DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.10.042

单质体非线性锐共振机械变结构同步控制*

李小号 刘 杰 刘劲涛

(东北大学机械工程与自动化学院,沈阳 110004)

【摘要】 基于双电动机驱动单质体非线性振动机械的动力学模型,推导出双激振电动机的相位差状态空间方程,在系统锐共振(频率比为0.95~1.05)条件下,建立非线性系统的变结构同步控制器,并对同步控制器参数的选取进行了理论推导。仿真结果表明,双激振电动机的变结构控制同步策略比目前广泛应用的传统 PID 同步控制策略,能更有效地控制由电动机参数差异、外扰等因素引起的同步性误差,改善多电动机同步性能以及非线性系统的振动运动特性。

关键词:非线性 锐共振 变结构 同步控制中图分类号: TH234 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2010)10-0204-05

Variable Structure Synchronization Control for the Single-mass Nonlinear Sharp Resonance Vibration Machine

Li Xiaohao Liu Jie Liu Jingtao

(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract

Based on the dynamic model of single-mass nonlinear vibration machine which driven by dual motors, the phase-difference state space equations of dual exciting motors were deduced. Under systemic sharp resonance conditions (frequency ratio was $0.95 \sim 1.05$), the nonlinear variable structure synchronization controller was designed, and the parameters of the synchronization controller were deduced by theoretical method. The results of numerical simulation showed that, using the variable structure synchronization control strategy to make the dual exciting motors realized the control synchronization motion have more dominance than the traditional PID synchronization control strategy could effectively improve the performance of synchronization for dual exciting motors by reduce the synchronization error which caused by the performance difference of motors, exterior disturbance and so on. It could also improve the vibrating characteristics of nonlinear system.

Key words Nonlinear, Sharp resonance, Variable structure, Synchronization control

引言

由两台或多台激振电动机同步驱动的振动机械 已广泛应用于工业生产各领域^[1]。但由于该类振 动机械各激振电动机转子之间无直接联系、振动系 统的非线性特性、各激振电动机转性参数差异以及 电动机轴摩擦矩不同等因素,造成多激振电动机实现振动同步很困难,甚至不会出现振动同步驱动现象,使振动机体运动偏离预期设计目标。近年来,国内外针对远超共振(频率比为2~10)及低临界近共振(频率比为0.75~0.90)状态下的线性或拟线性化系统中多激振电动机同步驱动问题作了很多相关

收稿日期: 2009-08-28 修回日期: 2009-09-11

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50775029)

作者简介:李小号,博士生,主要从事锐共振机械振动同步及控制同步研究, E-mail: xhli@ me. neu. edu. cn

研究^[2-4],但对于利用共振原理,使振动系统具备达 到所需振幅、激振力最小优点的非线性振动系统,在 锐共振(频率比为 0.95 ~ 1.05)状态下的多激振电 动机同步驱动问题却较少涉及。本文以非线性振动 系统为研究对象,分析在振动系统锐共振状态下,双 激振电动机基于变结构控制策略的控制同步问题。

1 双激振电动机相位差状态空间方程

非线性振动系统力学模型如图 1 所示。图中 0 为振动机体中心; O_1 、 O_2 为两激振电动机回转轴心; Oxy 为振动系统坐标系; ω_1 、 ω_2 为两激振电动机回 转角频率; φ_1 、 φ_2 为两激振电动机回转角; $\Delta\alpha$ 为两 激振电动机的相位差角, $\Delta\alpha = \varphi_1 - \varphi_2$;e 为机体与分 段线性弹簧间隙;k'为分段线性弹簧动刚度系数; l_1 、 l_2 为两激振电动机回转轴心到机体中心的距离。





