

基于多重分形的土壤粒径分布与土壤物理特性关系*

管孝艳¹ 杨培岭² 吕 烨¹

(1. 中国水利水电科学研究院水利研究所, 北京 100048; 2. 中国农业大学水利与土木工程学院, 北京 100083)

【摘要】 为阐明粒径分布与土壤物理特性之间的关系,测定了土壤颗粒组成、土壤容积密度和饱和导水率等参数,运用多重分形谱参数描述了土壤粒径分布的非均匀性,探讨了土壤粒径分布多重分形参数与土壤容积密度、饱和导水率等参数之间的关系。结果表明:土壤粒径分布的多重分形谱参数 D_1/D_0 和 $\Delta\alpha$ 可以反映土壤粒径分布的非均匀程度,参数与土壤粘粒含量密切相关,当土壤非均质性较大时,土壤中粘粒含量较多,表现为土壤容积密度增大,而饱和导水率减小。因此,土壤粒径分布的多重分形参数可以作为反映土壤物理性质的指标。

关键词: 土壤 物理特性 粒径分布 多重分形

中图分类号: S152.3; S152.9 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2011)03-0044-07

Relationships between Soil Particle Size Distribution and Soil Physical Properties Based on Multifractal

Guan Xiaoyan¹ Yang Peiling² Lü Ye¹

(1. Department of Irrigation and Drainage, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China

2. College of Water Conservancy and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract

In order to describe the relationship between soil particle size distribution and soil physical properties, the parameters of soil particle size distribution, soil bulk density and soil saturated hydraulic conductivity were measured, and the heterogeneity of soil particle size distribution was characterized by the parameters of multifractal spectrum, and then the relationship between multifractal parameters of soil particle size distribution and soil bulk density, soil saturated hydraulic conductivity were discussed. The results showed that the heterogeneity of soil particle size distribution could be reflected by the multifractal parameters of soil particle size distribution such as D_1/D_0 and $\Delta\alpha$, the multifractal parameters were closely related with soil clay content, and when the soil heterogeneity is larger, the soil clay content is higher, and that results in soil bulk density increasing, soil saturated hydraulic conductivity decreasing. Therefore, the multifractal parameters of soil parameters can be used as an indicator to reflect the soil physical properties.

Key words Soil, Physical properties, Particle size distribution, Multifractal

引言

土壤粒径分布特征是最基本的土壤物理性质之一,它影响着土壤水力特性、土壤肥力及土壤侵蚀^[1-2],常被用来估算饱和、非饱和土壤水力参数。

定量研究土壤粒径分布特征及其对其他物理特性参数的影响是土壤物理学关注的重要内容之一。

土壤是一种由不同颗粒组成、具有不规则形状和自相似结构的复杂多孔介质,具有一定的分形特性。国内外许多学者用分形理论研究了土壤粒径分

收稿日期: 2010-04-27 修回日期: 2010-06-08

* 国家自然科学基金资助项目(51009152)、国家高技术研究发展计划(863 计划)资助项目(2006AA100205-1)、水利部公益性行业科研资助项目(200701025)和国际科技合作资助项目(2009DFA71850)

作者简介: 管孝艳,工程师,博士,主要从事农田土壤环境及节水灌溉研究,E-mail: guanxy@iwhr.com

布特征,起初单分形被用于表征土壤粒径分布特征^[2~5],但单分形只能对土壤进行整体性和平均性的描述^[6~7],不能刻画土壤结构的局部信息,故提出了多重分形来描述土壤粒径分布^[7~9],进一步推动了土壤结构的定量研究。不同土壤或不同土地利用类型下土壤粒径分布分形特征的研究较多^[1,10~12],关于土壤粒径分布特征对土壤物理性质的影响研究较少,尤其是基于多重分形理论的研究更少。本文在利用激光粒度仪精确测定土壤颗粒分布规律的基础上,采用多重分形方法研究土壤粒径分布的非均匀性及其多重分形参数与土壤容积密度和饱和导水率之间的关系,以期 为土壤物理研究提供一个研究思路。

1 材料与方法

1.1 供试土壤

试验地在北京市大兴区北野场灌区,北野场灌区自 20 世纪 70 年代开始使用黄村排泄的工业污水和生活污水进行灌溉,近 8 年开始利用污水和地下水交替灌溉的方式进行灌溉。2002 年,南红门灌区中北野场灌区 2 万亩再生水利用与节水改造配套工程建设完成,水源为黄村污水处理厂再生水,年引用量约 700 万 m³。将该地(面积为 2 000 m²)划分成若干个 6 m×6 m 的网格,共设置 64 个取样点(图 1),

