

特殊情况下直线机构解域分析与综合方法*

尹来容 韩建友

(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

【摘要】 当给定鲍尔点与机架共线、瞬心点与一个机架点重合时,曲率驻点曲线退化成两条直线,在其中与机架垂直的直线上任意给定一个连架杆,即可综合出一个四杆直线机构。提出了直线机构综合公式,并根据曲柄机构存在条件,推导了曲柄解域计算公式。以一个固定铰链点为坐标原点,在整个机构坐标平面内绘制出曲柄机构解域图,讨论了其中一些特殊点的机构综合问题。根据不同的设计要求确定评价函数,自动计算生成可行解域图及其局部和全局最优机构解。实现了机构综合的可视化和自动化,解决了传统机构优选的盲目性和效率较低等问题。

关键词: 直线机构 解域 综合

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2011)04-0190-05

Solution Region Analysis and Synthesis Method of Straight Line Mechanism under Special Configuration

Yin Lairong Han Jianyou

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract

The curvature stagnation point curve would degenerate in two straight lines, when the given Ball point was located on the fixed bar and an instantaneous center coincided with a fixed pivot. A random bar laid on the vertical straight line would produce an approximate straight line mechanism. The synthesis formulae and figures of crank linkages solution region on the coordinate plane, based on crank linkages analysis, were presented. Some useful conclusions were obtained by analyzing special points in the solution regions. According to different design demands, the corresponding evaluating functions were adopted in order to calculate the feasible solution region and the optimal mechanism solution automatically. The proposed method was visual and automatic. Both the blindness of choosing optimal mechanism and the lowness of design efficiency were overcome observably.

Key words Straight line mechanism, Solution region, Synthesis

引言

铰链四杆直线导引机构综合问题属于机构学中的一个经典问题,国内外学者进行了大量深入研究^[1-5],但未对所综合出的无穷多个机构进行系统分析,对其中一些特殊点的机构综合问题也未提及。当给定鲍尔点与机架共线、瞬心点与一个机架

点重合时,曲率驻点曲线退化成两条直线,在其中与机架垂直的直线上任意给定一个连架杆,即可综合出一个四杆直线机构。本文提出此种特殊情况下的曲柄解域计算公式;在整个机构坐标平面内绘制曲柄机构解域图,讨论其中一些特殊点的机构综合问题。然后,根据设计要求,自动计算生成机构可行域图,得到可行解域里面的局部最优解和全局最优解。

收稿日期: 2010-05-21 修回日期: 2010-06-25

* 国家自然科学基金资助项目(50975024)和北京市自然科学基金资助项目(3102021)

作者简介: 尹来容,博士生,主要从事机构综合、机构 CAD 及稳健设计研究, E-mail: yinlairong@hotmail.com

1 直线机构综合公式

由平面机构运动学综合理论知^[6~7],运动平面上瞬时曲率半径为无穷大点的集合为拐点圆;曲率驻点曲线是动平面上轨迹曲率为驻点的点的集合,是一条三阶曲线;拐点圆和曲率驻点曲线在 P 点之外的交点为鲍尔点。利用鲍尔点可综合出具有 4 个无限接近点直线的四杆机构。曲率驻点曲线可由 Euler-Savary 方程^[7]求导后得到

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{M \sin \alpha} + \frac{1}{N \cos \alpha} \tag{1}$$

其中 $\frac{1}{M} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{\rho_m} \right) \quad \frac{1}{N} = -\frac{1}{3D} \frac{dD}{d\sigma}$

式中 $M、N$ ——辅助变量 α ——转角
 D ——拐点圆直径 r ——矢径
 ρ_m ——曲率半径 σ ——微小位移

当 $1/N = 1/M = 0$ 时,由式(1)可知曲率驻点曲线蜕化为

$$\sin \alpha = 0 \tag{2}$$

$$\cos \alpha = 0 \tag{3}$$

$$1/r = 0 \tag{4}$$

其中,式(2)为 t 轴,式(3)为 n 轴,式(4)为无穷远直线。由 $1/N = 0$,可知拐点圆直径 D 为最大值, $D = l_{PP_1}$;由 $1/M = 0$,可知点 A 可以在 t 轴上任意选取^[4,6]。此时,鲍尔点 P_1 必须与机架点 $A_0、B_0$ 、铰链点 B 位于同一条直线上,且鲍尔点与拐点圆极点重合,如图 1 所示。

