DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.03.040

微型双自由度全柔性五杆机构设计与分析*

邱丽芳'刘庆玲1.2 翁海珊'吴国昌'

(1. 北京科技大学机械工程学院,北京 100083; 2. 廊坊师范学院数学与信息科学学院,廊坊 065000)

【摘要】 分别采用伪刚体模型和拟柔性模型对双自由度全柔性五杆机构进行了分析,建立了不完全分布柔度 全柔性五杆机构的伪刚体模型和拟柔性模型,推导出外载荷与位移关系的一般公式。设计了一微型对称全柔性五 杆机构,利用刚性五杆机构几何关系和迭代程序,给出了该机构拟柔性模型的理论计算结果,同时用 ANSYS 对该 实例进行了分析。通过实例的理论计算和有限元分析结果的比较,验证了理论推导的正确性,同时也验证了拟柔 性模型分析方法的有效性。

关键词:全柔性机构 伪刚体模型 拟柔性模型 不完全分布柔度 双自由度中图分类号:TH122 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2010)03-0195-05

Design and Analysis of the Two-DOF Fully Compliant Micro-mechanisms of Five-link

Qiu Lifang¹ Liu Qingling^{1,2} Weng Haishan¹ Wu Guochang¹

School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
 School of Mathematic and Information Science, Langfang Normal College, Langfang 065000, China)

Abstract

A fully compliant five-link mechanism of two-DOF was analyzed with both pseudo-rigid-body and imitate-compliant-body models. The pseudo-rigid-body and the imitate-compliant-body model of the fully compliant five-link mechanism were also established and the equation of relationship for load and displacement was presented. A symmetry fully compliant five-link micro-mechanism was designed. By using the geometric relationships of the rigid five-link mechanism and the iterative program, the results of deformation analysis in imitate-compliant-body model method for this micro-mechanism were given. At the same time, the simulation analysis in the FEM method for the micro-mechanism was also given. Compared the results with computer and FEA, the validity of the imitate-compliant-body model was proved to be effective.

Key words Fully compliant mechanism, Pseudo-rigid-body model, Imitate-compliant-body model, Incomplete distributed compliance, Two-DOF

引言

随着机械微小型化的发展,要求结构微小化的同时,又能够在小运动范围内实现所需运动的轨迹, 双自由度全柔性五杆机构可以实现上述要求^[1]。 如 Ho Nam Kwon 等研制的一种尺蠖式热执行器,其 机械结构为双自由度全柔性五杆机构,可实现初始 状态到向左运动、闭合运动、向右运动、释放运动并 回到初始状态等^[2]。全柔性五杆机构把柔性铰链 和平面双自由度闭链五杆机构相结合,将机构的能 量转换、运动传递和执行调节构成一体,既实现了特 定的轨迹综合,又可满足结构的微小型化要求。由 于是一体化机构,可以消除零件加工尺寸误差及装 配误差对微尺度效应的影响,因此近年来全柔性机

收稿日期: 2009-09-01 修回日期: 2009-11-06

^{*}国家自然科学基金资助项目(50805008)

作者简介:邱丽芳,副教授,主要从事机械设计及理论、微机械的研究, E-mail: qlf@ ustb. edu. cn

构 在 微 型 机 械 及 精 密 机 械 等 领 域 得 到 广 泛 应 用^[3-6]。

全柔性五杆机构为双自由度,其运动位置分析 比单自由度全柔性四杆机构复杂,因此本文对双自 由度全柔性五杆机构在载荷作用下的变形进行了分 析,应用伪刚体模型理论推导了双自由度全柔性五 杆机构的理论模型,在此基础上,根据文献[7],建 立其拟柔性模型,推导出外载荷与位置关系的一般 公式。设计一微型对称全柔性五杆机构,并利用刚 性五杆机构几何关系和迭代程序,给出该设计实例 的拟柔性模型计算结果,同时用 ANSYS 对该实例进 行了分析。