取样为表层 0~20 cm。64 个取样点的取样带回实验室进行分析。

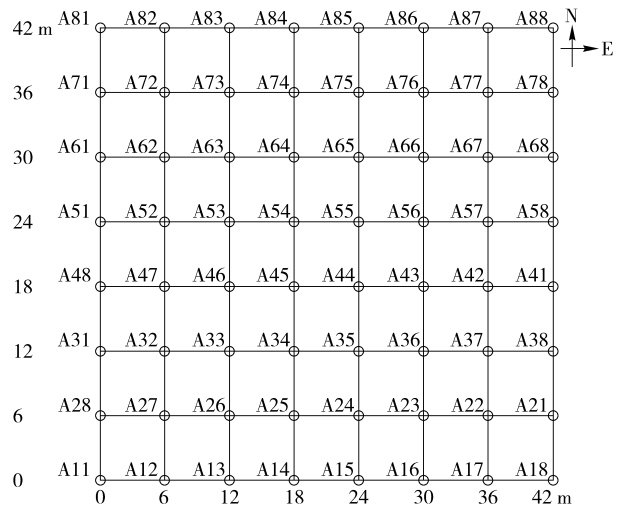


图 1 田间试验取样点布置

Fig.1 Sample location in field experiment

按照美国制的土壤分类标准将供试土样的颗粒组成进行土壤质地分类。经过分析土壤属于粉质壤土,考虑到土壤颗粒组成中粘粒、粉粒和砂粒含量的差异较小,因此在分析中选取了 6 个代表性的土样(粘粒、粉粒和砂粒含量差异相对较大)进行分析(表 1)。

表 1 试验土样的土壤特性参数
Tab.1 Properties of tested soil

土样编号	土壤颗粒含量/%			土壤容积密度 /g·cm ⁻³	饱和导水率 /cm·d ⁻¹
	粘粒 (<2 μm)	粉粒 (2~50 μm)	砂粒 (50~2 000 μm)		
A14	8.12	61.43	30.45	1.451 7	21.82
A26	7.48	51.26	41.26	1.415 4	24.23
A44	10.38	54.06	35.56	1.526 5	17.26
A53	8.35	51.69	39.96	1.420 7	23.82
A67	8.76	60.05	31.19	1.497 4	18.85
A75	7.94	55.39	36.67	1.408 3	25.30

1.2 土壤粒径组成的激光粒度仪测量

供试土样的粒径分析在中国农业大学实验室进行。本研究采用英国马尔文公司生产的 MasterSizer 2000 型激光粒度分析仪进行土壤颗粒分析^[8],该仪器搅拌速度 2 500 r/min,遮光范围 10%~20%,测量范围为 0.02~2 000 μm,在该测量范围内共可得 100 个粒级的土壤颗粒含量数据。

取土样 0.3~0.4 g 置于烧杯,加入 10 mL 10% 的 H₂O₂,在沙浴中加热使其充分反应以有效地除去样品中的有机质,之后加入 10 mL 10% 的 HCl 并煮沸使其充分反应除去碳酸盐。将烧杯中注满去离子

水并静置 12 h,抽去上层清液,加入 0.05 mL/L 的六偏磷酸钠分散剂 10 mL 并用超声波清洗机振荡 10 min 后使用 MasterSizer2000 型粒度仪进行测量。本试验每个土样处理方法和测量过程相同,设 3 次重复。

1.3 土壤粒径分布多重分形参数

取激光粒度仪测量区间 $I=[0.02,2\,000]$,测量得到的分析结果是各子区间的相对应的土壤颗粒的体积百分含量,即 $v_1,v_2,\cdots,v_{100}$, $\sum_{i=1}^{100} v_i=100$ 。相对应于 100 个子区间(粒径段) $I_i=[\phi_i,\phi_{i+1}]$, $i=1,2,$

...,100, v_i 表示粒径在子区间 I_i 内的土壤颗粒的体积百分数, ϕ_i 为激光粒度仪测得的粒径。根据激光粒度仪划分区间的原理,在测定区间 $I = [0.02, 2\,000]$ 内, $\lg(\phi_{i+1}/\phi_i)$ 为一个常数,为使用多重分形方法分析区间 I 的土壤颗粒粒径分布特征,须使各子区间长度一样,故作变换 $\varphi_i = \lg(\phi_i/\phi_1)$, $j = 1, 2, \dots, 100$,由此构造一个新的无量纲区间 $J = [0, 5]$,其中有 100 个等距离的子区间 $J_i = [\varphi_i, \varphi_{i+1}]$, $i = 1, 2, \dots, 100$ ^[7,9]。