由拉格朗日方程,可建立图1所示非线性系统的动力学方程

$$\begin{cases} m'\ddot{y} + f_{c}(\dot{y}) + f_{k}(y) = m_{1}r_{1}(\dot{\varphi}_{1}^{2}\sin\varphi_{1} + \\ \vdots \\ \varphi_{1}\cos\varphi_{1}) + m_{2}r_{2}(\dot{\varphi}_{2}^{2}\sin\varphi_{2} + \dot{\varphi}_{2}\cos\varphi_{2}) \\ m'\ddot{x} + c_{x}\dot{x} + k_{x}x = m_{1}r_{1}(\dot{\varphi}_{1}^{2}\cos\varphi_{1} - \\ \vdots \\ \varphi_{1}\sin\varphi_{1}) - m_{2}r_{2}(\dot{\varphi}_{2}^{2}\cos\varphi_{2} - \dot{\varphi}_{2}\sin\varphi_{2}) \\ J'\dot{\varphi} + c_{\varphi}\dot{\varphi} + k_{\varphi}\varphi = m_{1}r_{1}l_{1}(\dot{\varphi}_{1}^{2}\sin\varphi_{1} + \\ \vdots \\ \varphi_{1}\sin\varphi_{1}) + m_{2}r_{2}l_{2}(\dot{\varphi}_{2}^{2}\sin\varphi_{2} + \dot{\varphi}_{2}\sin\varphi_{2}) \\ \overline{k} \, \mathrm{d}\, \tilde{s}\, \mathrm{d}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{K}\, \mathrm{d}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{d}\, \mathrm{f}\, \mathrm{d}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f}\, \mathrm{f} \end{cases}$$

$$J'_{i} \ddot{\varphi}_{i} + c'_{i} \varphi_{i} + m_{i} (\ddot{y} - l_{i} \ddot{\varphi} \cos\varphi) r_{i} \cos\varphi_{i} - m_{i} (\ddot{x} - l_{i} \ddot{\varphi} \sin\varphi) r_{i} \sin\varphi_{i} = T_{mi}$$

$$m' = m_{0} + m_{1} + m_{2}$$

$$(2)$$

 $J' = J_0 + J_1 + J_2$

系统 y 向的恢复力函数

$$f_{k}(y) = \begin{cases} (k_{y} + k')y - k'e & (y \le -e) \\ k_{y}y & (y > -e) \end{cases}$$
(3)

系统 y 向的阻尼力函数

$$f_{c}(\dot{y}) = \begin{cases} (c_{y} + c')\dot{y} & (y \le -e) \\ c_{y}\dot{y} & (y > -e) \end{cases}$$
(4)

$$k_a$$
——振动系统 φ 向的弹簧动刚度系数

$$c_x \ c_y \ c_{\varphi}$$
 ——振动系统 $x \ y \ \varphi$ 向阻尼系数

对式(2),当 i=1、2 时有

$$\vec{\varphi}_{1} = \frac{1}{J_{1}'} \left[T_{m1} - c_{1}' \vec{\varphi}_{1} - m_{1} \left(\ddot{y} - l_{1} \vec{\varphi} \cos \varphi \right) r_{1} \cos \varphi_{1} + m_{1} \left(\ddot{x} - l_{1} \vec{\varphi} \sin \varphi \right) r_{1} \sin \varphi_{1} \right]$$

$$(5)$$

$$\overset{\cdots}{\varphi_2} = \frac{1}{J_2'} \left[T_{m_2} - c_2' \varphi_2 - m_2 \left(\overset{\cdots}{y} - l_2 \varphi \cos \varphi \right) r_2 \cos \varphi_2 + m_2 \left(\overset{\cdots}{x} - l_2 \overset{\cdots}{\varphi} \sin \varphi \right) r_2 \sin \varphi_2 \right]$$

$$(6)$$

式(6)减去式(5)后,由非线性系统平均法^[5]求 解式(1)代入之,并略去高阶项,在系统2 π 周期取 平均(根据实际振动筛设计条件,令 $m_1 = m_2$ 、 $r_1 = r_2$ 、 $r'_1 = r'_2$ 、 $l_1 = l_2$)得双电动机相位差状态空间方程

$$\Delta \varphi = \frac{1}{J_1'} (-c_1' \Delta \varphi - H_1 \sin \Delta \varphi - H_2 \cos \Delta \varphi + H_3)$$
(7)

