

# 基于雅可比旋量理论的公差优化分配\*

张为民 李国伟 陈 灿

(同济大学机械工程学院, 上海 200092)

**【摘要】** 以雅可比旋量理论为基础,建立了尺寸公差和形位公差综合优化分配模型。首先在公差模型中计算了空间尺寸链传递累积形成的装配误差,并以设计规定的装配功能要求作为公差优化分配的约束条件,以加工总成本最小为优化目标函数,采用遗传算法求解,得到优化的尺寸公差和形位公差。将此方法应用于某齿轮泵装配体的公差优化分配算例中,在保证装配质量的前提下实现了加工总成本最低的公差优化分配。

**关键词:** 公差优化分配 雅可比旋量 遗传算法 尺寸公差 形位公差

**中图分类号:** TG801 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)04-0216-04

## Optimal Allocation of Tolerance Based on Jacobian-torsor Theory

Zhang Weimin Li Guowei Chen Can

(College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

### Abstract

To solve assembly optimal tolerance allocation for composite dimensional and geometric tolerances on the basis of Jacobian-torsor tolerance model, a nonlinear optimal tolerance allocation model was established aiming to minimize the total manufacturing cost. First, the accumulated assembly error was calculated based on spatial dimension chains propagation in tolerance model. The assembly functional requirement was regarded as constraints of optimization model. Optimal dimensional and geometric tolerances could be obtained by genetic algorithm. A gear pump assembly was used as a typical example for testing the proposed method. The obtained results were guaranteed to minimize processing costs while satisfying the product assembly quality at the same time.

**Key words** Tolerance optimal allocation, Jacobian-torsor, Genetic algorithm, Dimensional tolerance, Geometric tolerance

## 引言

公差分配是产品设计阶段的一项重要内容,对产品的制造成本和装配质量有很大影响。一方面,紧公差能够保证产品装配质量,但也会增加制造成本;另一方面,宽松的公差使零件易加工,使制造成本降低,但容易产生废品。通过公差优化分配平衡产品装配质量和制造成本是现代产品设计中需要关注的重要问题<sup>[1]</sup>。

传统的公差优化分配基本只考虑尺寸公差且以最小制造成本为目标<sup>[2-3]</sup>,但在三维CAD环境中对产品装配功能进行预测时,需要考虑尺寸公差与形

位公差共同作用的影响<sup>[4-6]</sup>。

本文以雅可比旋量理论为基础,遵循公差独立原则,将尺寸公差、形位公差统一于一个全面的数学模型中,从三维空间尺寸链误差传递的角度建立封闭环与各组成环之间的数学关系,以此确定公差优化分配模型约束条件(装配功能约束),以最小加工总成本作为优化目标,利用遗传算法优化分配包括形位公差在内的组成环公差。

## 1 雅可比旋量理论

雅可比旋量理论是由 Alain Desrochers 等人<sup>[7-9]</sup>提出的用于公差建模的创新性理论。雅可比

收稿日期: 2010-04-25 修回日期: 2010-07-27

\* 国家自然科学基金资助项目(50675159)、国家科技重大专项资助项目(2009zx04001-072-02)和德国蒂森克虏伯基金资助项目

作者简介: 张为民,教授,博士,主要从事机械制造及其自动化研究,E-mail: wmzhang@online.sh.cn

旋量模型以机器人运动学、计算机图形学和旋量理论为基础,通过空间尺寸链的误差传递,建立最终装配要求与各功能要素之间的数学关系,从而为装配体公差分析提供数学理论依据。

雅可比旋量公差模型的基本表达式为

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{E_1} & \mathbf{J}_{E_2} & \cdots & \mathbf{J}_{E_{n-1}} & \mathbf{J}_{E_n} \\ \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 & \cdots & \mathbf{E}_{n-1} & \mathbf{E}_n \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{J}_{E_i} = \mathbf{J}_{6i-5} \mathbf{J}_{6i-4} \mathbf{J}_{6i-3} \mathbf{J}_{6i-2} \mathbf{J}_{6i-1} \mathbf{J}_{6i}$$

$$\mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} [\underline{u}_i, \overline{u}_i], [\underline{v}_i, \overline{v}_i], [\underline{w}_i, \overline{w}_i], \\ [\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i], [\underline{\beta}_i, \overline{\beta}_i], [\underline{\delta}_i, \overline{\delta}_i] \end{bmatrix}^T$$