在区间 J 中,有 $N(\varepsilon) = 2^k$ 个相同尺寸 $\varepsilon = 5 \times 2^{-k}$ 的小区间,每个小区间里至少包含一个测量值,为使最小的子区间中包含有测量值,文中 k 取值为 1~6。 $p_i(\varepsilon)$ 为每个子区间土壤粒径分布的概率密度(百分含量),即为落在子区间 J_i 内所有测量值 V_i 的加和,其中 $V_i = v_i / \sum_{i=1}^{100} v_i$, $i = 1, 2, \dots, 100$, $\sum_{i=1}^{100} V_i = 1$ 。利用 $p_i(\varepsilon)$ 构造一个配分函数族为^[13]

$$u_i(q, \varepsilon) = \frac{p_i(\varepsilon)^q}{\sum_{i=1}^N p_i(\varepsilon)^q} \tag{1}$$

式中 $u_i(q, \varepsilon)$ ——第 i 个子区间 q 阶概率
 q ——实数
 $\sum_{i=1}^N p_i(\varepsilon)^q$ ——对所有子区间 q 阶概率求和
则粒径分布的多重分形的广义维数谱为

$$D(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\lg \left(\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i(\varepsilon)^q \right)}{\lg \varepsilon} \tag{2}$$

粒径分布的多重分形奇异性指数为

$$\alpha(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} u_i(q, \varepsilon) \lg p_i(\varepsilon)}{\lg \varepsilon} \tag{3}$$

相对于 $\alpha(q)$ 的粒径分布的多重分形谱函数为

$$f(\alpha(q)) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} u_i(q, \varepsilon) \lg u_i(q, \varepsilon)}{\lg \varepsilon} \tag{4}$$

由式(2)~(4)通过最小二乘拟合以及 $-10 \leq q \leq 10$ 以 0.5 位步长计算可得土壤粒径分布的多重分形广义维数谱 $D(q)$ 、多重分形奇异性指数 $\alpha(q)$ 以及多重分形谱函数 $f(\alpha(q))$ 。对于多重分形来说,奇异性指数 α 和多重分形谱函数 $f(\alpha)$ 则能够表述多重分形的局部特征。多重分形谱的谱宽($\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$)反映了整个分形结构上物理量的概率测度分布的不均匀程度;当 $q = 0, 1, 2$ 时,对应的 D_0 、 D_1 和 D_2 分别为容量维数、信息熵维数和关联维数^[7],广义维数谱曲线 $q - D(q)$ 变陡, $D(q)$ 值域范围增大,表明了不同奇异强度分形结构分布范围变

宽,分形结构的非均匀性越大。

2 土壤粒径分布的多重分形分析

2.1 土壤粒径分布多重分形广义维数谱

根据多重分形广义维数谱算法和式(2)对 6 个供试土样进行了多重分形分析,得到了土壤粒径分布的广义维数谱 $D(q)$ 。图 2 给出了 6 个土样的广义维数谱曲线 $q - D(q)$,在 $-10 \leq q \leq 10$ 的范围内,土样的广义维数谱 $D(q)$ 的决定性系数均大于 0.854 2,且决定性系数在当 q 为正值时大于 q 为负值时,这说明土壤颗粒分布密集区域的标度性比稀疏区域好,尤其对于 A14、A26、A67、A75 这 4 个土样更明显。对于均匀分形 $q - D(q)$ 是一条直线,对于非均匀分形, $q - D(q)$ 是有一定宽度的^[9],由广义维数谱曲线可知,所有样品都有 $D_0 > D_1 > D_2$,土壤粒径分布为非均匀分形,这也说明了引入多重分形分析土壤的粒径分布是必要的、合理的。

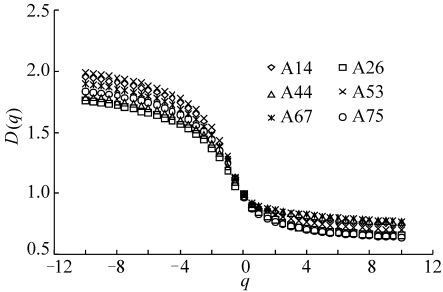


图 2 供试土壤的广义维数谱曲线 $q - D(q)$
Fig.2 Generalized dimensions spectra $q - D(q)$ for the tested soil