其中

$$H_{1} = m_{1}^{2} \gamma^{2} r_{1}^{2} \left[\left(\frac{l_{1}^{2}}{J'} \cos^{2} \vartheta_{\varphi} - \frac{\cos^{2} \vartheta_{x}}{m'} \right) \left(\frac{k_{e}}{m'} - \gamma^{2} \right) + \frac{\cos^{2} \vartheta_{y}}{\sqrt{\left(\omega_{e}^{2}(y) - \gamma^{2} \right)^{2} + 4\gamma^{2} \delta_{e}^{2}(y)}} \frac{k_{e}}{m' \gamma^{2}} \delta_{e}^{2}(y) \right]$$
(8)

$$H_{2} = m_{1}^{2} \gamma^{2} r_{1}^{2} \frac{(\omega_{e}^{2}(y) - \gamma^{2}) \cos^{2} \vartheta_{\varphi}}{m' \gamma^{2}}$$
(9)

$$H_{3} = c_{1}' \gamma - \left(\frac{k_{e}}{m'} - \gamma^{2}\right) \left(\frac{\cos^{2}\vartheta_{y}}{m'} + \frac{\cos^{2}\vartheta_{x}}{m'} - \frac{l_{1}^{2}}{J'}\cos^{2}\vartheta_{\varphi}\right)$$
(10)

$$\begin{split} \gamma &= \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) \quad \vartheta_x = \arctan\left(-\frac{c_x}{m'\gamma}\right) \\ \vartheta_y &= \arctan\left(-\frac{2\gamma\delta_e(y)}{\omega_e^2(y) - \gamma^2}\right) \quad \vartheta_\varphi = \arctan\left(-\frac{c_\varphi}{J'\gamma}\right) \\ k_e &= \omega_e^2(y)m' \\ 式中 \quad \gamma - - - 双激振电动机的平均旋转频率 \end{split}$$

$$\omega_{e}(y)$$
、 $\delta_{e}(y)$ —由文献[5]方法求得的非
线性振动系统 y 向等效固
有频率及等效衰减系数

k。——振动系统 y 向等效刚度

 $\vartheta_x \, \cdot \, \vartheta_y \, \cdot \, \vartheta_{\varphi} \longrightarrow \text{由式}(1) 经非线性系统平均$ $法^[5]求得振动系统在<math>x \, \cdot \, y \, \cdot \, \varphi$ 向的振动响应相位

2 锐共振控制同步变结构控制器设计

将双电动机激振系统作为主从跟随系统,令其 中的电源直接供电电动机为主电动机,另一由变频 器供电电动机为从电动机,将主电动机的输出检测 值作为从电动机的目标值。设计控制系统时,将从 电动机构成闭环系统,并利用变频器对其进行调速 控制,使从电动机转速实时跟踪主电动机,实现双激 振电动机转速相同的同步驱动模式。由于工业控制 中,异步电动机调速控制用变频器可简化为比例环 节,则异步电动机同步转速可表示为^[6]

$$n = k_b k_f u$$
 (11)
其中 $k_f = 2\pi/n_p$

式中 k,——变频器输出比例系数

k_f——变频器输出频率系数

n。——异步电动机极对数

u——控制端输入电压

取两激振电动机相位差及其一阶导数作为系统 状态变量

$$\begin{cases} e_1 = \varphi_2 - \varphi_1 \\ \vdots \\ e_2 = \varphi_2 - \varphi_1 \end{cases}$$
(12)

将式(12)代入式(7),并考虑电动机变频器控制的同步转速式(11),由于闭环反馈控制系统中状态变量是小量,故令 $\cos\Delta \varphi \approx 1$ 、 $\sin\Delta \varphi \approx \Delta \varphi$,可得控制系统的状态空间方程

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_{1} \\ \dot{e}_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{H_{1}}{J'_{1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{1} \\ e_{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_{j}k_{b}}{J'_{1}} \end{pmatrix} u +$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J'_{1}} \end{pmatrix} (H_{2} - J'_{1}H_{3} - \Delta T)$$
(13)