1 双自由度全柔性五杆机构建模

1.1 伪刚体模型

对于图 1 所示全柔性 五杆机构,可以转化为图 2 所示的伪刚体模型,其柔 性转动副用等效弹簧系数 为 K_i 的等效扭簧来表示。

假设其所受力、力矩 及其尺寸如图 2 所示,则 由虚功原理可得



图 1 全柔性五杆机构 Fig. 1 Lumped complete compliant mechanism of five-link





$$\delta \boldsymbol{W} = \sum_{i=2}^{5} \boldsymbol{F}_{i} \delta \boldsymbol{z}_{i} + \sum_{i=2}^{5} \boldsymbol{M}_{i} \delta \boldsymbol{\theta}_{i} + \sum_{i=1}^{5} \boldsymbol{T}_{i} \delta \boldsymbol{\psi}_{i} \quad (1)$$

式中, F_i 为作用在杆 i上的力,可表示为 $F_i = F_{xi}$ i + F_{xj} j; δz_i 表示受力点 P_i 所产生的虚位移; M_i 表示作 用在 i 杆上的力矩; $T_i = -K_i \psi_i$,表示柔性机构转换 为伪刚体模型,铰链处的等效弹簧所产生的力矩, ψ_i 表示 i 杆的角度变化($i = 1, 2, \dots, 5$)。并且有

$$\delta z_2 = (-a_2 \sin\theta_2 - b_2 \cos\theta_2) \,\delta\theta_2 \mathbf{i} + (a_2 \cos\theta_2 - b_2 \sin\theta_2) \,\delta\theta_2 \mathbf{j}$$
$$\delta z_3 = [-L_2 \sin\theta_2 \delta\theta_2 - (a_3 \sin\theta_3 + b_3 \cos\theta_3) \,\delta\theta_3] \,\mathbf{i} - [L_2 \cos\theta_2 \delta\theta_2 + (a_3 \cos\theta_3 - b_3 \sin\theta_3) \,\delta\theta_3] \,\mathbf{j}$$

$$\begin{split} \delta z_4 &= \begin{bmatrix} -L_5 \sin\theta_5 \delta\theta_5 - (a_4 \sin\theta_4 - b_4 \cos\theta_4) \delta\theta_4 \end{bmatrix} \mathbf{i} + \\ \begin{bmatrix} L_5 \cos\theta_5 \delta\theta_5 + (a_4 \cos\theta_4 + b_4 \sin\theta_4) \delta\theta_4 \end{bmatrix} \mathbf{j} \\ \delta z_5 &= (-a_5 \sin\theta_5 + b_5 \cos\theta_5) \delta\theta_5 \mathbf{i} + \\ & (a_5 \cos\theta_5 + b_5 \sin\theta_5) \delta\theta_5 \mathbf{j} \\ & \psi_1 &= \theta_2 - \theta_{20} \\ & \psi_2 &= \theta_2 - \theta_{20} - (\theta_3 - \theta_{30}) \\ & \psi_3 &= \theta_4 - \theta_{40} - (\theta_3 - \theta_{30}) \\ & \psi_4 &= \theta_5 - \theta_{50} - (\theta_4 - \theta_{40}) \end{split}$$

式中, θ_{i0} 为*i*杆的初始角度值, θ_i 为机构处于最终平衡状态时*i*杆的角度值。

 $\psi_5 = \theta_5 - \theta_{50}$

整理式(1)可得

$$\delta W = A \delta \theta_2 + B \delta \theta_3 + C \delta \theta_4 + D \delta \theta_5 \tag{2}$$

其中

$$\begin{split} \delta W &= \left(A + B \, \frac{\delta \theta_3}{\delta \theta_2} + C \, \frac{\delta \theta_4}{\delta \theta_2} + D \, \frac{\delta \theta_5}{\delta \theta_2}\right) \delta \theta_2 \\ & \pm \vec{x} \, \text{in } \vec{x} \, \text{in } \vec{y} \, \text{in } \vec{y}$$