式中  $\mathbf{F}$ ——与功能要求相关的小位移旋量

$\mathbf{J}_{E_i}$ —— $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{E}_i$ 之间几何关系的雅可比矩阵

$\mathbf{E}_i$ ——与第 $i$ 功能元素相关的小位移旋量

$u, v, w$ ——功能要求沿 $x, y, z$ 轴方向平移量

$\alpha, \beta, \delta$ ——功能要求绕 $x, y, z$ 轴转动旋转量

下角 $i$ 表示公差传递链中第 $i$ 个功能元素,  $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。 $(\underline{u}_i, \overline{u}_i)$ 、 $(\underline{v}_i, \overline{v}_i)$ 、 $(\underline{w}_i, \overline{w}_i)$ 、 $(\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i)$ 、 $(\underline{\beta}_i, \overline{\beta}_i)$ 、 $(\underline{\delta}_i, \overline{\delta}_i)$ 表示第 $i$ 个功能元素的 $u, v, w, \alpha, \beta, \delta$ 的下限和上限。

该方程在装配层的功能要求(function request, 简称FR)与零件层的功能元素(function element, 简称FE)之间建立数学关系,通过采用简单的雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 来表达FE与FR的几何关系。

此外,功能元素既可以表示单个零件的相关表面,称为内部副;也可以表示两个不同零件之间的接触、配合或间隙,称为运动副。上述两种情况都可以表达为旋量的区间向量。

式(1)中,雅可比矩阵 $\mathbf{J}_{E_i}$ 表示的是 $\mathbf{F}$ 与相应的 $\mathbf{E}_i$ 之间的转换关系<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{J}_{E_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^i & \cdots & \mathbf{W}_i^n (\mathbf{R}_0^i \mathbf{R}_{PT_i}) \\ \vdots & & \vdots \\ [0]_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{R}_i^i \mathbf{R}_{PT_i} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{R}_0^i = \mathbf{V}_{1i} \mathbf{V}_{2i} \mathbf{V}_{3i}$$

$$\mathbf{W}_i^n = \begin{bmatrix} 0 & -dz_i^n & dy_i^n \\ dz_i^n & 0 & -dx_i^n \\ -dy_i^n & dx_i^n & 0 \end{bmatrix}$$

$$dx_i^n = dx_n - dx_i \quad dy_i^n = dy_n - dy_i$$

$$dz_i^n = dz_n - dz_i \quad \mathbf{R}_{PT_i} = \mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_3$$

式中  $\mathbf{R}_0^i$ ——第 $i$ 坐标系相对于第0坐标系的方向变化(每个FE对应自己的坐标系)

$\mathbf{V}_{1i}, \mathbf{V}_{2i}, \mathbf{V}_{3i}$ ——轴 $x_i, y_i$ 和 $z_i$ 在第0坐标系中的方向向量

$\mathbf{W}_i^n$ ——第 $n$ 坐标系相对第 $i$ 坐标系位置变化

$dx_i, dx_n$ ——第 $i, n$ 坐标系原点在第0坐标系下的 $x$ 轴值

$dy_i, dy_n$ ——第 $i, n$ 坐标系原点在第0坐标系下的 $y$ 轴值

$dz_i, dz_n$ ——第 $i, n$ 坐标系原点在第0坐标系下的 $z$ 轴值

$\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3$ ——公差分析的3个方向第 $i$ 坐标系的方向矢量

$\mathbf{R}_{PT_i}$ ——公差方向与第 $i$ 坐标系3个坐标轴方向的不一致性系数

下角 $PT_i$ 表示在第 $i$ 坐标系3个坐标轴方向的旋量映射(projection of torsor, 简称PT)。

$\mathbf{E}_i$ 与 $\mathbf{R}_{PT_i}$ 有关,式(1)中 $\mathbf{E}_i$ 的计算式为

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{R}_{PT_i}^{-1} \mathbf{T} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{T}$ ——基于特征的功能元素的公差旋量

