- 10 张宪民, 袁剑锋. 一种二维平动两自由度平面并联的机器人机构: 中国, CN1903521 [P]. 2008-06-18.
Zhang Xianmin, Yuan Jianfeng. A two-dimensional translational 2-DOF parallel robot mechanism: China, CN1903521 [P]. 2008-06-18. (in Chinese)
- 11 Hu Junfeng, Zhang Xianmin, Zhan Jinqing. Trajectory planning of a novel 2-DOF high-speed planar parallel manipulator [C]//Proceedings of 1st International Conference on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA 2008. Wuhan, China, 2008: 199~207.

(上接第 230 页)

参 考 文 献

- 1 石照耀, 韦志会. 精密测头的演变与发展趋势[J]. 工具技术, 2007, 41(2): 3~8.
Shi Zhaoyao, Wei Zhihui. Evolution and some trends in precision probe technology[J]. Tool Engineering, 2007, 41(2): 3~8. (in Chinese)
- 2 肖贵福. 对发展坐标测量机测头的新思考[J]. 现代计量测试, 1995(4): 4~6.
Xiao Guifu. New thinking on development of probe heads of coordinate measuring machines[J]. Modern Measurement and Test, 1995(4): 4~6. (in Chinese)
- 3 诸锡荆, 王晋. 坐标测头技术及应用[J]. 中国计量, 2004(2): 10~11.
- 4 Patrick M Flanagan. Piezoelectric touch probe: US, 6708420 B1 [P]. 2004-03-23.
- 5 Weckenmann A, Peggs G, Hoffmann J. Probing systems for dimensional micro-and nano-metrology[J]. Measurement Science and Technology, 2006, 17(3): 504~531.
- 6 Weckenmann A, Estler T, Peggs G, et al. Probing system in dimensional metrology[J]. Annals of CIRP, 2004, 53(2): 657~684.
- 7 张国雄. 三坐标测量机[M]. 天津: 天津大学出版社, 1999.
- 8 陈晓梅. FBG 传感器在微尺度计量中应用的前景[J]. 航空计测技术, 2004, 24(2): 1~3.
Chen Xiaomei. The prospect of applying FBG sensor in micro-metrology[J]. Aviation Metrology & Measurement Technology, 2004, 24(2): 1~3. (in Chinese)
- 9 齐龙, 马旭, 周海波. 基于虚拟仪器技术的田间多光谱系统视觉设计[J]. 农业机械学报, 2009, 40(1): 157~161.
Qi Long, Ma Xu, Zhou Haibo. In-field multi-spectral computer vision system design based on virtual instrument technology [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(1): 157~161. (in Chinese)