由多重分形理论可知,容量维数 D_0 越大就代表土壤粒径分布的范围越宽,信息熵维数 D_1 反映了颗粒分布测度的集中度,它可以表征粒径分布的不均匀程度, D_1 越大说明土壤粒径分布范围越宽,且各分区域的体积百分比在各尺度上呈均匀分布^[8]。因为 D_0 的计算是假设粒径是均匀分布的,所以不能提供粒径分布的标度性,定量描述土壤粒径分布的离散程度可以通过信息熵维数和容量维数的比值 D_1/D_0 反映, D_1/D_0 可以反映出更多的相应于土壤颗粒直径的粒径分布测度的奇异度信息。表 2 给出了各土样 D_0 、 D_1 及其比值关系, D_1/D_0 越接近于 1 时表明颗粒分布主要集中于密集区,接近于 0 时说明颗粒分布集中于稀疏区域^[9]。由此可知,A44 的土壤粒径分布测度在颗粒分布的密集区域大于其他 5 个土样。同样, $D_0 - D_1$ 的值也可以反映此特征, $D_0 - D_1$ 越小粒径分布密集区域的均匀性越好。

2.2 土壤粒径分布非均匀性的奇异性

根据式(3)和式(4)计算 6 个土壤样本的多重

表 2 供试土壤广义维数谱参数

Tab.2 Multifractal generalized spectra parameters of tested soil

土样编号	D_0	D_1	D_1/D_0
A14	0.996 8	0.881 2	0.884 0
A26	0.994 0	0.843 1	0.848 2
A44	0.972 6	0.896 9	0.922 2
A53	0.975 3	0.873 5	0.895 6
A67	0.996 8	0.894 9	0.897 8
A75	0.969 1	0.822 3	0.848 5

分形奇异谱,多重分形奇异谱如图 3 所示。由图 3 可知,粒径分布的多重分形奇异谱函数 $\alpha-f(\alpha)$ 均呈连续分布,表明多重分形是土壤粒径分布的一种普遍现象,同时, $\alpha-f(\alpha)$ 均为非对称的上凸型曲线,表明在土壤形成的过程中经历过不同程度的局部叠加,导致了土壤非均质特性的出现。

由多重分形理论可知,由于在多重分形谱的计算过程中,对计算域进行了不同尺度的划分,这就有了土壤粒径分布中不同尺度的信息,因此, $\Delta\alpha$ 描述

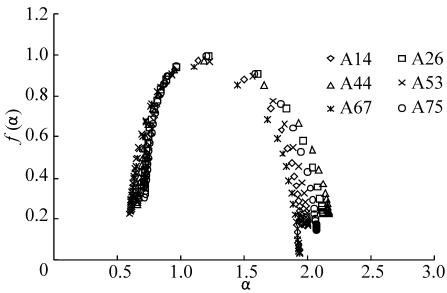


图 3 供试土壤粒径分布的多重分形奇异谱函数

Fig.3 Multifractal spectrum functions for soil particle size distribution of tested soil

了分形结构上不同区域、不同层次、不同局域条件的特性^[7,14]。 $\Delta\alpha$ 越大表示分布越不均匀。表 3 给出了的 6 个土样土壤粒径分布多重分形谱参数,从表中数据的对比可知,土壤粒径多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha$ 相差不大,这主要是由于 6 个土样均属于壤土,但是相比较而言,A44 的非均匀性最大,A26 的非均质性最小,其 $\Delta\alpha$ 分别为 1.504 5 和 1.229 4,总体而言, $\Delta\alpha$ 由大到小依次为: A44、A67、A53、A14、A75、A26。

表 3 供试土壤粒径分布的多重分形谱参数

Tab.3 Parameters of multifractal spectrum for soil particle size distribution of tested soil

多重分形参数	A14	A26	A44	A53	A67	A75
$\alpha_{\min}$	0.720 5	0.723 1	0.658 9	0.602	0.708 5	0.614 1
$f(\alpha_{\min})$	0.302 5	0.355 4	0.273 6	0.225 1	0.357 9	0.253 4
$\alpha_{\max}$	2.073 7	1.952 5	2.163 4	2.005 3	2.122 6	1.934 5
$f(\alpha_{\max})$	0.145 8	0.167 2	0.227 5	0.166 7	0.225 5	0.032 3
$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$	1.353 2	1.229 4	1.504 5	1.403 3	1.414 1	1.320 4
$\Delta f = f(\alpha_{\min}) - f(\alpha_{\max})$	0.156 7	0.188 2	0.046 1	0.058 4	0.132 4	0.221 1