在旋量理论中,针对单个零件内的形位公差(内部副)和零件之间的装配公差(运动副),提出了一系列基于特征的公差旋量表示方法<sup>[9-10]</sup>。

## 2 公差优化模型

基于雅可比旋量理论最小成本优化分配法的数学模型为:

$$\text{目标函数} \quad \min C_\Sigma \quad (4)$$

$$\text{约束条件} \quad \mathbf{F}_x \geq \mathbf{F} \quad (5)$$

式中  $C_\Sigma$ ——各组成环成本总和

$\mathbf{F}_x$ ——设计要求所确定的功能要求旋量

### 2.1 确定目标函数

基于雅可比旋量理论最小成本优化分配法的目标函数为

$$\min C_\Sigma = \sum_{i=1}^n C(T_i) \quad (6)$$

式中  $T_i$ ——尺寸公差或形位公差值

与传统的尺寸公差最小成本模型不同,对于尺寸公差,公差-成本表达式 $C(T)$ 是固定的;而对不同的形状公差和位置公差,公差-成本表达式 $C(T_i)$ 却是不同的。

对于各形位公差的加工公差成本函数,有研究者将各种研究成果总结如下<sup>[11]</sup>:

(1)尺寸及形状公差与加工成本之间函数关系外圆特征的尺寸及形状公差成本函数为

$$C(T_i) = 15.1138e^{-42.2874T_i} + \frac{T_i}{0.8611T_i + 0.01508} \quad (7)$$

内孔特征的尺寸及形状公差成本函数为

$$C(T_i) = 12.6691e^{-37.5279T_i} + 2.486e^{\frac{0.000978}{T_i}} \quad (8)$$

定位尺寸公差成本函数为

$$C(T_i) = \begin{cases} 8.2369e^{-35.8049T_i} + 1.3071e^{\frac{0.0063}{T_i}} & (T_i \leq 0.13) \\ 1.23036 & (T_i > 0.13) \end{cases} \quad (9)$$

平面特征的尺寸及形状公差成本函数为

$$C(T_i) = 5.0261e^{-15.8903T_i} + \frac{T_i}{0.3927T_i + 0.1176} \quad (10)$$

(2) 定位公差与加工成本之间的函数关系  
轴(孔)的位置度公差成本函数为

$$C(T_i) = 2.784e^{-36.63T_i} + 1.125e^{\frac{0.00075}{T_i}} \quad (11)$$

轴对轴的跳动(和同轴度)公差成本函数为

$$C(T_i) = 0.0373e^{-3.08T_i} \quad (12)$$

(3) 调研显示,定向公差对加工成本的影响不大,可不考虑定向公差的成本函数。

### 2.2 确定约束条件

式(5)展开为

$$\begin{bmatrix} [\underline{u}, \bar{u}] \\ [\underline{v}, \bar{v}] \\ [\underline{w}, \bar{w}] \\ [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] \\ [\underline{\beta}, \bar{\beta}] \\ [\underline{\delta}, \bar{\delta}] \end{bmatrix}_x \geq \begin{bmatrix} [\underline{u}, \bar{u}] \\ [\underline{v}, \bar{v}] \\ [\underline{w}, \bar{w}] \\ [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] \\ [\underline{\beta}, \bar{\beta}] \\ [\underline{\delta}, \bar{\delta}] \end{bmatrix} \quad (13)$$

对式(13),两个向量是无法比较大小的,式中“ $\geq$ ”的意思是指: $F$ 的变动范围,包含在 $F_x$ 之内。即

$$[\underline{u}, \bar{u}]_x \supseteq [\underline{u}, \bar{u}] \quad [\underline{v}, \bar{v}]_x \supseteq [\underline{v}, \bar{v}] \quad [\underline{w}, \bar{w}]_x \supseteq [\underline{w}, \bar{w}] \\ [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]_x \supseteq [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] \quad [\underline{\beta}, \bar{\beta}]_x \supseteq [\underline{\beta}, \bar{\beta}] \quad [\underline{\delta}, \bar{\delta}]_x \supseteq [\underline{\delta}, \bar{\delta}]$$