因此

$$A + B \frac{\delta\theta_3}{\delta\theta_2} + C \frac{\delta\theta_4}{\delta\theta_2} + D \frac{\delta\theta_5}{\delta\theta_2} = 0$$
 (3)

 $\frac{\delta\theta_3}{\delta\theta_2} \sqrt[]{\delta\theta_4} \frac{\delta\theta_5}{\delta\theta_2} \\ \hbar \omega_2 \rightarrow \frac{\delta\theta$

 $\frac{\delta\theta_3}{\delta\theta_2}, h_{42} = \frac{\delta\theta_4}{\delta\theta_2}, h_{52} = \frac{\delta\theta_5}{\delta\theta_2}, 则式(3) 可写为$

$$A + Bh_{32} + Ch_{42} + Dh_{52} = 0 \tag{4}$$

其中,当给定输入 θ_2 与 θ_5 的关系时,即给定 h_{52} ,则

$$h_{32} = \frac{\delta\theta_3}{\delta\theta_2} = \frac{L_2\sin\left(\theta_4 - \theta_2\right) - L_5h_{52}\sin\left(\theta_4 - \theta_5\right)}{L_3\sin\left(\theta_3 - \theta_4\right)}$$
$$h_{42} = \frac{\delta\theta_4}{\delta\theta_2} = \frac{L_2\sin\left(\theta_3 - \theta_2\right) - L_5h_{52}\sin\left(\theta_3 - \theta_5\right)}{L_4\sin\left(\theta_3 - \theta_4\right)}$$

其中L_i为杆件长度,如图2所示。

根据五杆机构的几何关系,如图 3 所示, θ_3 、 θ_4 可由含有其 θ_2 、 θ_5 的函数式表示。 由图 3 可知

$$L_2 + L_3 = L_1 + L_5 + L_4$$

即





Fig. 3 Geometry relationship of the five-link mechanism

$$L_2\cos\theta_2 + L_3\cos\theta_3 = L_1\cos\theta_1 + L_5\cos\theta_5 + L_4\cos\theta_4$$

(5)

所以,由式(4)~(7),即可得到全柔性铰链五 杆机构的伪刚体模型的普遍公式,适用于不同杆长 及受到不同载荷的全柔性五杆机构的分析计算。

1.2 拟柔性模型

根据文献[7~9],在 1.1节伪刚体模型的基础 上考虑构件的弹性变形, 因为构件3和构件4的运 动为平面一般运动,其变 形比较复杂,而构件2和 构件5的运动为转动,因 此本文考虑构件变形对整 个机构变形的影响来建立 其拟柔性模型。设构件2 受力后弯曲,产生变形,如 图4所示,设构件2弹性



图 4 构件 2 变形示意图 Fig. 4 Force-deflection relationships of link 2

变形引起的转角变化设为 θ²⁷2,则综合考虑柔性铰链 与构件变形,定义柔性机构的构件 2 的实际转角为

 $\theta_{2}'' = \theta_{2}' + \theta_{2}''' = \theta_{2} - \theta_{1} + \theta_{2}'''$ (8)

其他构件的变形与此相同,因此由式(8)及1.1 节和文献[7]的拟柔性模型,即可得到全柔性铰链 五杆机构拟柔性模型的普遍公式,适用于不同杆长 及受到不同载荷的全柔性五杆机构的分析计算。