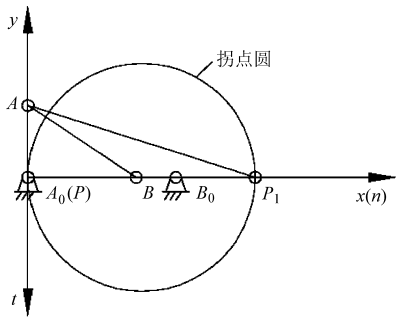


图 1 曲率驻点曲线和拐点圆图

Fig. 1 Curvature stagnation point curve and inflection point circle

将式(2)~(4)代入 Euler-Savary 方程,整理得

$$l_{PB} = \frac{l_{PB_0} D}{l_{PB_0} + D} = \frac{l_{PB_0} l_{PP_1}}{l_{PB_0} + l_{PP_1}} \tag{5}$$

动铰链点 B 的坐标可表示为

$$\begin{cases} B_x = A_{0x} + l_{PB} \cos \alpha_{b0} \\ B_y = A_{0y} + l_{PB} \sin \alpha_{b0} \end{cases} \tag{6}$$

式中 $B_x、B_y$ ——动铰链点 B 的坐标
 $A_{0x}、A_{0y}$ ——机架点 A_0 的坐标

α_{b0} —— B_0P 在坐标系 xy 中的角度

2 机构解域分析

以固定铰链点 A_0 为坐标原点,铰链点 $A(0,y)$,鲍尔点 $P_1(x,0)$,在机构运动平面内直接建立直角坐标系,横纵坐标上的点两两组合对应一个机构,即为一个机构解,全部机构解的集合构成机构解域。满足各种设计约束的机构解域称为可行机构解域。利用数据库技术,将解域内全部机构的各种属性值存储至数据库,然后利用计算机图形技术,将存储的机构属性值用各种颜色直观地显示在坐标平面上,且设计者在解域图上选取机构时,同步显示机构属性值。设计者不但可以直观地获得各种机构属性值分布情况,从而避免设计者给定鲍尔点 P_1 和杆长 l_{A_0A} 的盲目性,使综合过程更直观;而且能够根据不同的评价函数,在可行机构解域中直接得到最优机构解,从而实现综合过程的可视化和自动化。

2.1 曲柄机构解域分析

为了便于分析计算,在机构解域内,不妨令机架 $l_{A_0B_0} = 1$ (在实际应用中只需乘以实际机架长度即可)。考虑到对称性,只需讨论上半平面 ($y > 0$) 即可。将铰链点 $A(0,y)$ 和鲍尔点 $P_1(x,0)$ 坐标代入式(5)和(6)可得

$$\begin{cases} l_{PB} = \frac{x}{1+x} \\ B_x = \frac{x}{1+x} \\ B_y = 0 \end{cases} \tag{7}$$

四杆机构各杆长为

$$\begin{cases} l_{A_0A} = a = y \\ l_{AB} = b = \sqrt{\left(\frac{x}{1+x}\right)^2 + y^2} \\ l_{B_0B} = c = \left| 1 - \frac{x}{1+x} \right| \\ l_{A_0B_0} = d = 1 \end{cases} \tag{8}$$

式中 $a、b、c、d$ ——四杆机构杆长

曲柄摇杆机构、摇杆曲柄机构和双曲柄机构存在条件分别为

$$\begin{cases} a + b < c + d \\ a + c < b + d \\ a + d < b + c \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} c + a < b + d \\ c + b < a + d \\ c + d < a + b \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} d + a < b + c \\ d + b < a + c \\ d + c < a + b \end{cases} \tag{11}$$

将式(8)代入式(9)~(11),整理计算得:

$$\text{曲柄摇杆机构} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > \frac{2}{x+2} \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{双曲柄机构} \quad \begin{cases} -2 < x < 0 \\ y > \frac{2}{x+2} \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{摇杆曲柄机构} \quad \begin{cases} x < -2 \\ y > \frac{-2}{x+2} \end{cases} \quad (14)$$