根据式(3), $E_i$ 是各组成环公差 $T_i$ 的函数,因此,式(13)可以变换为

$$F_x \geq \left[ \sum_{i=1}^n f_{iu}(T_i) \quad \sum_{i=1}^n f_{iv}(T_i) \quad \sum_{i=1}^n f_{iw}(T_i) \right. \\ \left. \sum_{i=1}^n f_{i\alpha}(T_i) \quad \sum_{i=1}^n f_{i\beta}(T_i) \quad \sum_{i=1}^n f_{i\delta}(T_i) \right]^T \quad (14)$$

式中  $f_i(T_i)$ ——封闭环与第 $i$ 组成环之间关系函数

### 3 算例分析

图1为某一齿轮泵零件图<sup>[12]</sup>,齿数 $z = 10$ ,模数 $m = 1.5$ ,额定压力25 MPa,额定转速1450 r/min,初始公差值及其代号如图所示。

图中包含3个零件——泵体、主动齿轮和从动齿轮,三者间需要保证和控制的封闭环,就是两齿轮之间的啮合间隙。根据设计要求,两齿轮装配间隙

的变动范围

$$F_x = \begin{bmatrix} [-0.8, 0.8] & [-0.2, 0.2] & [-0.15, 0.15] \\ [0, 0] & [-0.04, 0.04] & [-0.04, 0.04] \end{bmatrix}^T$$

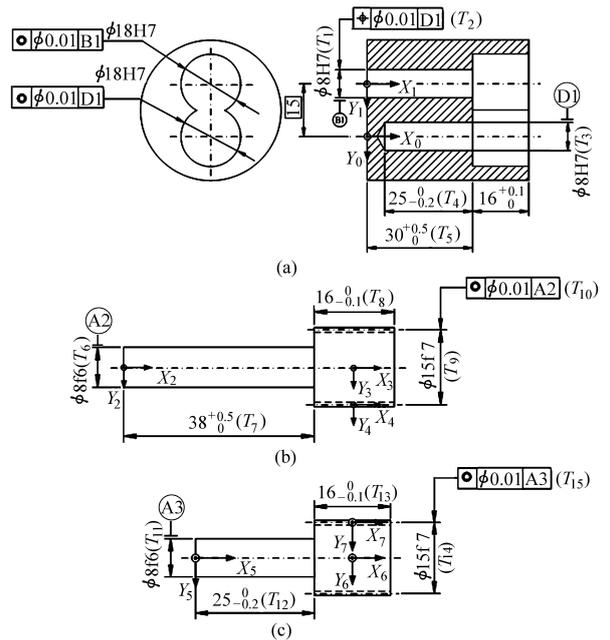


图1 各零件尺寸及 $E_i$ 虚拟坐标系

Fig.1 Dimensions and rectangular coordinates of parts  
(a) 泵体 (b) 主动轮 (c) 从动轮

### 3.1 建立公差优化模型

利用式(1)建立 $f_i(T_i)$ 与各组成环公差 $T_i$ 的函数关系如表1,将表1代入式(14),即得到优化模型的约束条件。

而成本函数的确定,则要根据各公差类型,通过式(6)~(12)得到,在此不再赘述。

### 3.2 遗传算法求解

采用Matlab7.0自带的GADS遗传算法工具箱进行遗传算法求解。

首先,由于本例中约束条件众多,特采用罚函数法编写适应度函数。其次,在遗传算法GUI界面中设定控制参数:群体规模 $M = 50$ ,交叉概率 $P_c = 0.8$ ,变异概率 $P_m = 0.05$ ,计算代数 $G = 200$ ,初始范围 $[0, 0.05]$ 。最后求解得到对应最低成本的各公差值,如表2所示。根据表2中的公差值,查阅《机械设计手册》,寻找对应的公差带,最终修正后的优化结果如表3所示。