2 微型对称全柔性五杆机构设计

本文设计的微型对称全柔性五杆机构如图 5 所 示,该机构委托北京大学微电子学研究院国家级微 米/纳米加工重点实验室加工制造。设计的尺寸应 满足加工中心标准的加工工艺流程,这样可以提高 器件加工的成品率,防止设计器件的加工工艺流程 要求超出实验室的实际加工能力而使加工失败,根 据其成熟的加工工艺,即"多用户 MEMS 体硅标准 工艺流程与设计规则 v20060825",玻璃层和结构层 的理想加工间距规定为 4 μm,加工公差 ±0.5 μm; 结构层的理想加工厚度规定为 75 μm,公差 ±5 μm, 由此确定加工版图中,微型全柔性五杆机构的基底 和结构之间的间距固定为 4 μm,全柔性机构的厚度 固定为 75 μm。由于该标准工艺不能实现阶梯形状 结构加工,因此柔性铰链和杆的厚度保持一致,确定 机构的厚度均为 75 μm,除了理想的固定加工尺寸 外,受限制的其他结构设计参数,根据性能要求确定 尺寸,完成设计的由 L-edit 软件绘制的版图如图 5 所示。由于该机构左右对称,通过静电力左右对称 驱动,以实现 N 点的位移输出,如图 6 所示。



3 微型对称全柔性五杆机构分析

图 6 为微型对称全柔性五杆机构及其受力图。 假设该机构只有杆 2 和杆 5 受到集中载荷 F_2 和 F_5 的作用,并且 $M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = 0$, $F_{x3} = F_{y3} = F_{x4} = F_{y4} = 0$, $a_3 = a_4 = b_3 = b_4 = 0$, $a_2 = a_5 = a$, $\theta_5 = \pi - \theta_2$, $\theta_1 = 0$, $F_2 = F_5 = F$,所以 $\theta'_2 = \theta_2 - \theta_1 = \theta_2$ 。



图 6 微型对称全柔性五杆机构及受力图

Fig. 6 Force of the symmetry five-link micro-mechanism

取柔性铰链长 $l_1 = l_2 = l_4 = l_5 = l$,惯性矩 $I_1 = I_2 = I_4 = I_5 = I$, 杆长 $L_2 = L_5$, $L_3 = L_4$ 。其他尺寸参数 如表 1 所示, 若材料选择硅 Si,则其基本性能参数 为:弹性模量 E = 129.5 GPa, 泊松比 $\mu = 028$, 屈服强 度 $\sigma_s = 2$ 600 MPa。

表 1 微型对称全柔性五杆机构的基本尺寸 Tab. 1 Basic dimensions of symmetry fully compliant micro-mechanism of five-link

各构件杆长/μm			柔性铰链尺寸/µm			杆 2 初始位置 角/(°)
L_1	$L_2 = L_5$	$L_3 = L_4$	l	h	b	θ_{20}
1 460	728	1 020.4	200	40	75	105.9

由此
$$a_2 = L_2 - (700\sin\theta_2)/2$$

 $b_2 = -(700\cos\theta_2)/2$
 $\theta_{30} = \arccos\left(\left(\frac{L_1}{2} - L_2\cos\theta_{20}\right)/L_3\right)$

3.1 拟柔性模型的计算

将上述已知条件代入式(4),即

$$h_{52} = -1$$

$$h_{32} = \frac{\delta\theta_3}{\delta\theta_2} = \frac{L_2 \sin(\theta_4 - \theta_2) + L_5 \sin(\theta_4 - (\pi - \theta_2))}{L_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} = \frac{L_2 \sin(\theta_4 - \theta_2) - L_5 \sin(\theta_4 + \theta_2)}{L_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)}$$

$$h_{42} = \frac{\delta\theta_4}{\delta\theta_2} = \frac{L_2 \sin(\theta_3 - \theta_2) + L_5 \sin(\theta_3 - \pi + \theta_2)}{L_4 \sin(\theta_3 - \theta_4)} = \frac{L_2 \sin(\theta_3 - \theta_2) - L_5 \sin(\theta_3 + \theta_2)}{L_4 \sin(\theta_3 - \theta_4)}$$

$$A = (-F_{x2}a_2 - F_{y2}b_2) \sin\theta_2 + (-F_{x2}b_2 + F_{y2}a_2) \cos\theta_2 + T_1 + T_2 = -F_{x2}a_2 \sin\theta_2 - F_{x2}b_2 \cos\theta_2 + T_1 + T_2$$

$$B = -T_2 - T_3$$

$$C = T_3 - T_4$$

$$D = (-F_{x5}a_5 + F_{y5}b_5) \sin\theta_5 + (F_{x5}b_5 + F_{y5}a_5) \cos\theta_5 + T_4 + T_5 = F_{y2}a_2 \sin\theta_2 + F_{y2}b_2 \cos\theta_2 + T_4 + T_5$$