由上述整理结果可得到曲柄机构分布解域图,如图2所示。其中,机构类型采用 Barker^[8]提出的分类方法,共有8种机构:曲柄摇杆、双摇杆、摇杆曲柄、双曲柄、三摇杆(内外摆)、三摇杆(外外摆)、三摇杆(外内摆)、三摇杆(内内摆)。

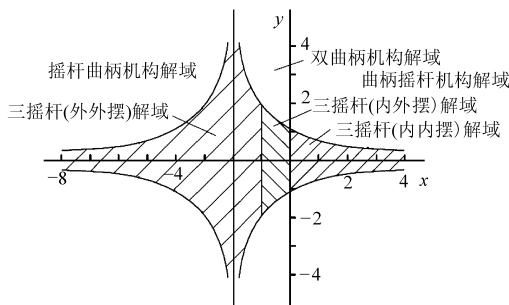


图2 曲柄机构解域图

Fig.2 Crank mechanism solution region

下面分析机构解域图中特殊点的机构综合问题。

当给定鲍尔点 P_1 的横坐标 $P_{1x} = -1$ 时,铰链点 $B_x \rightarrow \infty$,因此,给定鲍尔点横坐标值趋近于机架长度负值时,机构杆长比太大,机构运动性能较差。当 $P_{1x} = -2$ 时,欲得到摇杆曲柄机构,需满足 $|y| > \pm \frac{2}{x+2} \rightarrow \infty$,即铰链点 $A(0,y)$ 为无穷大时才能得到摇杆曲柄机构,故给定鲍尔点横坐标值趋近于2倍机架长度负值时,无法得到摇杆曲柄机构。

由曲柄机构解域结果可知,当 P_{1x} 位于不同区间,铰链点 A 的纵坐标 $A_y \rightarrow \pm \frac{2}{x+2}$,也即摇杆曲柄机构分界值时,综合出的四杆机构的最短杆与最长杆杆长和趋近于其他两杆杆长和,此类机构为不稳定型,机构性能较差。当 $x > 0$ 时,动铰链点 B_x 位于铰链点 A_0 和 B_0 之间;当 $-1 < x < 0$ 时,动铰链点 B_x 位于铰链点 A_0 和 B_0 左侧;当 $x < -1$ 时,动铰链点 B_x 位于铰链点 A_0 和 B_0 右侧。

给定鲍尔点 $P_1(x,0)$,将 A_y 值从零递增至无穷大,当 $x > 0$ 时,机构连杆曲线形状由“8”字型变为“D”字型;当 $-2 < x < 0$ 时,机构连杆曲线形状由

“8”字型变为“月牙”型,再变为“D”字型;当 $x < -2$ 时,机构连杆曲线形状也由“8”字型变为“月牙”型,最后变为“D”字型。由四杆机构连杆曲线运动规律^[9-10]知,随着 A_y 递增,连架杆角度不断变化,从而使连杆曲线产生变化,但 A_y 递增到一定值之后,连架杆角度仅产生微小变化,而且曲柄和连架杆长度始终不变,因此,连杆曲线不再随 A_y 的增大而产生明显的变化。给定鲍尔点 $P_1(2,0)$,令 A_y 分别为 0.15、0.25、0.35、0.45、0.55、0.65、0.85、1.5、100,由式(12)~(14)得 $A_y > 0.5$ 时可综合出摇杆曲柄机构, $A_y = 0.5$ 为机构有无曲柄的分界点。连杆曲线演变图如图3所示。由图3可知,连杆曲线由三摇杆机构的“8”字型演变为摇杆曲柄机构的“D”字型后,连杆曲线随 A_y 的增大而趋于稳定,仅产生细微变化,因而其直线长度亦无变化。