### 4 结论

(1) 应用雅可比旋量公差建模理论将尺寸、形状位置公差统一于一个全面的数学模型,从空间尺寸链角度建立封闭环与各组成环之间的数学关系,符合三维公差设计的要求。

表 1  $f_i(T_i)$  与各组成环公差  $T_i$  的函数关系表  
 Tab. 1 Function relationship between  $f_i(T_i)$  and  $T_i$

$f$	$i$						
	1	2	3	4	5	6	7
$f_{iu}$	$[-0.4907T_2, 0.4907T_2]$	$\left[ -T_7 - \frac{T_{1s} + T_{6x}}{4.072}, \frac{T_{1s} + T_{6x}}{4.072} \right]$	$\left[ -\left( T_8 + \frac{T_{10}}{6.1342} \right), T_7 + \frac{T_{10}}{6.1342} \right]$	$[-0.087T_{8,0}]$	$[-0.3056(T_{3s} + T_{11x}), (T_4 + T_5) + 0.3056(T_{3s} + T_{11x})]$	$[-(T_{12} + T_{13}) - 0.225T_{15}, 0.225T_{15}]$	$[-0.007T_{13}, 0]$
$f_{iv}$	$[-3.0426T_2, 3.0426T_2]$	$[-2.0381(T_{1s} + T_{6x}), 2.0381(T_{1s} + T_{6x})]$	$[-0.5028T_{10}, 0.5028T_{10}]$	$[-0.5T_{9x}, 0.5T_{9x}]$	$[-1.82(T_{3s} + T_{11x}), 1.82(T_{3s} + T_{11x})]$	$[-0.5031T_{15}, 0.5031T_{15}]$	$[-0.5T_{15x}, 0.5T_{15x}]$
$f_{iw}$	$[-3.0426T_2, 3.0426T_2]$	$[-2.0381(T_{1s} + T_{6x}), 2.0381(T_{1s} + T_{6x})]$	$[-0.5028T_{10}, 0.5028T_{10}]$	$[0, 0]$	$[-1.82(T_{3s} + T_{11x}), 1.82(T_{3s} + T_{11x})]$	$[-0.5031T_{15}, 0.5031T_{15}]$	$[0, 0]$
$f_{ix}$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$	$[0, 0]$
$f_{i\beta}$	$[-0.0667T_2, 0.0667T_2]$	$\left[ -\frac{T_{1s} + T_{6x}}{30}, \frac{T_{1s} + T_{6x}}{30} \right]$	$[-0.0217T_{10}, 0.0217T_{10}]$	$[0, 0]$	$[-0.04(T_{3s} + T_{11x}), 0.04(T_{3s} + T_{11x})]$	$[-0.0303T_{15}, 0.0303T_{15}]$	$[0, 0]$
$f_{i\delta}$	$[0.0667T_2, 0.0667T_2]$	$\left[ -\frac{T_{1s} + T_{6x}}{30}, \frac{T_{1s} + T_{6x}}{30} \right]$	$[-0.0217T_{10}, 0.0217T_{10}]$	$[0, 0]$	$[-0.04(T_{3s} + T_{11x}), 0.04(T_{3s} + T_{11x})]$	$[-0.0303T_{15}, 0.0303T_{15}]$	$[0, 0]$

注：下标“s”表示上偏差，下标“x”表示下偏差。

表 2 最低成本所对应的各公差值

Tab. 2 Tolerance values corresponding to the lowest cost

公差项	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
公差值	0.043 58	0.019 02	0.043 1	0.219 66	0.205 81
公差项	$T_6$	$T_7$	$T_8$	$T_9$	$T_{10}$
公差值	0.041 59	0.319 2	0.271 61	0.066 8	0.002 09
公差项	$T_{11}$	$T_{12}$	$T_{13}$	$T_{14}$	$T_{15}$
公差值	0.035 34	0.308 16	0.314 63	0.082 72	0.000 86