其中

 $\Delta T = T_{m2} - T_{m1}$

由式(8)、(9)、(10)和(13)知,系统相位差、转 速差受系统参数及外扰影响,是时变量。故需设计 系统状态变量反馈控制器,输出控制量 u,使系统的 相位差及转速差在外扰情况下保持稳定。为此,针 对式(13)状态空间方程设计变结构控制策略^[7-8]。

设系统的变结构控制滑模面^[9]为

$$s = T_s e_1 + e_2$$
 (14)
式中 T_s ——响应时间常数
控制量 *u* 可表示为

$$u = -\frac{J_{1}'}{k_{j}k_{b}} \left[\alpha T_{s}e_{1} + \beta \frac{H_{1}}{J_{1}'}e_{2} + F \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (15)$$

式中 α、β——变结构控制系统反馈增益系数

F——消除系统稳态误差增益系数

利用滑模线斜率须小于被控系统负特征值^[9] 来确定系统变结构控制响应时间常数 *T*_s的下限。 将式(15)代入式(13),并令 *F* = 0 有

 $J'_{1}\ddot{e}_{1} + \beta k_{j}k_{b}\Delta T\dot{e}_{1} - (H_{1} + \alpha k_{j}k_{b}\Delta T)e_{1} = 0 (16)$ 式(16)负特征值为

$$\eta = -\frac{\Delta T}{J_{1}'} [\beta k_{f} k_{b} + \sqrt{\beta^{2} k_{f}^{2} k_{b}^{2} - 4 J_{1}' (H_{1} + \alpha k_{f} k_{b} \Delta T)}]$$
(17)

对系统稳态变结构控制时,T,应满足

$$T_s > \eta \tag{18}$$

进行基于变结构策略的系统运动控制时,须分析滑模面到达条件 s·s <0是否成立,将式(13)代入式(14)有

$$s \cdot \dot{s} = \frac{1}{J_1'} \left[\left(J_1' - \Delta T T_s - \beta \Delta T k_f k_b T_s \right) e_2 s + \left(H_1 - \alpha \Delta T k_f k_b \right) T_s e_1 + T_s s \left(H_2 - J_1' H_3 - \Delta T k_f k_b F_{\text{sgn}} \left(s \right) \right) \right]$$
(19)

可知,要使到达条件成立必有

$$\begin{cases} \alpha > \frac{H_1}{\Delta T k_f k_b} \\ \beta > \frac{J_1' - \Delta T T_s}{\Delta T k_f k_b T_s} \\ F > \frac{|H_2 - J_1' H_3|}{\Delta T k_f k_b} \end{cases}$$
(20)

式(18)、(20)确定了系统变结构控制器参数边 界值,使得对式(13)系统实施双激振电动机变结构 控制同步变为可行。

3 数值仿真

控制同步实验系统中采用两型号相同的异步电 动机,实验参数如下: $m_0 = 200 \text{ kg}, m_1 = m_2 = 1.5 \text{ kg},$ $r_1 = r_2 = 0.08 \text{ m}, l_1 = l_2 = 0.5 \text{ m}, k_x = k_y = k' = 1.3 \times 10^4 \text{ N/m}, k_{\varphi} = 2.2 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m/rad}, e = 0.01 \text{ m}, c_x = c_y = c' = 100 \text{ N} \cdot \text{s/m}, c_{\varphi} = 110 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}, c'_1 = c'_2 = 0.01 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}_{\odot}$

基于上述参数及式(17)、(18)、(20),取 $T_s =$ 0.037, $\alpha = 3.9$, $\beta = 0.42$,F = 0.35,并由文献[5]可 求得非线性振动系统 y 方向等效固有频率 $\omega_e(y) \approx$ 99.25 rad/s。

考虑电动机特性参数差异,通过实验实测两激 振电动机的输出矩,令驱动矩差 $\Delta T = 0.01 \text{ N·m}_{\circ}$ 考 虑到振动系统中双激振电动机安装误差,令双激振 电动机存在 $\Delta \alpha = 7.10^{\circ}$ 的初始相位差。联合 式(13)~(15)进行变结构控制同步仿真,得到仿真 结果如图2~5所示。