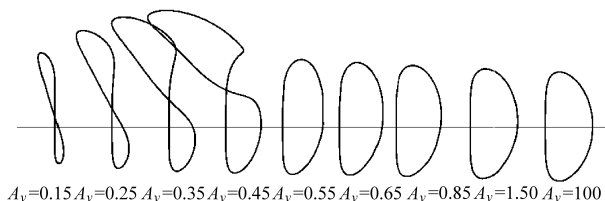


图3 连杆曲线演变图

Fig.3 Evolution of couple curves

由曲柄机构最小传动角计算公式知,最小传动角 $\gamma_{\min}$ 随着 A_y 增加而减小。因此,给定鲍尔点 $P_1(x,0)$ 之后,根据各种设计约束,如最小传动角、杆长比、直线长度等, A_y 根据式(12)~(14)取较小值即可。 A_y 超过一定取值范围后,不仅直线长度无变化,而且杆长比、最小传动角等机构性能指标显著下降。

2.2 可行机构解域分析

在实际工程应用中,设计者需要根据用户客观的加工条件、装配空间等设计出性价比高的机构,因此,设计时需对综合出的机构施加各种结构和性能约束。机构结构约束包括最大杆长、4个杆长之和以及连杆轮廓大小等。施加结构约束后,机构各杆长可得到优化,机构的装配空间和运动空间均可控制在要求范围内。设计者还可根据实际工况对单个杆件长度施加约束,得到符合要求的机构。机构性能约束包括机构类型、最小传动角等。可以根据用户提出的机构类型要求,施加机构类型约束。机构应用中往往对其传动性能有一定的要求,而最小传动角是反映其传动性能的指标,可以通过施加最小传动角约束来保证机构传动性能。

施加各种设计约束后,机构解域大大减小,形成可行解域。在可行解域中,根据不同的设计要求,如将曲柄机构最小传动角最大或机构杆长和最小作为

寻优目标,来确定评价函数,设定搜索步长,进行全局搜索,从而可得到局部最优机构解和全局最优机构解,并自动显示出该最优机构解的机构结构和性能参数信息。

3 应用实例

平面连杆直线导向机构由于其制造成本低、易维护、承载能力较强等特点,在印刷、纺织、食品以及工农机械等领域有着广泛应用。下面以国内一家企业生产流水线中的自动升降式送料机构系统为例,来阐述机构解域设计方法和直线机构的应用。

该送料系统可由铰链四杆直线机构和机械手组成,如图 4 所示。根据该生产流水线的实际工作空间和传动性能要求,添加机构尺寸约束和最小传动角约束;而机械手的直线路径越长,可升降的范围越大,直线路径误差越小,升降越平稳。

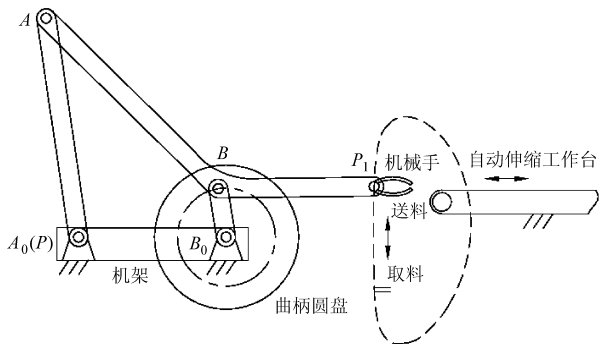


图 4 升降式送料机构简图

Fig. 4 Diagram of elevating feeding mechanism

据此,给定设计要求如下:机构类型为曲柄摇杆(摇杆曲柄)机构;机架长度 $l_{A_0B_0} = 100\text{ cm}$;最大杆长 $l_{\max} \leq 400\text{ cm}$;最大杆 AP_1 长 $l_{AP_1\max} \leq 300\text{ cm}$;最大杆长和 $l_{\text{sum}} \leq 1\,000\text{ cm}$;最大杆长比 $l_{\max}/l_{\min} \leq 10$, $l_{\min}$ 为最小杆长;最小传动角 $\gamma_{\min} \geq 30^\circ$;在直线度误差 $\Delta l_{\text{line}} \leq 0.01$ 时,直线长度 $l_{\text{line}} \geq 40\text{ cm}$ 。