整理简化后得

$$-2F_{x2}a_{2}\sin\theta_{2} - F_{x2}b_{2}\cos\theta_{2} - 2\frac{EI}{l}(\theta_{2} - \theta_{20}) + \frac{EI}{l}(\theta_{3} - \theta_{30}) + \left\{\frac{EI}{l}[\theta_{2} - \theta_{20} - (\theta_{3} - \theta_{30})] + \frac{EI_{3}}{l_{3}}[\theta_{4} - \theta_{40} - (\theta_{3} - \theta_{30})]\right\},$$
$$\frac{L_{2}[\sin(\theta_{4} - \theta_{2}) - \sin(\theta_{4} + \theta_{2})]}{L_{3}\sin(\theta_{3} - \theta_{4})} + \frac{EI_{3}\sin(\theta_{3} - \theta_{4})}{\Delta t_{3}}$$



$$\begin{cases} -\frac{EI_{3}}{l_{3}} \left[\theta_{4} - \theta_{40} - (\theta_{3} - \theta_{30}) \right] + \\ \frac{EI}{l} \left[\theta_{5} - \theta_{50} - (\theta_{4} - \theta_{40}) \right] \end{cases} \cdot \\ \frac{L_{2} \left[\sin(\theta_{3} - \theta_{2}) - \sin(\theta_{3} + \theta_{2}) \right]}{L_{3} \sin(\theta_{3} - \theta_{4})} + \\ 2 \frac{EI}{l} (\theta_{5} - \theta_{50}) - \frac{EI}{l} (\theta_{4} - \theta_{40}) = 0 \end{cases}$$
(9)

杆的宽度 H = 300 µm, 铰链最小宽度 h =40 µm,则特征尺寸宽度比 $\lambda_h = \frac{H}{h} = 7.5$,根据文献 [7]取外载荷比值系数 µ_F = 0.75,式(8)代入已知 条件,结合式(9),利用 Matlab 编写 Newton 迭代法 程序,即可求出当载荷 F 发生变化时,各杆件的转 角 θ_i 和构件 2 转角变化量 $\Delta \theta_2''$,由此得到图 6 中 N点的位移 y_N ,即: $y_N = L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3$,则 y 方向位 移变化量 $\Delta y_N = L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3 - (L_2 \sin \theta_{20} + L_3 \sin \theta_{30})$,其计算结果如表 2 所示。

3.2 有限元分析

在 ANSYS 中,建立图 6 所示微型对称全柔性五 杆机构的有限元分析模型,材料尺寸的选择与前相 同,整体模型采用自由划分网格的方法,如图 7a 所 示,位移分析如图 7b 所示。

同样,在图 7a 模型底部施加约束,左、右侧杆件 中点处施加不同外力,则得到图 6 中 N 点的位移变 化量 $\Delta y'_N$ 的有限元分析结果如表 2 所示。

3.3 计算结果与有限元分析结果比较

根据有限元分析结果 Δy'_N 和拟柔性模型计算

结果 Δy_N , 设拟柔性的相对误差为 $\delta = \frac{\Delta y'_N - \Delta y_N}{\Delta y'_N} \times 100\%$,则其计算结果如表 2 所示。

由表 2 可以看出, 拟柔性模型的计算结果与仿 真结果相对误差均小于 5 %, 验证了拟柔性模型分



图 7 微型对称全柔性五杆机构有限元分析模型 Fig. 7 Model of the fully compliant micro-mechanism of five-link using ANSYS (a)网格划分与受力 (b)力-位移分析 析的有效性。