2

3

1





从图 2a 可看出,未使用文中设计控制策略的双 激振电动机作跟随同步运动时,从电动机在传统 PID 控制作用下始终比主电动机滞后,并且转速差 逐渐变大。在约0.9 s时,由于系统的控制调节作 用,双电动机转速出现较剧烈的波动,随后双电动机 转速趋近平稳,在约4.0s时到达等速状态,实现双 激振电动机的转速同步。从图 3 双激振电动机相位 差仿真结果也可看出,从电动机在跟踪主电动机的



图 5 双激振电动机变结构控制同步滑模面运动曲线

Fig. 5 Sliding mode surface motion curve for dual exciting motors variable structure control synchronization

过程中,相位差由初始的 $\Delta \alpha = 7.10^{\circ}$ 进一步增大到 约16.8°,在双电动机转速剧烈振荡的调节过程中, 相位差也同样发生剧烈波动,随着双电动机的转速 趋于相等,相位差也趋于稳定 $\Delta \alpha \approx 14.30^{\circ}$ 。

图 2b 中双激振电动机采用文中推导的变结构 控制策略,使得从电动机起动过程中紧紧跟随主电 动机,并一度出现转速交叉变化现象。在约0.76 s 时,双激振电动机在系统控制作用下出现转速调节 过程(较图 2a 中 0.9 s 提前),同时图 2b 中反映的 调节过程较图 2a 平缓很多,并在约 3.3 s 时,双电动 机到达稳定等速阶段(较图 2a 中 4.0 s 提前),实现 转速同步。从图3中反映出来的相位差变化过程中 也可看出,双电动机相位差由初始的 $\Delta \alpha = 7.10^{\circ}$ 逐 步变大,但随后变小,随双电动机转速调节过程进入 相位差振荡阶段,但振荡幅度相对于传统控制过程 小很多。且相对传统控制策略,更快到达稳定的相 位差 $\Delta \alpha \approx 6.1^{\circ}$ 。很明显由于变结构控制的作用,双 激振电动机能更快、更平缓到达稳定的同步状态,且 相位差更小。

图 4 是对非线性系统中双激振电动机进行变结 构控制的输入控制信号 u 仿真。图中 u 逐渐变大使 从电动机紧紧跟随主电动机运动,在约0.75 s 出现 波动,促使电动机进行转速调节,使两电动机转速趋 于稳定相等,与图 2b 中反映的双电动机转速跟踪同 步现象一致。图5是对双激振电动机进行变结构控 制同步过程中,非线性系统跟踪滑模面运动情况仿 真,图中控制量快速向滑模面趋近,并在滑模面附近 运动,尽管由于双电动机转速调整,出现被控量在滑 模面上振荡运动,但随后很快趋于稳定的滑模面运 动。表明该变结构控制策略能有效控制非线性系统 中双激振电动机实现控制同步。

当系统运行稳定后,测定双激振电动机转频 $\gamma' \approx 102.92 \text{ rad/s}$,则此时非线性振动系统频率比 $z = \gamma' \approx 1.037$ (符合文中设置的锐共振频率比 z 为 0.95~1.05),且将系统锐共振工作条件 $\omega_{e}(y) \approx y'$ 代入式(8)、(9)、(10)及(19)有 s·s = -1.225 < 0, 满足变结构控制要求的滑模面到达条件,即该双电 动机激振非线性系统可实现锐共振情况下的变结构 控制同步。

4 结束语

通过理论推导及数值仿真,研究了在非线性振动

系统锐共振情况下双激振电动机的控制同步问题。分 析表明,本文设计的非线性系统多激振电动机变结构 控制策略不仅能有效地实现双激振电动机的控制同 步,而且能在一定程度上减小由双电动机初始条件差 异等原因引起的同步性误差,改善非线性振动系统中 多激振电动机的同步性能,具有良好的鲁棒性。