Δf 反映了多重分形谱的形状特征,当小概率子集占主要地位,即 $\Delta f < 0$ 时, $f(\alpha)$ 呈右钩状,反之,当大概率子集占主要地位,即 $\Delta f > 0$ 时, $f(\alpha)$ 呈左钩状,由图 3 可以看出,土壤粒径分布的多重分形谱 $\alpha-f(\alpha)$ 呈左钩状,这说明土壤中大概率土壤粒径占主导地位。

通过对长期再生水灌溉后土壤粒径分布的多重分形广义维数谱和奇异谱分析,可以得出,再生水长期灌溉后对土壤粒径分布产生了一定的影响,研究区域内不同位置处的土壤粒径分布的非均质表现为不同的特征,从多重分形参数上来看, D_1 越大, $\Delta\alpha$ 越小,土壤粒径分布表现为较均匀。由于研究区域土壤颗粒组成中砂粒、粉粒、粘粒含量的差别较小,因此,土壤粒径分布的非均质性的差异也较小。综合土壤粒径分布的多重分形广义维数谱和奇异谱分析结果,结合表 1 中颗粒含量,可以看出粘粒含量小

于 8% 的样品(A26、A75)土壤粒径分布较均匀。多重分形在计算过程中对粒径分布的区间进行了不同尺度的划分,因此多重分形的计算精度较高。长期再生水灌溉对粒径分布的非均匀性具有一定影响,这应该与土壤颗粒分布有关。

3 多重分形参数与土壤物理参数间关系

3.1 土壤颗粒含量

为了进一步探索多重分形参数与土壤颗粒含量之间的关系,图 4 给出了土壤粒径分布的多重分形参数与粘粒和砂粒含量之间的关系。由图可知, D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 与土壤粘粒含量呈正相关, Δf 与土壤中的粘粒含量呈负相关,多重分形广义维数谱参数 D_1/D_0 和奇异谱参数 $\Delta\alpha$ 与粘粒含量具有较好的相关性,其决定系数 R^2 分别为 0.765 5 和 0.853 5,它们与粘粒含量的相关性均通过了 $P < 0.01$ 的显著

性检验,这说明随着粘粒含量的增大,土壤颗粒分布主要集中于某一区间内,其非均质性增大。通过 D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 和 Δf 与土壤砂粒含量的关系分析可知,土壤粒径分布的多重分形参数与砂粒含量的关系不明显。已有的研究成果表明,粘粒含量与粒径

分布均匀性有密切关系^[15],由于多重分形谱参数与粘粒含量具有较好的相关性,且 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 与粘粒含量的相关性通过了显著性检验,所以可以采用多重分形谱参数 D_1/D_0 和 $\Delta\alpha$ 来定量表征土壤粒径分布的非均质性。