表 2	不同方法的分析结果及其相对误差
-----	-----------------

Tab. 2 Results with different methods and the

relative errors								
井古 Γ / N	拟柔性计算值	有限元分析值	相对误差					
τų η Γ / Ν	$\Delta y_N / \mu m$	$\Delta y'_N / \mu m$	δ/ %					
0.2	8.16	8.26	1.2					
0.4	16.02	16.52	3.0					
0.6	24.32	24.77	1.8					
0.8	33.03	33.03	0					
1.0	39.90	41.29	3.4					

4 结论

(1)分别采用伪刚体模型和拟柔性模型推导并 建立了双自由度全柔性五杆机构的模型,给出了其 外载荷与构件转角关系的一般公式。

(2)设计了一微型对称全柔性五杆机构,建立 了该机构的拟柔性模型,并进行了分析计算,同时用 有限元方法对该机构进行了分析。结果分析表明, 拟柔性模型的计算结果与有限元分析值非常接近, 其相对误差小于5%,验证了拟柔性模型分析方法 的有效性,说明理论推导的正确性。

参考文献

- 1 周双林,邹慧君,郭为忠,等.平面闭链五杆机构柔性工作空间的研究[J]. 机械工程学报,2000,36(11):10~15. Zhou Shuanglin, Zou Huijun, Guo Weizhong, et al. Study on the flexible workspace of plane closed-loop five-bar mechanism
 - [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(11):10~15. (in Chinese)
- 2 张琛,陈文元,陈佳品.微执行器[M].上海:上海交通大学出版社,2005.
- 3 汪国宝,王石刚,徐威,等.微小型机器人的新型步行机构——柔铰五杆机构[J].上海交通大学学报,2002,36(10): 1426~1429.

Wang Guobao, Wang Shigang, Xu Wei, et al. A novel walking mechanism used for microrobot——flexure-hinge five-bar mechanism[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2002, 36(10):1426~1429. (in Chinese)

- 4 何广平, 王侃, 张向慧. 平面五杆柔顺并联机构的多稳态特征综合[J]. 微纳电子技术, 2006(5):237~243.
 He Guangping, Wang Kan, Zhang Xianghui. Multi-stable behaviors synthesis of planar 5R compliant parallel mechanisms
 [J]. Micronanoelectronic Technology, 2006(5):237~243. (in Chinese)
- 5 Larry L Howell. Compliant Mechanisms [M]. John Wiley&Sons, 2001.
- 6 Rajesh Luharuka, Hesketh P J. Design of fully compliant, in-plane rotary, bistable micro mechanisms for MEMS applications [J]. Sensors and Actuators A, 2007,134(1): 231 ~ 238.
- 7 邱丽芳,翁海珊,俞必强,等.不完全分布柔度全柔性机构拟柔性模型研究[J].农业机械学报,2009,40 (2):189~192. Qiu Lifang, Weng Haishan, Yu Biqiang, et al. Imitate-compliant-body model for fully compliant mechanisms of incomplete distributed compliance[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40 (4): 189~192. (in Chinese)
- 8 邱丽芳,翁海珊,柳林,等.不完全分布柔度的全柔性机构的研究[J].北京科技大学学报,2007,29(Sup.2):156~158. Qiu Lifang, Weng Haishan, Liu Lin, et al. Study on complete compliant mechanisms of incompletion distributed compliance [J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2007, 29(Sup.2):156~158. (in Chinese)
- 9 邱丽芳,翁海珊,柳林,等.全柔性四杆机构伪刚体模型分析计算方法的改进[J].农业机械学报,2008,39 (5):142~145.

Qiu Lifang, Weng Haishan, Liu Lin, et al. Improving on method of pseudo-rigid-body model of lumped complete compliant mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(5):142 ~ 145. (in Chinese)

10 Jensen B D, Howell L L. The modeling of cross-axis flexural pivots [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(5): 461~476.