- 参考文献
- 1 闻邦椿,李以农,张义民,等.振动利用工程[M].北京:科学出版社,2005.
- 2 闻邦椿,赵春雨,范俭.机械系统同步理论的应用与发展[J].振动工程学报,1997,10(3):264~272.
 Wen Bangchun, Zhao Chunyu, Fan Jian. The application and development of synchronization theory in mechanical system[J].
 Journal of Vibration Engineering, 1997, 10(3): 264~272. (in Chinese)
- 3 Zhang T X, Wen B C, Fan J. Study on synchronization of two eccentric rotors driver by hydraulic motors in one vibrating systems [J]. Shock and Vibration, 1997, 17(4): 305 ~ 310.
- 4 Blekhman I I, Fradkov A L, Tomchina O P, et al. Self-synchronization and controlled synchronization: general definition and example design [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2002,58(4 ~ 6): 367 ~ 384.
- 5 陈树辉.强非线性振动系统的定量分析方法[M].北京:科学出版社,2007.
- 6 陈坚. 交流电动机数学模型及调速系统 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- 7 Munoz D, Sbarbaro D. An adaptive sliding-mode controller for discrete nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000,47(3): 574 ~ 581.
- 8 Choi H S, Park Y H, Cho Y S, et al. Global sliding-mode control. Improved design for a brushless DC motor [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001,21(3): 27 ~ 35.
- 9 Perruquetti W, Barbot J P. Sliding mode control in engineering[M]. New York: Marcel Dekker Inc., 1999.

(上接第 198 页)

- 5 张静,严壮志,邵世杰,等. 自动图像拼接中的一种特征提取和匹配方法[J]. 应用科学学报,2008,26(3):288~294. Zhang Jing, Yan Zhuangzhi, Shao Shijie, et al. Improved method of feature extraction and matching for image mosaic[J]. Journal of Applied Sciences,2008,26(3):288~294. (in Chinese)
- 6 李冬梅,王延杰. 一种基于特征点匹配的图像拼接技术[J]. 微计算机信息,2008,24(15):296~298. Li Dongmei, Wang Yanjie. Research of the image mosaic method based on feature point match [J]. Microcomputer Information, 2008,24(15):296~298. (in Chinese)
- 7 蔡丽欢,廖英豪,郭东辉. 图像拼接方法及其关键技术研究[J]. 计算机技术与发展,2008,18(3):1~4. Cai Lihuan, Liao Yinghao, Guo Donghui. Study on image stitching methods and its key technologies [J]. Computer Technology and Development, 2008,18(3):1~4. (in Chinese)
- 8 户鹏辉,于德敏,许增朴,等. 一种基于面阵相机的在线图像拼接方法[J]. 计算机测量与控制,2008,16(8):1158~1160.

Hu Penghui, Yu Demin, Xu Zengpu, et al. Image online mosaic method based on aerial camera[J]. Computer Measurement & Control, 2008,16(8):1158 ~1160. (in Chinese)

- 9 殷润民,李伯虎,柴旭东. 自适应柱状全景图拼接[J]. 中国图象图形学报,2008,13(6):1191~1196. Yin Runmin, Li Bohu, Chai Xudong. Adaptive cylindrical panoramas mosaic[J]. Journal of Image and Graphics, 2008, 13(6):1191~1196. (in Chinese)
- 10 焦春林,高满屯,史仪凯. 基于立体视觉的 3D 地形拼接[J]. 计算机工程与应用,2008,44(23): 206~208. Jiao Chunlin, Gao Mantun, Shi Yikai. 3D terrain registration based on stereo vision [J]. Computer Engineering and Applications, 2008,44(23): 206~208. (in Chinese)
- 11 Christopher Brown, Bo Hu. Interactive indoor scene reconstruction from image mosaics using cuboids structure [C] // Proceedings of the Workshop on Motion and Video Computing, Orlando, FL, 2002:208 ~ 213.
- 12 Thommen Korah, Christopher Rasmussen. Spatiotemporal inpainting for recovering texture maps of occluded building facades [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(9):2262 ~ 2271.