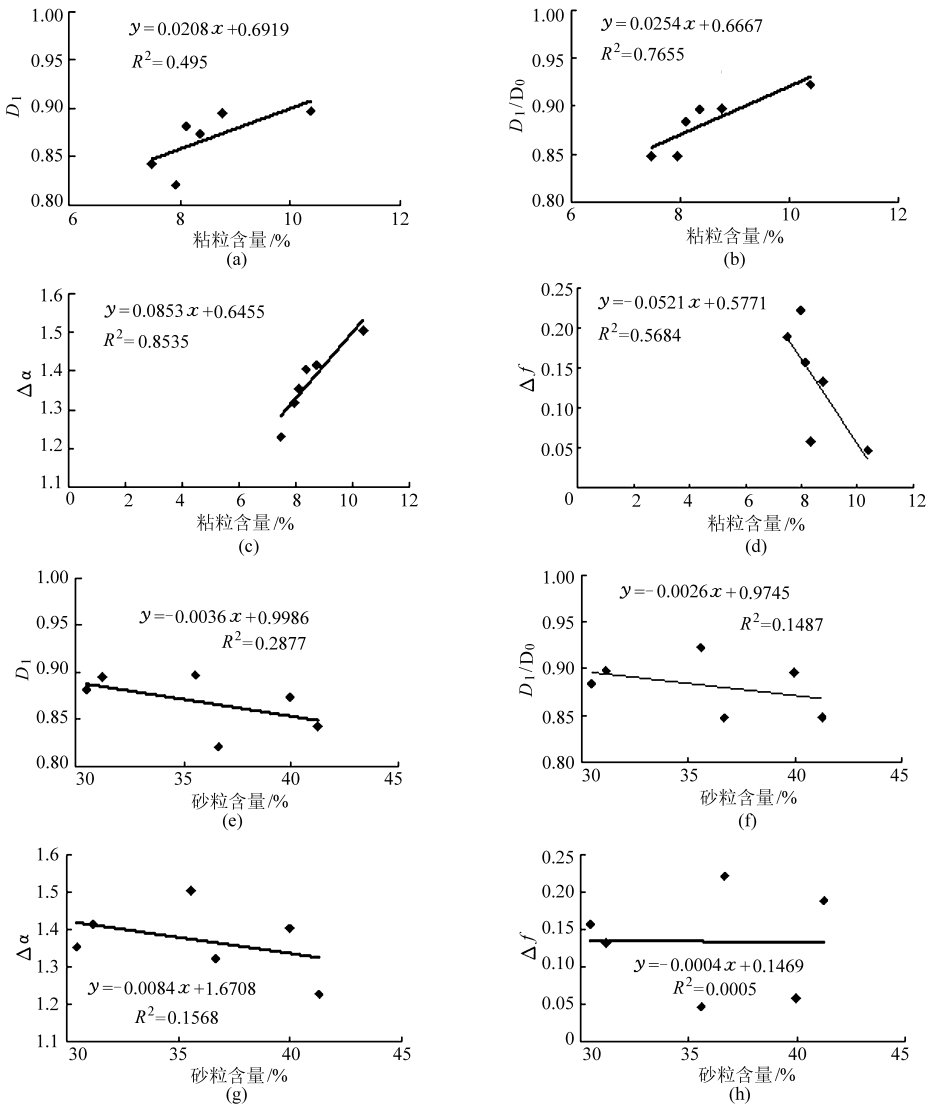


图 4 多重分形参数与粘粒和砂粒含量的关系

Fig. 4 Relationships between multifractal parameters and soil clay and sandy content

3.2 土壤容重密度和饱和导水率

土壤容重密度和土壤饱和导水率反映土壤结构、透气性、透水性能以及保水能力的高低,这两个参数都与土壤结构有密切的关系。图 5 给出了土壤粒径分布多重分形参数与土壤容重密度和饱和导水率之间的关系,由图可知,多重分形参数 D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 与土壤容重密度呈正相关,与饱和导水率呈负相关, D_1 与土壤容重密度之间满足指数关系,其他则基本满足线性相关。由于多重分形参数 D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 表征了土壤粒径分布的非均质特征^[16],结合土壤粒径分布多重分形参数与土壤颗粒含量的关系,根据图 5 可以得知,当土壤非均质性较大时,土壤中

粘粒含量较多,因而表现为土壤容重密度增大,而饱和导水率减小。因此,土壤粒径分布的多重分形参数可以作为反映土壤物理性质的指标。

3.3 多重分形参数之间的关系

由以上讨论可知, D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 和 Δf 都可以从不同角度反映土壤颗粒分布非均匀质特征,而且可以比单分形维数更能定量地表征非均匀性。根据表 2 和表 3 中的数据,探讨了 D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 和 Δf 4 个参数之间的关系,其相关性如图 6 所示。如果选用以上 3 个参数 D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 中的两个来共同表征其非均匀性时,就土壤粒径分布而言, D_1/D_0 与 $\Delta\alpha$ 具有很好的线性相关性,其线性拟合的决定性系