表 3 公差值修正结果

Tab. 3 Corrected tolerance values

公差项	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
公差值	H9	0.02	H9	$[-0.22, 0]$	$[0, 0.21]$
公差项	$T_6$	$T_7$	$T_8$	$T_9$	$T_{10}$
公差值	f8	$[0, 0.32]$	$[-0.27, 0]$	f9	0.002
公差项	$T_{11}$	$T_{12}$	$T_{13}$	$T_{14}$	$T_{15}$
公差值	f8	$[-0.31, 0]$	$[-0.31, 0]$	f10	0.001

(2) 在基于该理论的公差优化分配模型中，以设计规定的功能要求作为约束条件，以最小制造总成本为优化目标，在产品的设计阶段就考虑了制造经济性和产品装配功能，提高了公差设计的稳健性。但保证系统最优鲁棒性的公差值需要结合公差优化

模型采用相应的算法反复迭代求解得到，本文没有作详细讨论。

(3) 该优化模型突破了传统的公差模型大多不适用于形位公差优化的局限，为公差综合优化分配提供了一个新的思路和方法。

参 考 文 献

- 1 Prabhakaran G, Asokan P, Ramesh P, et al. Genetic-algorithm-based optimal tolerance allocation using a least-cost model [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2004, 24(9 ~ 10): 647 ~ 660.
- 2 王伯平, 景大英. 基于遗传算法的配合尺寸公差优化设计[J]. 农业机械学报, 2004, 35(4): 198 ~ 200.
- 3 吴文, 张伟社. 基于制造-质量损失成本的公差优化分配法[J]. 长安大学学报, 2005, 25(3): 89 ~ 93.  
Wu Wen, Zhang Weishe. Optimal method of tolerance allocation based on comprehensive model of manufacture-quality loss cost[J]. Journal of Chang'an University, 2005, 25(3): 89 ~ 93. (in Chinese)
- 4 Nassef A. Optimal allocation of types and magnitudes of geometric tolerances[D]. Canada: McMaster University, 1997.
- 5 胡洁, 熊光楞, 吴昭同. 变动几何约束网络的公差设计研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(5): 20 ~ 26.  
Hu Jie, Xiong Guangleng, Wu Zhaotong. Study on tolerance design based on variational geometric constraints network[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(5): 20 ~ 26. (in Chinese)
- 6 匡兵, 黄美发, 钟艳如. 尺寸公差和形位公差混合优化分配[J]. 计算机集成制造系统, 2008, 14(2): 398 ~ 402.  
Kuang Bing, Huang Meifa, Zhong Yanru. Optimal tolerance allocation for composite dimensional and geometric tolerances [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2008, 14(2): 398 ~ 402. (in Chinese)
- 7 Desrochers A. Modeling three dimensional tolerance zones using screw parameters [C] // Proceedings of 25th ASME Design Automation Conference, 1999.

度大于  $1 \text{ J/cm}^2$  时, 增速放缓。

## 5 结论

(1) 从本文理论和实验研究中可知, 飞秒激光加工的材料不受热影响是相对的, 其热影响程度随飞秒激光加工参数的选择和材料物理属性的不同而变化。实验中发现激光能量密度越高、材料晶格热容量越小的材料越易产生熔化现象。

(2) 飞秒激光微加工中, 会出现被加工材料表面热熔化现象。原因在于高能量密度激光将能量传递给电子时, 电子需要更多的时间达到电子系统热平衡, 这给热量由电子系统传递给晶格系统提供了可能。本文以热传递计算公式计算的熔化区域尺寸与实验实测熔化区域尺寸对比, 验证了飞秒激光加

工中存在熔化区域的可能性。通过实验可以看出, 飞秒激光能量在被加工材料内部传递时, 由于热损失的存在, 使得加工孔热表面熔化尺寸在一定范围内趋于稳定(即热熔化尺寸扩大缓慢)。