(1) 机构全解域初步分析。由 2.1 节曲柄机构解域特殊点分析结论知,给定鲍尔点 P_1 和动铰链点 A 超过一定取值范围之后,不仅机构连杆曲线直线长度不再增加,而且机构性能显著下降。因此,对机构全解域初步分析时,根据 l_{AP_1} 设计要求,设定 $x \in (-400, 400)$, $y \in (-400, 400)$, 其机构解域里的机构属性图(图 5)给出了杆长和分布图以及最小传动角分布图。其中,杆长和分布解域图中数字 1~8 分别用来标记所在区域杆长和 $l_{\text{sum}} \in (200, 400)$, $(400, 600)$, $\dots$, $(1\,600, 1\,800)$, 数字 9 所在区域杆长和超过 1 800;最小传动角分布解域图中数字 0 表示无曲柄存在区域,数字 6 所在区域为最小传动角大于 50° , 数字 1~5 分别用来标记所在区域最小传

动角 $\gamma_{\min} \in (0, 10) \cup (10, 20) \cup \dots \cup (40, 50)$ 。机构类型分布图由曲柄机构解域图乘以实际机架长度 $l_{A_0B_0} = 100$ 即可获得。

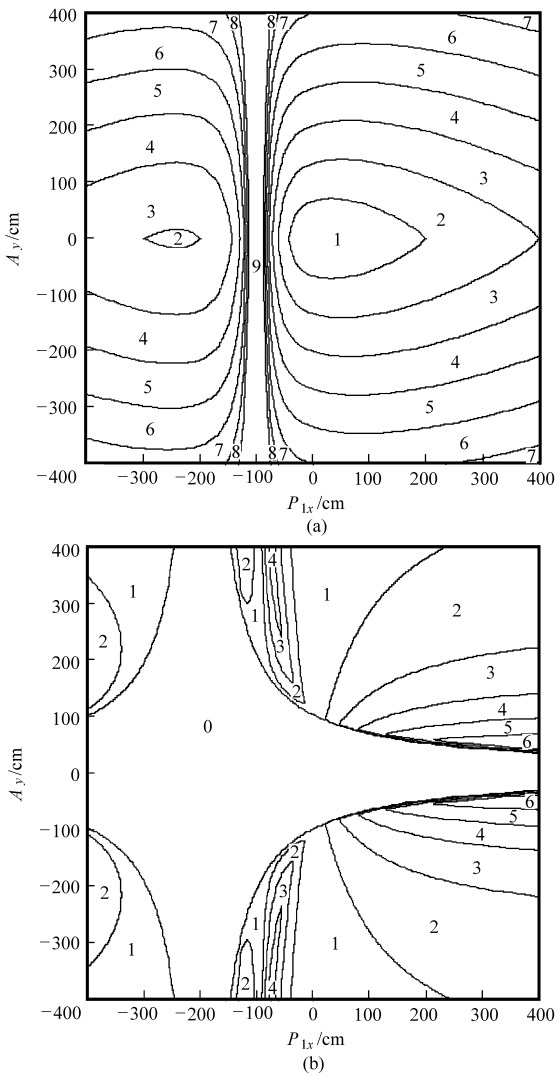


图 5 机构属性图

Fig. 5 Property of mechanism

(a) 杆长和分布图 (b) 最小传动角分布图

(2) 机构可行解域分析。根据设计要求,施加全部约束,得到的机构可行解域如图 6 所示。在可行解域图中任意选取一点对应一个 P_{1x} 和 A_y 值,即可得到一个满足全部设计要求的机构。在可行解域里面分别以杆长和最小和最小传动角最大为寻优目标,分别得到全局最优机构解 M_1 和 M_2 , 机构在可行解域内对应的坐标见图 6。为了对比分析,在可行解域里任选机构解 M_3 , 在可行解域外选择机构解 M_4 , 机构解 $M_1 \sim M_4$ 如图 7 所示,其结构和性能参数见表 1、2。由表 1 可知,机构解 M_1 、 M_2 和 M_3 各项参数满足设计要求,机构解 M_1 杆长和最小, $l_{\text{sum}} = 426\text{ cm}$, 机构解 M_2 最小传动角最大, $\gamma_{\min}$ 为 55.67° , 传动性能比机构解 M_1 和 M_3 更佳;机构解 M_4 最小传动角仅为 23.96° , 未达到最低设计要求。表 2 中