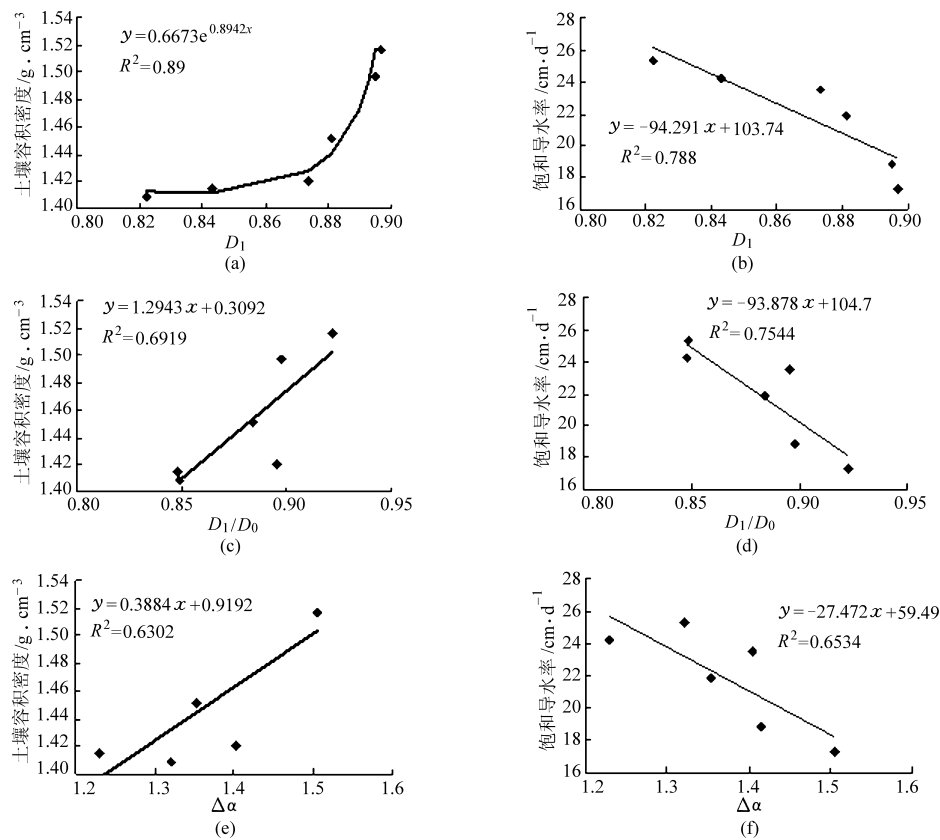


图 5 土壤粒径分布多重分形参数与土壤容积密度和饱和导水率间的关系

Fig. 5 Relationships between multifractal parameters of soil particle size distribution and soil bulk density, soil saturated hydraulic conductivity

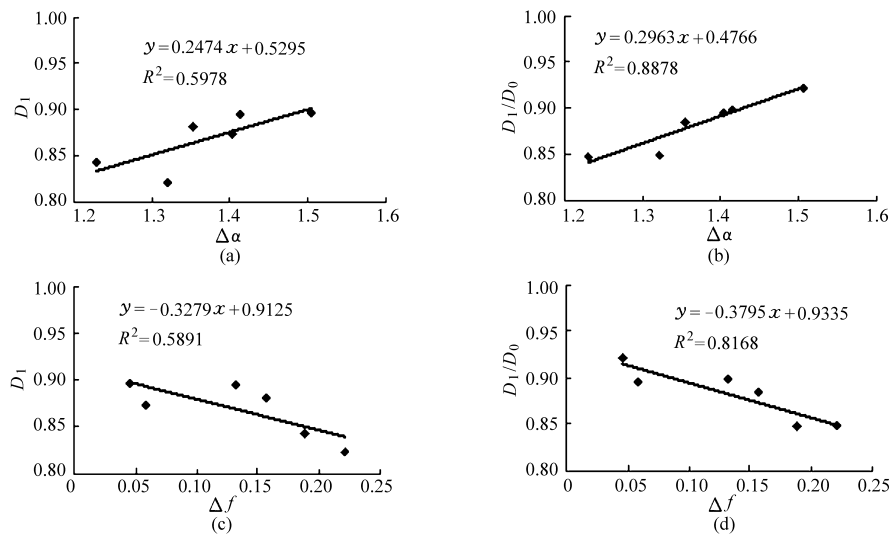


图 6 多重分形参数间相关关系

Fig. 6 Relationships between multifractal parameters

数 $R^2 = 0.8878$, 可以用这两个参数来共同表征土壤粒径分布的非均匀性。

4 结论

(1) 广义维数谱 $D(q)$ 的分析表明, 在 $-10 \leq q \leq 10$ 的范围内, 土样的广义维数谱 $D(q)$ 的决定系数 R^2 均大于 0.85, 且 6 个土样均表现出了颗粒分布

密集区域的标度性比稀疏区域好的特性, D_1 、 D_1/D_0 的分析表明粘粒含量小于 8% 的样品的均匀性最好。从广义维数谱曲线 $q - D(q)$ 上也可看出, 粘粒含量小于 8% 的样品的 $D(q)$ 变化幅度最小, 也说明了其均匀性较好。

(2) 多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ 反映了整个分形结构上概率测度分布的不均匀性的程度,