(3) 对于不同脉冲数的飞秒激光能量密度值, 存在关键值, 可较大影响熔化区域尺寸变化速率。如果激光能量密度低于此值, 熔化区域随激光能量密度的增加迅速扩大, 若高于此值, 则熔化区域增加缓慢。另外, 随着激光脉冲数的增加, 达到相同熔化区域尺寸所需激光能量密度值较低, 这主要是每个激光脉冲都会有一定的能量沉积在加工材料中, 这是飞秒激光加工的“孵蛋现象”, 从而使多脉冲激光能量需要较低的单脉冲能量密度才可达到较好的加工效果。

## 参 考 文 献

- 1 Bonse J, Wrobel J M, Krüger J, et al. Ultrashort-pulse laser ablation of indium phosphide in air[J]. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 2001, 72(1): 89 ~ 94.
- 2 Fauchet P M, Campbell I H, Adar F. Long range material relaxation after localized laser damage[J]. *Applied Physical Letters*, 1985, 47(5): 479 ~ 481.
- 3 Rudolph P, Bonse J, Kruger J, et al. Femtosecond- and nanosecond-pulse laser ablation of bariumaluminumborosilicate glass[J]. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 1999, 69(9): S763 ~ S766.
- 4 Armengol J, Vega F, Chaoui N, et al. Recalescence after bulk solidification in germanium films melted by ns laser pulses[J]. *Journal of Applied Physics*, 2003, 93(3): 1 505 ~ 1 510.
- 5 Bogaart E W, Haverkort J E M, Mano T, et al. Role of the continuum background for carrier relaxation in InAs quantum dots[J]. *Physical Review B*, 2005, 72(19): 195 301 ~ 195 308.
- 6 Borowiec A, Mackenzie M, Weatherly G C, et al. Femtosecond laser pulse ablation of GaAs and InP studies utilizing scanning and transmission electron microscopy[J]. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 2003, 77(2): 411 ~ 417.
- 7 Jeschke H O, Garcia M E, Lenzner M, et al. Laser ablation thresholds of silicon for different pulse durations theory and experiment[J]. *Applied Surface Science*, 2002, 197 ~ 198: 839 ~ 844.
- 8 Semak V V, Thomas J G, Campbell B R. Drilling of steel and HgCdTe with the femtosecond pluses produced by a commercial laser system[J]. *Journal of Physical D: Applied Physics*, 2004, 37(20): 2 925 ~ 2 931.
- 9 苗恩铭. 10 个脉冲飞秒激光作用下硅的热影响分析[J]. *中国机械工程*, 2009, 20(15): 1 869 ~ 1 872.  
Miao Enming. Analysis of thermal influence of Si processed with femtosecond laser[J]. *China Mechanical Engineering*, 2009, 20(15): 1 869 ~ 1 872. (in Chinese)
- 10 Anisimov S I, Kapeliovich B L, Perelman T L, et al. Electronemission from metal surfaces exposed to ultra short laser pulses[J]. *Soviet Physics-JETP*, 1974, 39: 375 ~ 378.
- 11 Brorson S D, Fujimoto J G, Ippen E P. Femtosecond electronic heat-transport dynamics in thin gold films[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 59(17): 1 962 ~ 1 965.

(上接第 219 页)

- 8 Laperriere L, Lafond P. Modeling tolerances and dispersions of mechanical assemblies using virtual joints[C]// *Proceedings of 25th ASME Design Automation Conference*, 1999.
- 9 Laperriere L, Ghie W, Desrochers A. Statistical and deterministic tolerance analysis and synthesis using a unified Jacobian-torsor model[J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2002, 51(1): 417 ~ 420.
- 10 Desrochers A, Ghie W, Laperrière L. Application of a unified Jacobian-torsor model for tolerance analysis[J]. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2003, 3(1): 2 ~ 14.
- 11 胡江敏. 基于数字样机的产品装配公差分析技术研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.  
Hu Jiangmin. Research on digital mockup based product assembly tolerance analysis[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese)
- 12 Destrocher A, Reviere A. A matrix approach to the representation of tolerance zones and clearances[J]. *The International Journal Advanced Manufacturing Technology*, 1997, 13(9): 630 ~ 636.