描述了分形结构上不同区域、不同层次、不同局域条件的特性,多重分形谱 $f(\alpha)$ 反映了分形结构的复杂程度、不规则程度以及不均匀程度。

(3)对土壤的分形和多重分形分析表明,土壤粒径分布的多重分形参数 D_1 、 D_1/D_0 、 $\Delta\alpha$ 与土壤粘

粒含量密切相关,当土壤中的粘粒含量较多时,土壤的非均匀性增加,此时,土壤容积密度增大,而饱和导水率减小。因此,土壤粒径分布多重分形参数可以作为反映土壤物理性质的指标。

参 考 文 献

1 刘继龙,马孝义,张振华. 不同土层土壤水分特征曲线的空间变异及其影响因素[J]. 农业机械学报,2010,41(1):46 ~ 52.
Liu Jilong, Ma Xiaoyi, Zhang Zhenhua. Spatial variability of soil water retention curve in different soil layers and its affecting factors [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(1): 46 ~ 52. (in Chinese)

2 Hwang S I, Powers S E. Using particle-size distribution models to estimate soil hydraulic properties [J]. Soil Science Society of America Journal, 2003, 67(4):1 103 ~ 1 112.

3 Perfect E, Kay B D. Applications of fractals in soil and tillage research: a review [J]. Soil & Tillage Research, 1995, 36(1 ~ 2):1 ~ 20.

4 侯占峰,鲁植雄,赵兰英. 耕作土壤地表不平度的分形特性[J]. 农业机械学报,2007,38(4):50 ~ 53.
Hou Zhanfeng, Lu Zhixiong, Zhao Lanying. Fractal behavior of tillage soil surface roughness [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(4): 50 ~ 53. (in Chinese)

5 杨培岭,罗远培,石元春. 用粒径的重量分布表征的土壤分形特征[J]. 科学通报,1993, 38(20):1 896 ~ 1 899.
Yang Peiling, Luo Yuanpei, Shi Yuanchun. Fractal features of soils characterized by particle weight distribution [J]. Chinese Science Bulletin, 1993, 38 (20): 1 896 ~ 1 899. (in Chinese)

6 Wu Q, Borkovec M, Sticher H. On particle size distribution in soils [J]. Soil Science Society of America Journal, 1993, 57(4): 883 ~ 890.

7 Grout H, Tarquis A M, Wiesner M R. Multifractal analysis of particle size distributions in soil [J]. Environment Science Technology, 1998, 32(9): 1 176 ~ 1 182.

8 Martín M A, Montero E. Laser diffraction and multifractal analysis for the characterization of dry soil volume-size distributions [J]. Soil & Tillage Research, 2002, 64(1 ~ 2): 113 ~ 123.

9 Miranda J G V, Montero E, Alves M C, et al. Multifractal characterization of saprolite particle-size distributions after topsoil removal [J]. Geoderma, 2006, 134(3 ~ 4): 373 ~ 385.

10 Su Y Z, Zhao H L, Zhang T H, et al. Soil properties following cultivation and non-grazing of a semi-arid sandy grassland in northern China [J]. Soil & Tillage Research, 2004, 75(1): 27 ~ 36.

11 胡云锋,刘纪远,庄大方,等. 不同土地利用/土地覆盖下土壤粒径分布的分维特征[J]. 土壤学报,2005,42(2):336 ~ 339.

12 Wang X D, Li M H, Liu S Z, et al. Fractal characteristics of soils under different land-use patterns in the arid and semiarid regions of the Tibetan Plateau, China [J]. Geoderma, 2006, 134 (1 ~ 2): 56 ~ 61.

13 周炜星,吴韬,于遵宏. 多重分形奇异谱的几何特性Ⅱ. 配分函数法[J]. 华东理工大学学报,2000,26(4):390 ~ 395.

14 Montero E. Rényi dimensions analysis of soil particle-size distributions [J]. Ecological Modelling, 2005, 182(3 ~ 4): 305 ~ 315.

15 黄冠华,詹卫华. 土壤颗粒的分形特征及其应用[J]. 土壤学报,2002,39(4):490 ~ 496.
Huang Guanhua, Zhan Weihua. Fractal property of soil particle size distribution and its application [J]. Acta Pedologica Sinica, 2002, 39(4): 490 ~ 496. (in Chinese)

16 管孝艳,杨培岭,任树梅,等. 基于多重分形理论的壤土粒径分布非均匀性分析[J]. 应用基础与工程科学学报, 2009,17(2):196 ~ 205.
Guan Xiaoyan, Yang Peiling, Ren Shumei, et al. Heterogeneity analysis of particle size distribution for loamy soil based on multifractal theory [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2009, 17 (2):196 ~ 205. (in Chinese)